

平成 27 年度 卒業論文

微小シリコン片持ち梁の
熱振動制振の研究

～電歪素子を用いたフィードバック冷却～

指導教員 河村良行 教授

指導院生 鐘ヶ江力

福岡工業大学工学部知能機械工学科

12E1038 高城亮馬

12E2015 鍛冶元晴

目次

第1章 緒言	1
第2章 本研究で使用了装置とその原理	2
2.1 シリコン片持ち梁	2
2.2 マイケルソン干渉計	3
2.2.1 原理	3
2.2.2 計測感度	3
2.3 フィードバック制御装置	6
2.4 FFT アナライザ	7
2.4.1 FFT アナライザの概要	7
2.4.2 FFT アナライザ本体での平均回数別におけるノイズ	7
2.4.3 光量別ノイズ	8
2.4.4 パワースペクトル密度と分解能	10
2.5 デュアルチャンネルプログラマブルフィルタ(DCPF)	12
2.6 真空装置	13
2.6.1 ロータリーポンプ	13
2.6.2 油拡散ポンプ	13
2.7 真空計	14
2.7.1 ピラニ真空計	14
2.7.2 電離真空計	15
2.8 単層ピエゾ素子	16
2.8.1 単層ピエゾ素子の感度計測	17
第3章 熱振動計測	19
3.1 片持ち梁の熱振幅の理論計算	19
3.2 熱振動計測方法	20
3.3 片持ち梁の振動モード	21
3.3.1 単結晶シリコン片持ち梁の振動モード	21

3.3.2	窒化シリコン片持ち梁の振動モード	21
3.3.3	固有振動数の確認	24
第4章	熱振動の制振	25
4.1	熱振動制振実験の方法	25
4.2	BPFの位相の設定	25
4.3	熱振動制振の理論計算	27
4.4	単結晶シリコン片持ち梁の熱振動制振	29
4.5	BPFを用いた窒化シリコン片持ち梁の熱振動制振	31
4.6	微分回路を用いた2モード同時制振方法	32
4.7	微分回路装置	33
4.8	微分回路の位相と電圧倍率の特性	35
4.9	微分回路のコンデンサ容量による位相と電圧倍率の特性と計算	35
4.9.1	微分回路のコンデンサ容量による位相と電圧倍率の特性	35
4.9.2	位相差[deg]の計算	36
4.9.3	電圧倍率の計算	37
4.10	微分回路を用いた2モード同時制振システム	38
4.11	微分回路を用いた窒化シリコン片持ち梁の熱振動制振	39
第5章	結言	41
	参考文献	42
	謝辞	43

第 1 章

緒言

現在, 機械振動子は振動ジャイロや原子間顕微鏡などの精密計測機器に用いられている. またそれらは, 小型化や高感度化が進んでいる. しかし, 物体は常に熱により振動している. それにより精密計測機器などの計測機器の計測精度限界を引き起こす原因の 1 つとされている. 熱振動を抑えるには, 絶対零度まで冷やす必要がある. また, このような肉眼で見ることのできる微小機械振動子を使った, 量子重ね合わせやもつれ状態などの量子的現象の解明も注目を集めている[1,2]. このような物理的検証においても, 振動子を零点振動まで冷却する必要がある.

熱振動を抑える方法は, 大きく分けて 2 つある. 一つは, 冷凍機による冷却. もう一つは, 外力による制振である. 冷凍機による微小振動子の量子振動の計測は行われている[2]. しかし, 希釈冷凍機などの装置は大型であり, かつ冷却に時間がかかる. そこで, 精密計測機器の計測精度の限界の向上には, 外力による制振が用いられる. 主に外力による制振は, レーザー照射による放射圧を使用したもの[3,4]や, 熱振動を電気信号として電歪素子駆動させるもの[5,10]がある. これらは, 梁自身の振動をフィードバックすることにより直接制振している(フィードバック冷却).

また, 片持ち梁などの振動子は, 無数の振動モードを持っている. 冷凍機により冷却を行う場合, Q 値が上昇し[5]全ての振動モードが抑制され. 一方で, フィードバック冷却を行う場合, 見かけ上の Q 値の減少がみられ[3,5], 振動モード選択して制振を行うため多数の振動モードが同時に減衰されるとは考えにくい. これまでの外力による制振は, 基本振動モード(1 次振動モード)の減衰の結果しか報告されていない. 基本振動モードを減衰させた際の高次振動モードへの影響は, あまり考えられておらず, 複数の振動モードの同時減衰も行われていない.

そこで, 今年度は, 昨年度改良した微小振動計測システムを用いて制振原理の理論的解析, 熱振幅を限界まで制振, 異なる種類の微小片持ち梁の熱振動の計測と制振, 微分回路を用いた 2 モードの同時制振と熱振動だけでなくノイズも抑えることができるかを行った.

第2章

本研究で使用した装置とその原理

2.1 シリコン片持ち梁

本研究で使用したマイクロ単結晶シリコン片持ち梁（OLYMPUS 社製 OMCL-AC240TN-C3, 以後, 梁 A) を図 2-1, マイクロ窒化シリコン片持ち梁 (OLYMPUS 社製 BL-RC150VB-C1, 以後, 梁 B) を図 2-2 に示す. 前者の寸法はカタログ値より, 長さ 240[μm], 幅 40[μm], 厚さ 2.3[μm]である. ばね定数は 1.56~3.47[N/m], 共振周波数は 68.0~89.6[kHz]と個体差がある. 材質は単結晶シリコンで, 表面へのコーティングはされていない. Q 値は高真空中 (5×10^{-3} [Pa]) において約 100000[-]であり, 等価質量は 6.7×10^{-12} [kg]である. 後者の片持ち梁は, 2 種類あり, 図 2-2 の右側 2 本を A レバー, 左側 2 本を B レバーとする. A レバーの寸法は, 長さ 60[μm], 幅 30[μm], 厚さ 0.18[μm], ばね定数 0.03[N/m], 共振周波数 37[kHz]であり, B レバーの寸法は, 長さ 100[μm], 幅 30[μm], 厚さ 0.18[μm], ばね定数 0.006[N/m], 共振周波数 13[kHz], Q 値は高真空中において約 500[-]であり, 等価質量は 7.2×10^{-13} [kg]である. 材質は窒化シリコンであり, A レバー, B レバー共に表面に金がコーティングされている. また, 上記の厚さの寸法の値は, 金コート厚を含めた値である. 本研究では, B レバーを使用した.

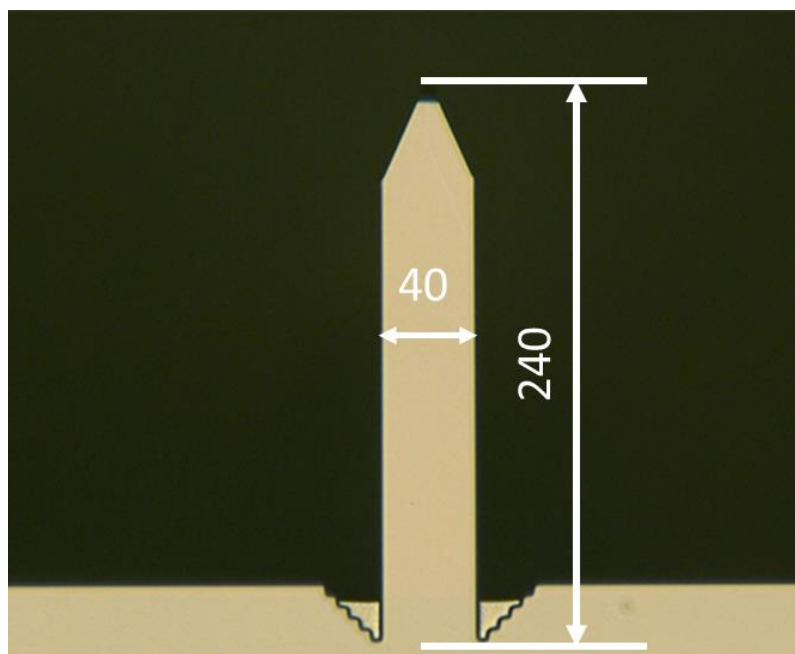


図 2-1 マイクロ単結晶シリコン片持ち梁

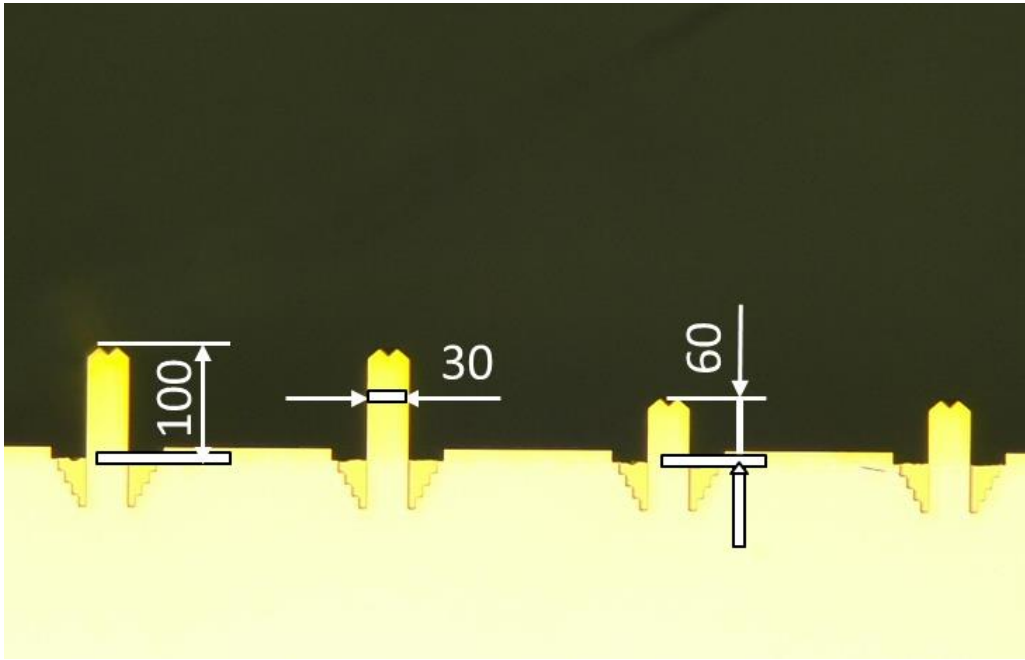


図 2-2 マイクロ窒化シリコン片持ち梁

2.2 マイケルソン干渉計

2.2.1 原理

マイケルソン干渉計の概観を図 2-3 に、マイケルソン干渉計の略図を図 2-4 に示す。マイケルソン干渉計は、レーザー発振器、半透ミラー、参照ミラー、測定ミラー、光検出器で構成されており、用途は、光の干渉を用いて物体の変位を計測することである。まずレーザー発振器からのレーザー光が半透ミラーで 2 つに分かれ、それぞれ測定ミラー、参照ミラーに直進し、反射する。その後それぞれの反射光が半透ミラーで再び重なり、光の干渉が起こる。この干渉光の光路差の変化によって、明暗が変化し、それを光検出器で読み取り、電圧信号に変換する。これにより、変位を計測することができる。

2.2.2 計測感度

図 2-5 に光路差の変化による明暗の変化を、図 2-6 に変位と電圧及び明暗の関係を示す。マイケルソン干渉計の計測感度は、光量や明と暗の光量の差で決まる。この時、干渉縞の明暗も変化する。例として、片方の光が ΔX だけ動いたとすると、明暗が変化し、電圧は ΔV 変わる。この時の変位と電圧及び明暗の関係を図 2-5 に示す。図 2-5 に示す通り、光が明るいとき、電圧は高くなり、光が暗いとき、電圧は低くなる。また、最も明るいところから最も暗いところまで変わる際の光の変位は、レーザー光の波長の $1/4$ であり、実験で使用する He-Ne レーザーの波長は $632.8[\text{nm}]$ であるため、 $158.2[\text{nm}]$ で明暗は変化する。この時、図 2-5 に示す通り、光が最も明るいところ ΔV_2 と、明暗の境目 ΔV_1 では、変位が同じ ΔX だとしても、感度は後者の方が高くなる。つまり、明暗の境目に動作点があると最も感度が高くなる。図 2-6 に示すグラフの傾き a は、

$$a = \frac{dV}{dX} = V_0 \frac{4\pi}{\lambda} \cos\left(4\pi \frac{X}{\lambda}\right) \left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right] \quad (2-1)$$

となる。傾きが最も大きくなるのは、 $\cos(4\pi X/\lambda) = 1$ のときなので、このときの傾き a は、

$$a = \frac{dV}{dX} = V_0 \frac{4\pi}{\lambda} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right] \quad (2-2)$$

と表せる。計測感度は、傾き a の逆数なので、

$$\frac{dX}{dV} = \frac{\lambda}{4\pi V_0} \left[\frac{\text{m}}{\text{V}}\right] \quad (2-3)$$

となる。

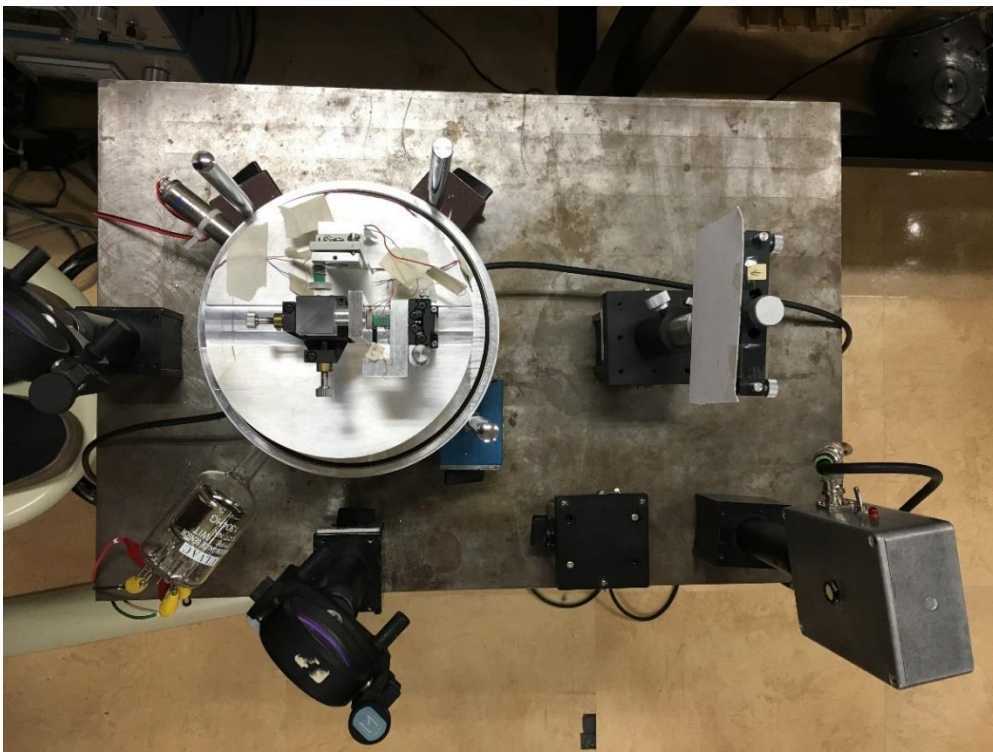


図 2-3 マイケルソン干渉計の概観

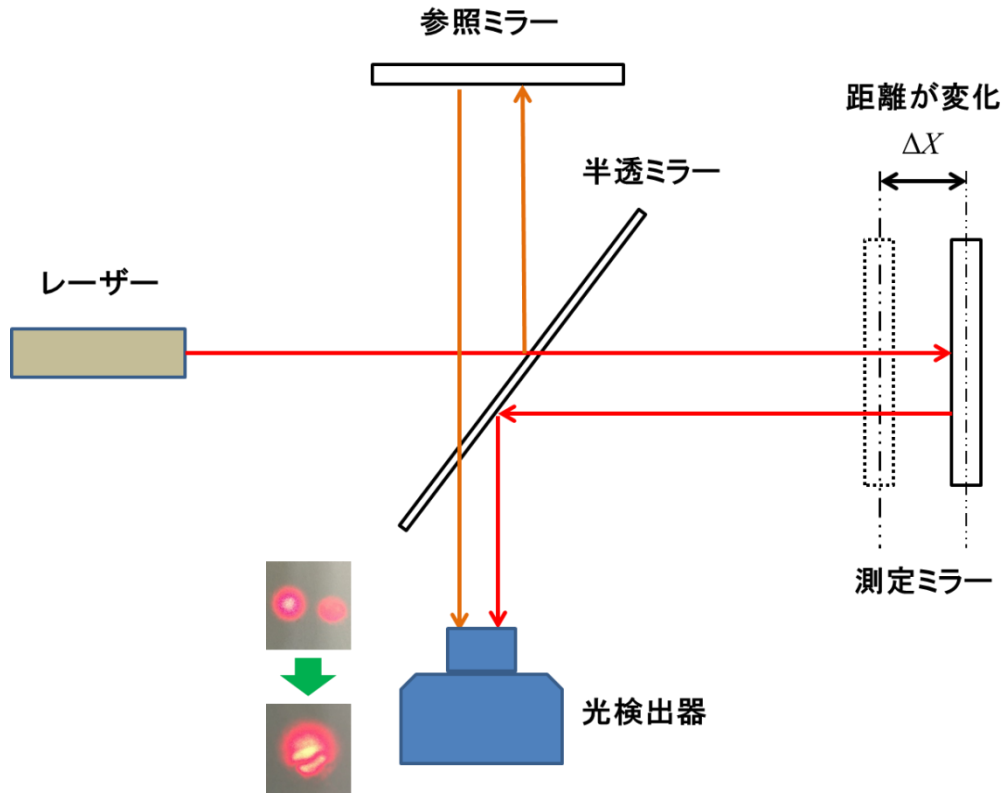


図 2-4 マイケルソン干渉計概略図

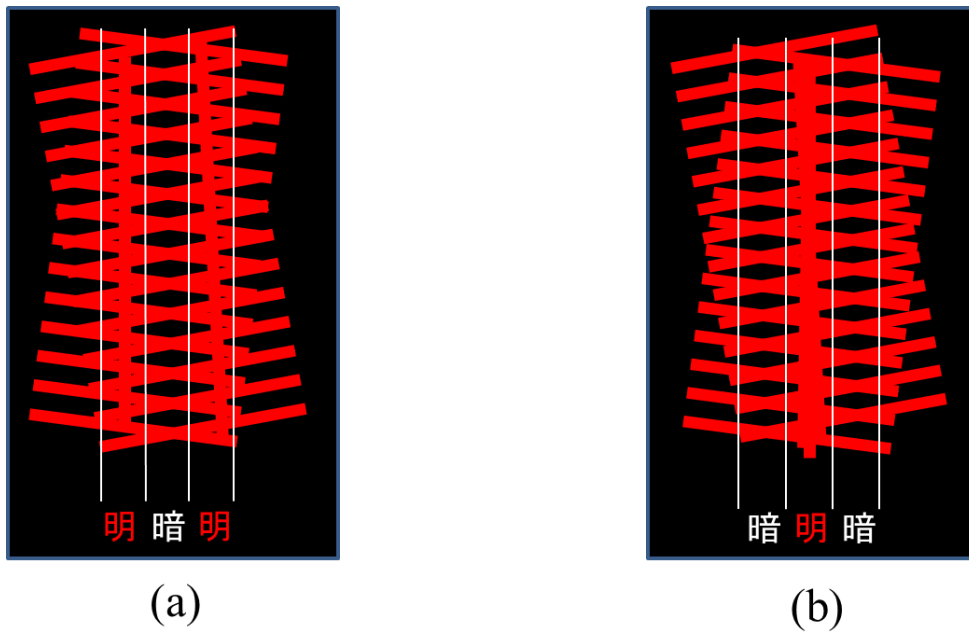


図 2-5 干渉縞の移動 (光路差の変化により明暗は(a)から(b)に変化する)

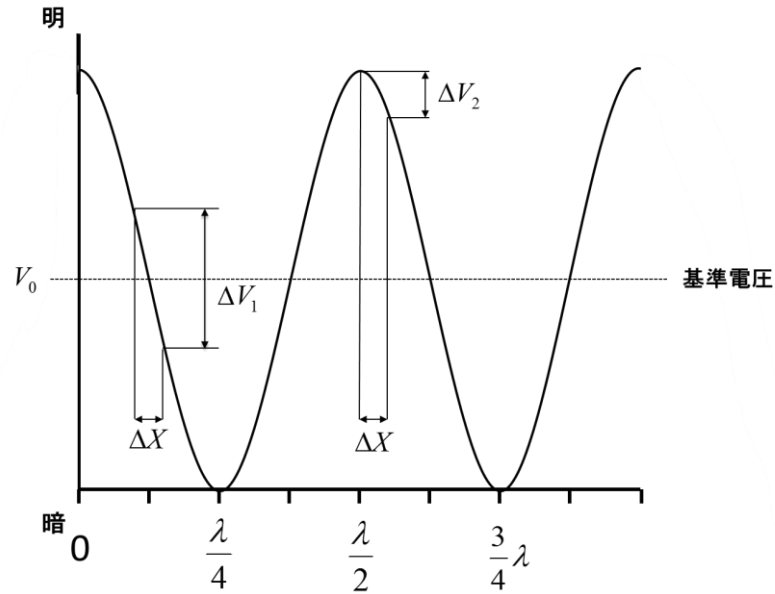


図 2-6 変位と電圧及び明暗の関係

2.3 干渉基準電圧のフィードバック制御装置

フィードバック制御装置の回路図を図 2-7 に、概観を図 2-8 に示す。2.2.2 で述べた通り、計測感度を最も高くするために、フィードバック制御を行う。原理は、光検出器で読み取った電圧信号を参照ピエゾ素子に印加させて、電圧信号と基準電圧の差が無くなるように参照ミラーを調整する。なお、参照ピエゾ素子が発振するのを防ぐため、低周波過回路をフィードバック制御回路に組み込んでいる。

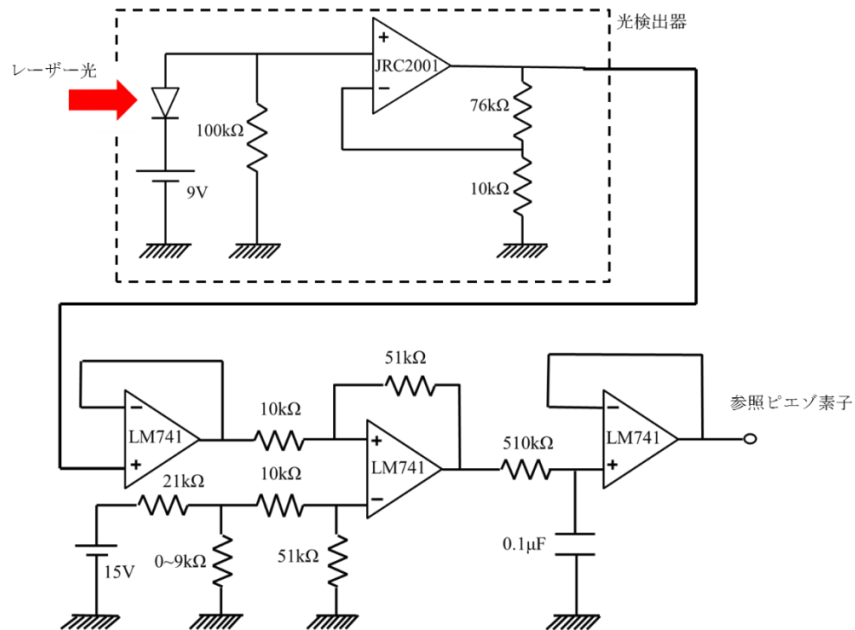


図 2-7 フィードバック制御装置の回路



図 2-8 フィードバック制御装置の概観

2.4 FFT アナライザ

2.4.1 概要

FFT アナライザの概観を図 2-9 に示す。製品名は、(株)小野測器の CF-9400 である。フーリエ変換を用いて、0~100[kHz]の範囲でのパワースペクトルを計測することができる。横軸は周波数、縦軸は電圧で表される。分解能 Δf は、サンプル数の変更や、横軸の範囲の変更を行うことで自由に設定できるが、最高で 100[Hz]、最低で 1.56×10^{-5} [Hz] である。後で記述するように、横軸分解能を下げていくと見かけ上の出力は小さくなるが、その出力を横軸分解能で割ることで、どの横軸分解能に設定しても出力は一定になる。さらに、縦軸分解能は、0.042[V/bit]か、1.29[V/bit]かを選択でき、後者だと熱振動が制振しにくくなってしまった。

また、FFT アナライザを用いて熱振動を計測するには、ホワイトノイズが発生し、このホワイトノイズをいかに小さくするかが重要となる。ホワイトノイズの小さい実験結果にするために、どこから、どのくらいの大ききで発生しているのかを調べた。

2.4.2 平均回数別におけるホワイトノイズ

図 2-10 に平均回数別のホワイトノイズ、図 2-11 にその標準偏差を示す。まず、FFT アナライザの信号を入力している部分に何もつながずに測定し、FFT アナライザ本体からどのくらいのホワイトノイズが発生しているのかを計測した。また、それらは計測される平均回数によって変わるのかどうかを確かめた。なお、比較した平均回数は、1 回、10 回、100 回、1000 回であり、周波数の範囲は、梁 A を使用する際の 86~88[kHz] である。図にその結果を、図に平均回数別の標準偏差を示す。グラフより、平均回数を上げると、ホワ

イトノイズの最大値が下がって、ばらつきが少なくなった。また、FFTアナライザ本体でのホワイトノイズは、約 $1.0 \times 10^{-7} [\text{V}]$ であることが分かった。標準偏差の理論値との誤差は、計測最小値が 0 までであり、負の値が飽和してしまうためだと考えた。以後、熱振動を計測する時は、1000 回平均にして、計測結果から同じ周波数範囲の FFT 本体でのホワイトノイズの値を引くことにした。

2.4.3 ホワイトノイズの光量別依存性

図 2-12 に各光量におけるホワイトノイズを、図 2-13 にその平均値を示す。光量別の干渉させていないレーザー光を、アテネータを用いて光量を 1/10, 1/4, 1/2 にして、それぞれの信号を読み取って、FFT 本体のホワイトノイズとそれぞれ比較した。グラフより、光量が小さくなると、ホワイトノイズも小さくなり、ばらつきも少なくなることが分かった。しかし熱振動計測時に光量が小さくなりすぎると、振動の大きさが正しく計測できないおそれがあるため、計測時は一定して 1/2 の光量を使用していくことにした。

これより、熱振動計測をする際は、FFT 本体のホワイトノイズは計算で消すことができ、それ以外のノイズの大きさは、信号の光量によって変わることが分かった。

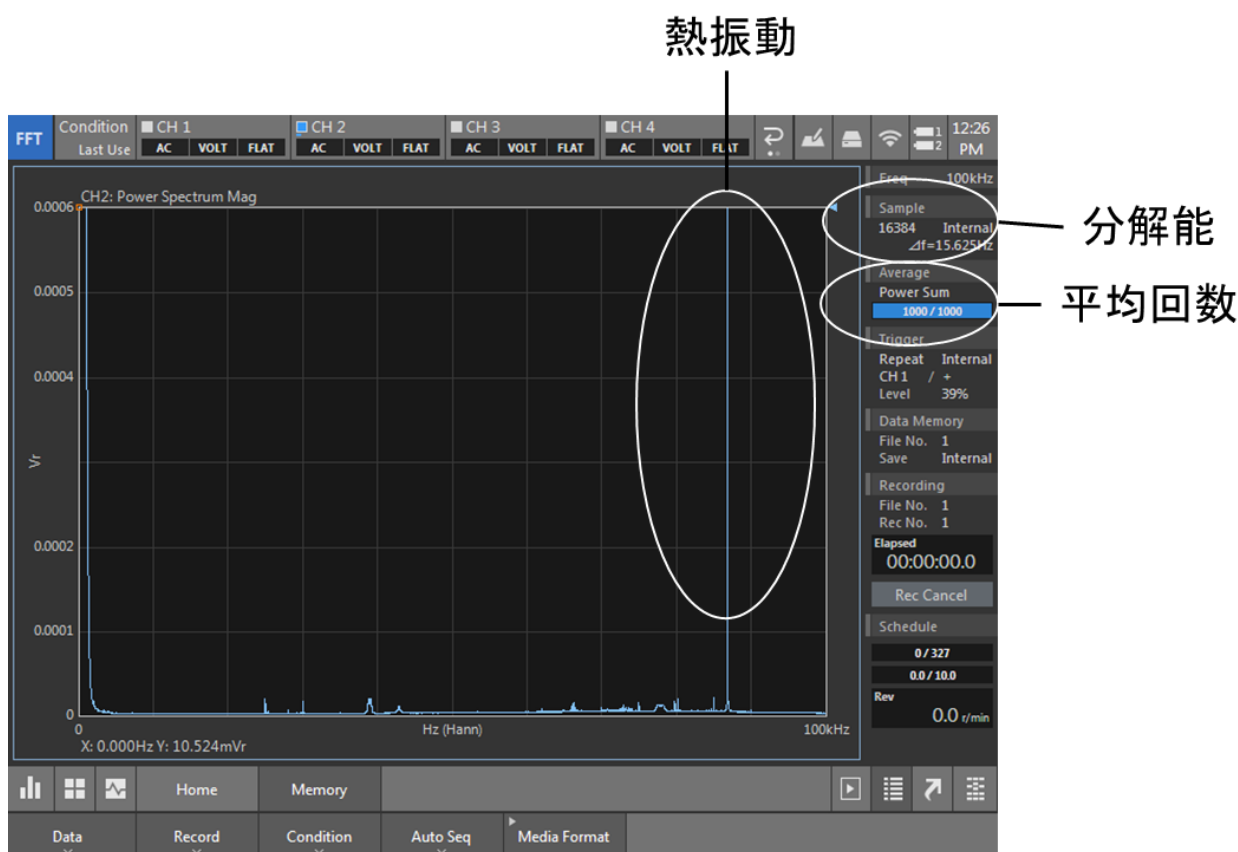


図 2-9 熱振動の計測例

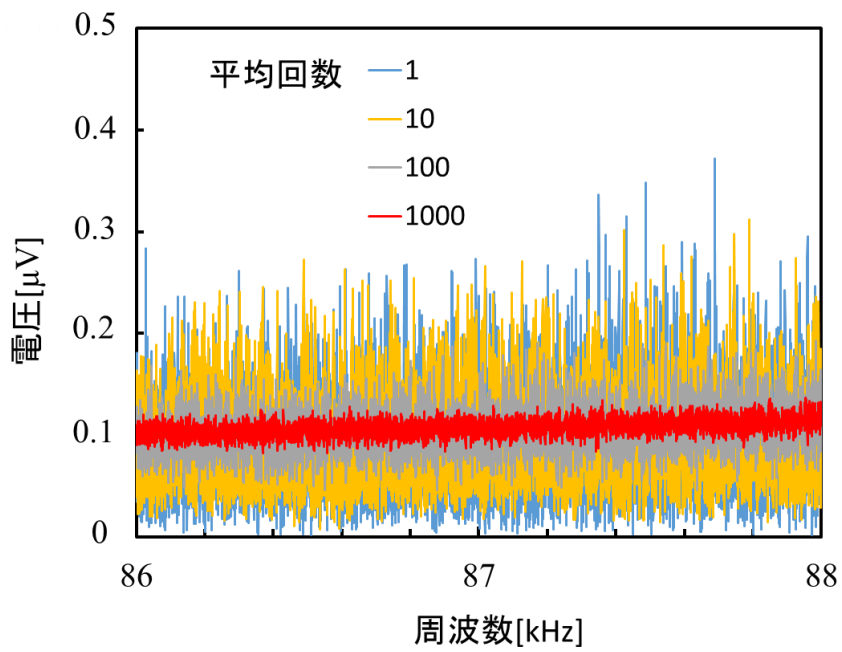


図 2-10 各平均回数によるホワイトノイズ

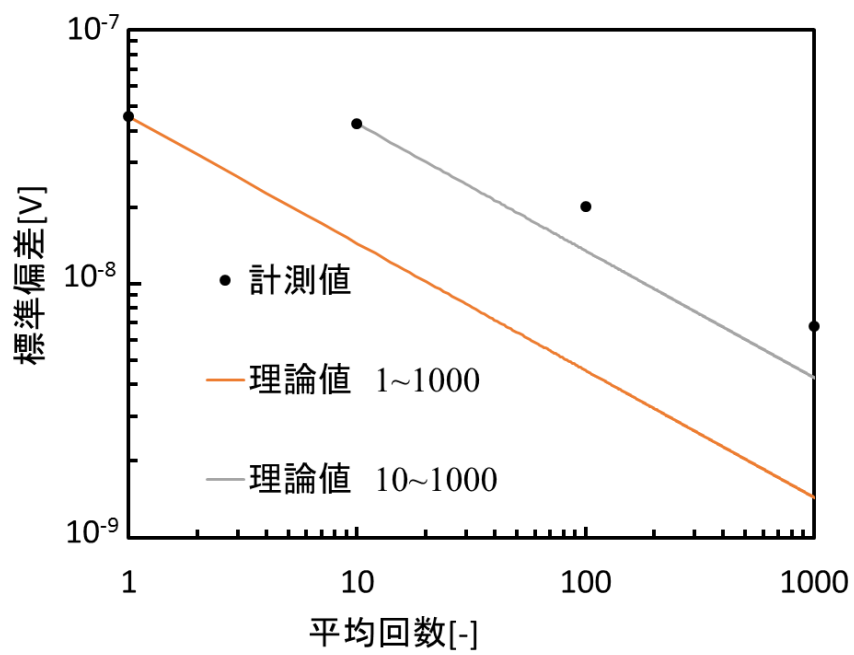


図 2-11 各平均回数による標準偏差

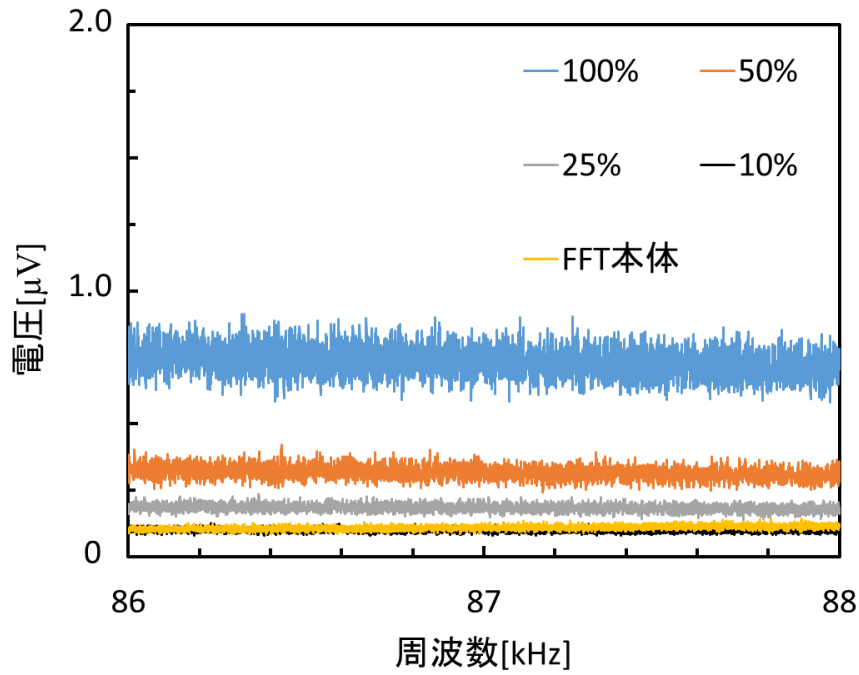


図 2-12 各光量におけるホワイトノイズ

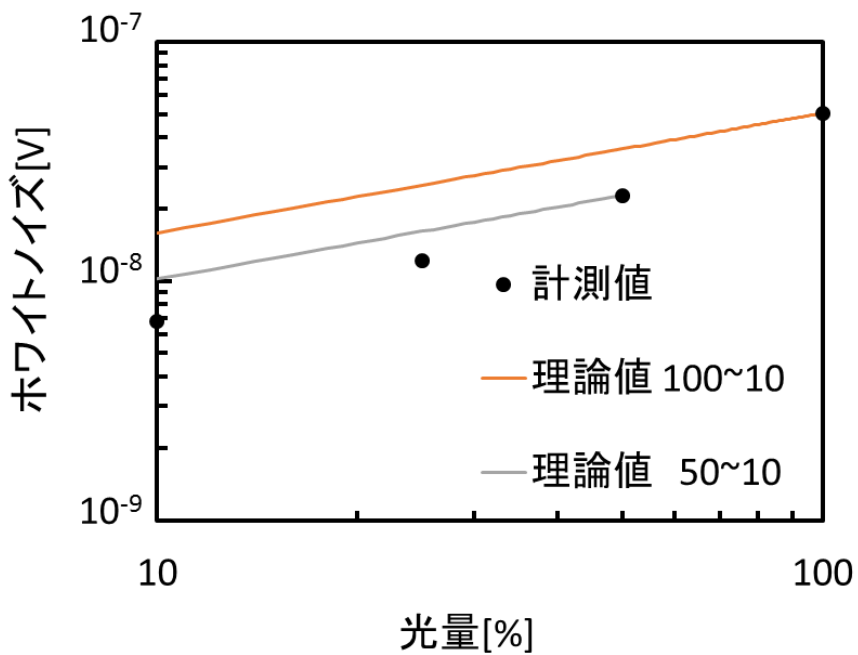


図 2-13 各光量におけるホワイトノイズの平均値

2.4.4 パワースペクトル密度と分解能

図 2-14 にパワースペクトルにおける分解能の変化によるホワイトノイズの平均値を、図 2-15 にパワースペクトル密度における分解能の変化によるホワイトノイズの平均値を示す。FFT アナライザで、熱振動は、パワースペクトルとして計測される。FFT アナライザを

使い始めた当初は、パワースペクトルをそのまま実験結果としていたが、図 2-14 のように、横軸分解能を下げていくごとにホワイトノイズの値も小さくなっていった。そこで、パワースペクトルの値を横軸分解能の値で割った数値をパワースペクトル密度とする。このように、パワースペクトルを、1Hz 当たりの密度で正規化してホワイトノイズを計測すると、図 2-15 のように、横軸分解能が変化してもホワイトノイズはほぼ変化しないことが分かった。これより、熱振動の値は、パワースペクトル密度とすることにした。また、ホワイトノイズの大きさは分解能に影響されないことが分かった。

さらに、横軸分解能が大きすぎると、計測される波形は変形してしまうため、横軸分解能はある一定の数値よりも低くなければならないことが分かった。その数値を、

$$\frac{\omega_0}{Q} = \Delta f \quad (2-4)$$

で表す。例えば、梁 A の場合、Q 値が約 100000[-]であるため、

$$\frac{86.8 \times 10^3}{100000} \cong 0.86 \quad (2-5)$$

のように横軸分解能は約 0.8[Hz]以下に設定しなければならない。ただし、 ω_0 は固有振動数、 Δf は横軸分解能を示す。

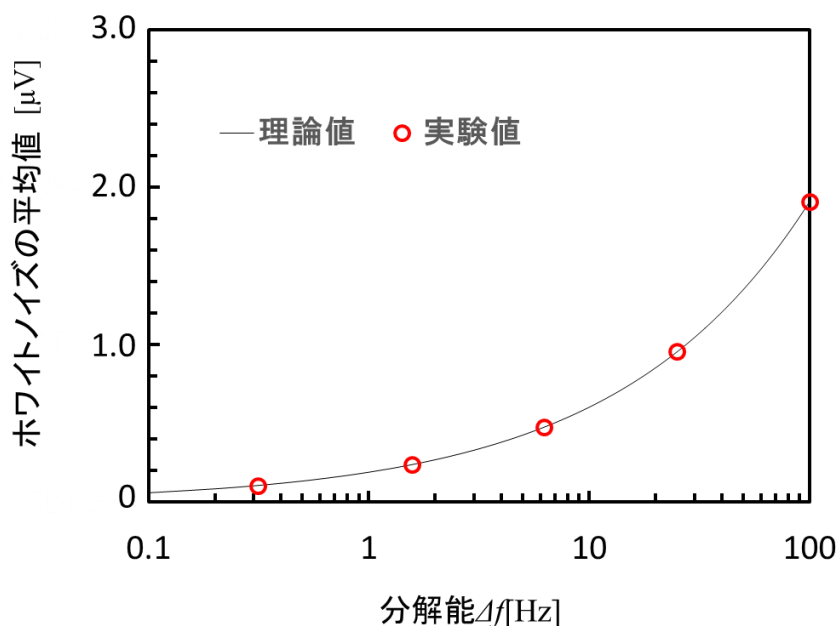


図 2-14 分解能の変化によるホワイトノイズの平均値

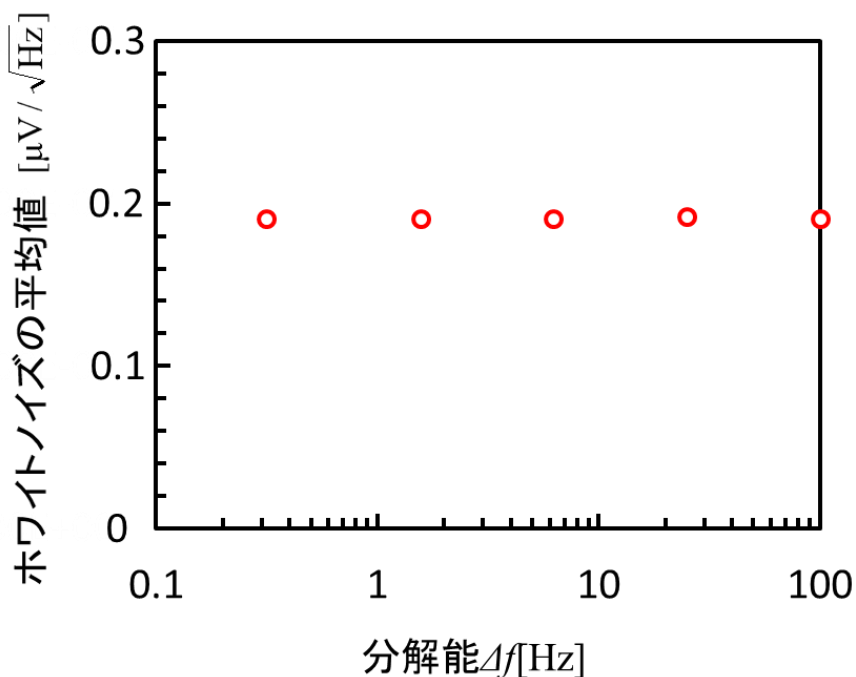


図 2-15 パワースペクトル密度における分解能の変化によるホワイトノイズの平均値

2.5 デュアルチャンネルプログラマブルフィルタ(DCPF)

図 2-16 に DCPF の概観を示す。高域通過フィルタ(HPF)、低域通過フィルタ(LPF)、帯域通過フィルタ(BPF)などのフィルタ回路を設定できる。また、CH-A と CH-B の 2 つのチャンネルがあり、それぞれ周波数を設定することができる。CH-A と CH-B を内部で接続する CASCADE モードと、それぞれ別にする SEPARATE モードがある。また、CH-A と CH-B の周波数を調節することで、信号が本装置に入力される前と出力された後で位相をずらすことができる。

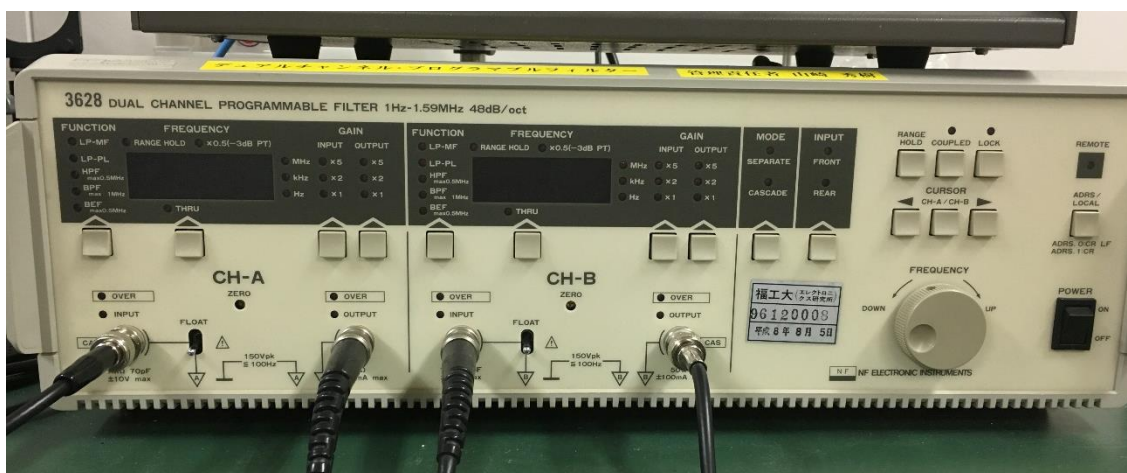


図 2-16 DCPF の概観

2.6 真空装置

2.6.1 ロータリーポンプ

ロータリーポンプの概観を図 2-17 に示す。一般的な真空ポンプであり、大気から高真空にするための粗引きや、後述の油拡散ポンプの排圧に用いられる。最大で 1.3×10^{-1} [Pa]までひくことができる。

2.6.2 油拡散ポンプ

油拡散ポンプの概観を図 2-18 に、使用後の操作を誤ったために油が付着した片持ち梁を図 2-17 に示す。最大で 1.0×10^{-5} [Pa]までの高真空をひくことができる。ロータリーポンプでしっかりと粗引きした後に使用する。使用中は図 2-18 の②と④が開いており、①と③は閉じている。使用後はスイッチを切ってすぐに②と④を閉じる。そしてロータリーポンプのスイッチを切り、①と③を開ける。この順番を誤ると、ポンプ内が酸化される可能性がある。また、真空容器内に油が充満することで、図 2-19 のように、片持ち梁を始めとしたマイケルソン干渉計に油が付着してしまう。



図 2-17 ロータリーポンプの概観

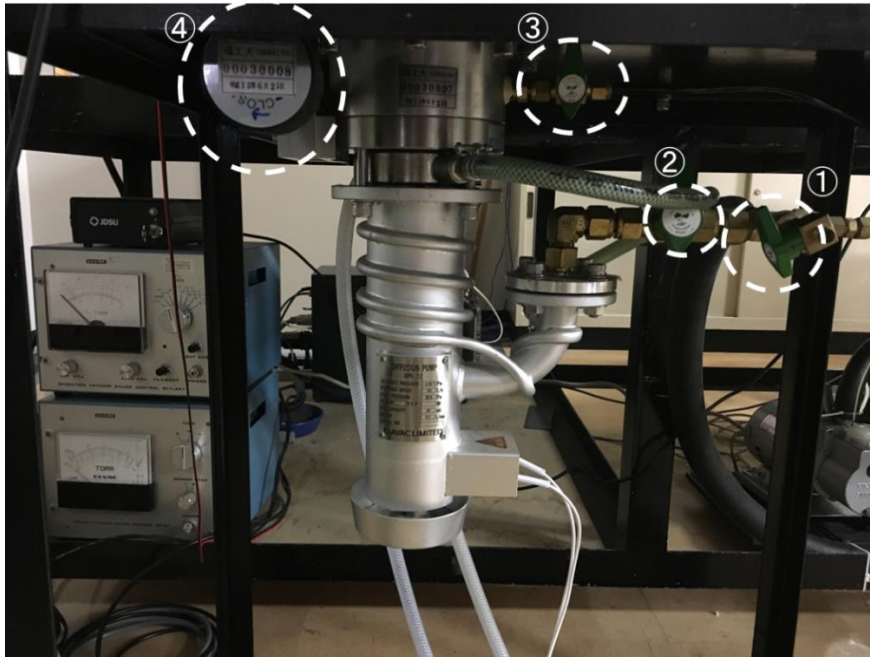


図 2-18 油拡散ポンプの概観

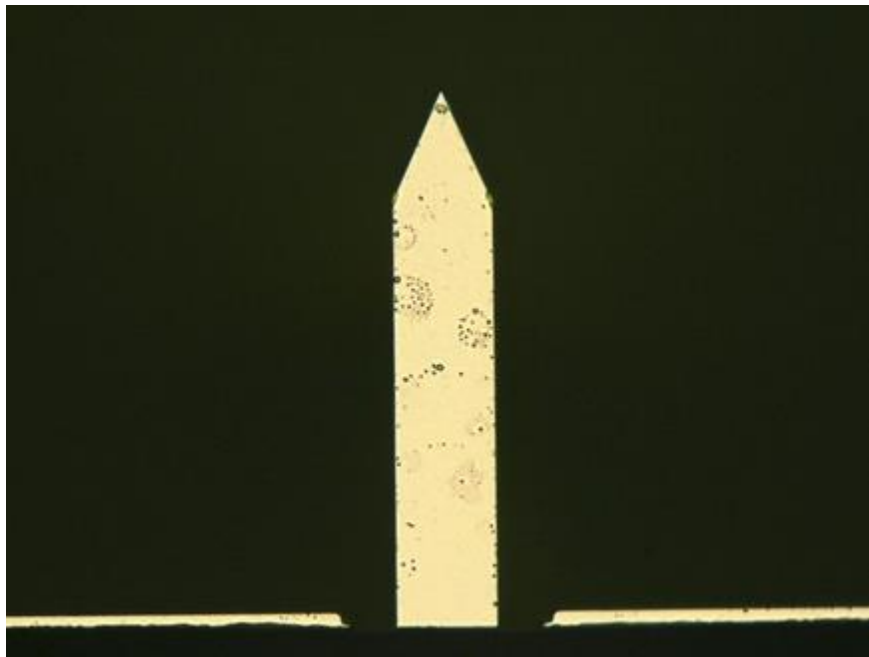


図 2-19 油で汚れた片持ち梁

2.7 真空計

2.7.1 ピラニ真空計

ピラニ真空計の概観を図 2-20 に示す. 約 2600[Pa]から 1.33[Pa]までの低い真空度を測定する時に用いる.

2.7.2 電離真空計

電離真空計の概観を図 2-21 に、電離真空計のゲージ部の概観を図 2-22 に示す。最大で 1.0×10^{-7} [Pa] までの高い真空度を測定することができる。ただし、真空度が低い時に電離真空計のゲージ部のスイッチを入れると、コードの部分が焦げてしまう可能性があるため、真空度が低い時は使用できない。



図 2-20 ピラニ真空計



図 2-21 電離真空計

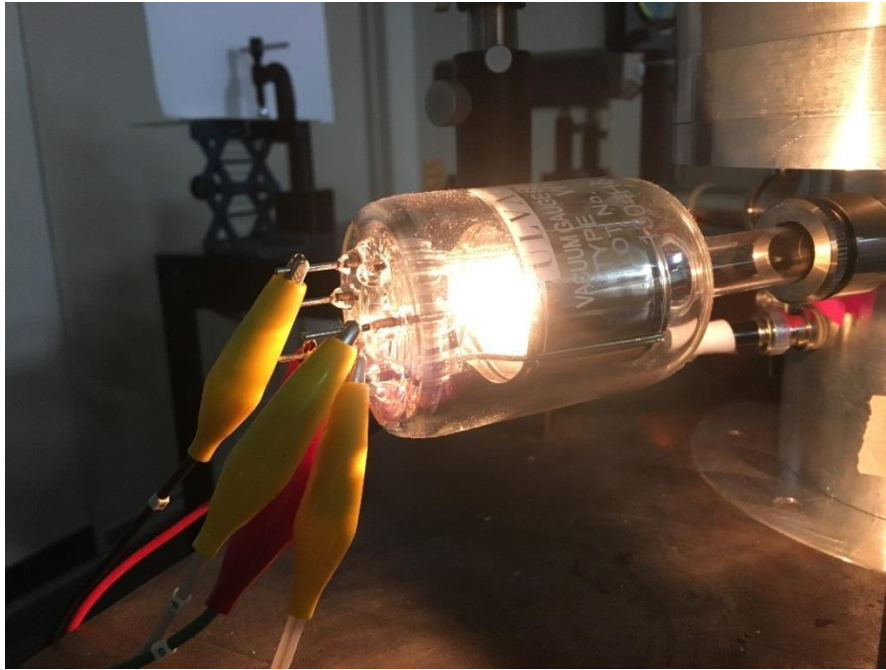


図 2-22 電離真空計のゲージ部

2.8 単層ピエゾ素子

図 2-23 に、単層ピエゾ素子の概観を示す。片持ち梁の架台であり、片持ち梁の熱振動を制振させるためのものである。図の①が単層ピエゾ素子であり、②の部分に片持ち梁が附着している。

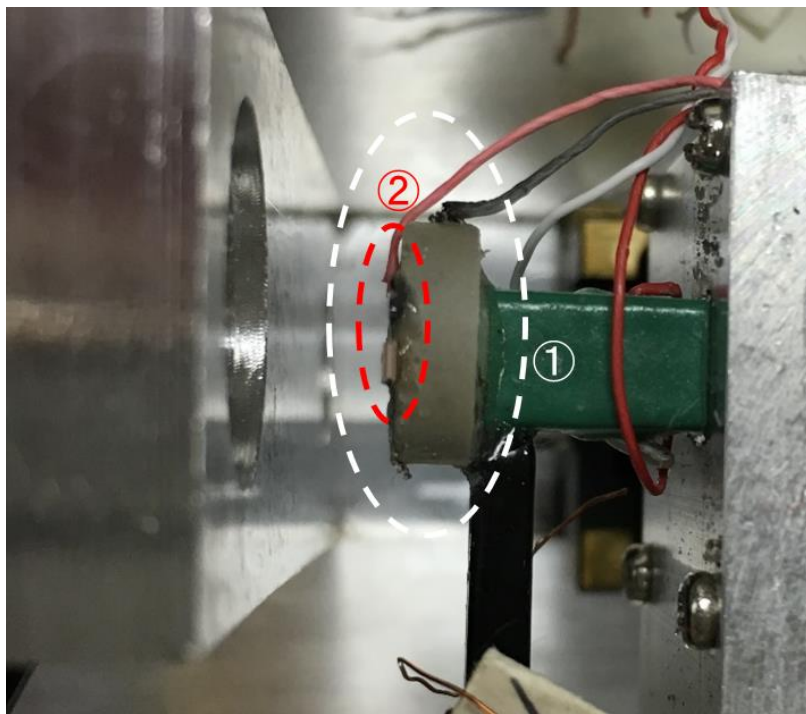


図 2-23 単層ピエゾ素子の概観

2.8.1 単層ピエゾ素子の構成

図 2-24 に単層ピエゾ素子の感度計測システムを、図 2-25 に可変コンデンサを用いた単層ピエゾ素子の感度、図 2-26 にアテレータを用いた単層ピエゾ素子の感度の実験結果をそれぞれ示す。熱振動を減衰させるための単層ピエゾ素子が、印加される電圧に対して、どの程度振動するかを調べるために、ファンクションジェネレータ（以下 FG）を用いて単層ピエゾ素子に印加する電圧を変えていき、その振動を計測する実験を行った。なお、信号は片持ち梁の土台部分にレーザーを当てたものとし、片持ち梁の振動は、考えないものとする。また、可変コンデンサ（6~12[pF]）は、梁 A の熱振動を制振させるために用いるものとし、アテネータ（20dB）は、梁 B の熱振動を制振させるために用いるものとする。

実験の結果より、可変コンデンサを用いた場合では、感度は約 1.47[pm/V]となり、標準偏差は約 0.047[pm]であった。また、アテネータを用いた場合では、感度は約 388[pm/V]となり、標準偏差は 0.37[pm]であった。

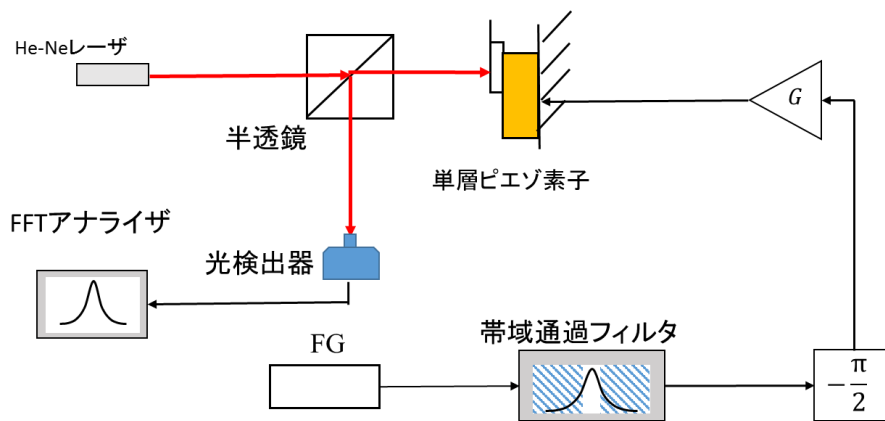


図 2-24 単層ピエゾ素子の感度計測システム

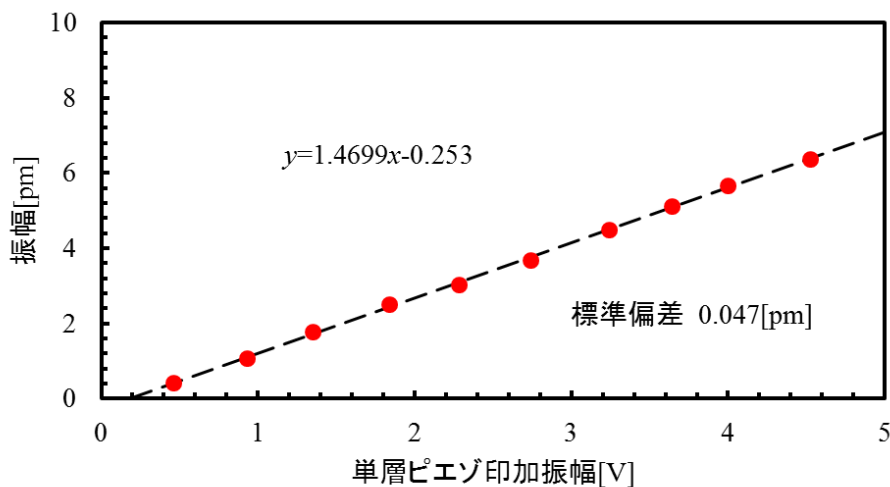


図 2-25 可変コンデンサを用いた単層ピエゾ素子の感度

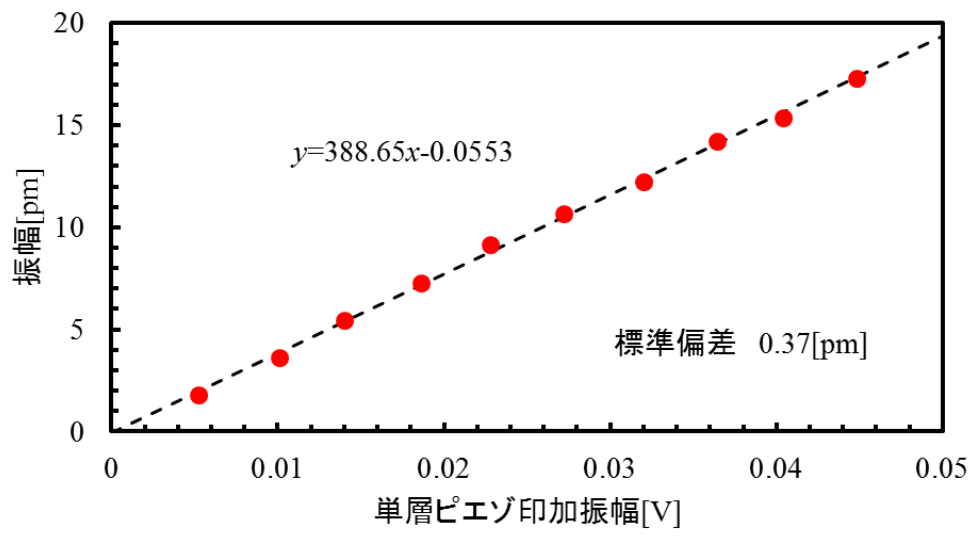


図 2-26 アテネータを用いた単層ピエゾ素子の感度

第 3 章

熱振動計測

3.1 片持ち梁の熱振幅の理論計算

片持ち梁は、熱により常に振動している。その仕組みを図 3-1 に示す。ただし、 x は熱振幅の実効値(r.m.s), k は片持ち梁のばね定数である。

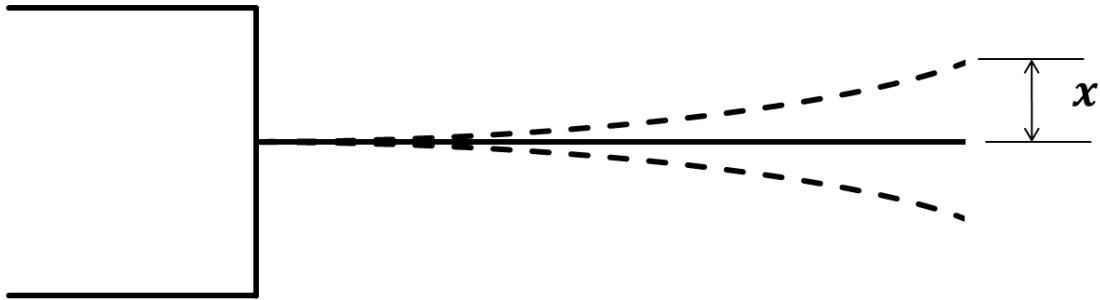


図 3-1 片持ち梁の熱振動の仕組み

熱平衡状態の時、1つの自由度に対して熱エネルギー $\frac{1}{2}k_B T$ が分配され、この熱エネルギーと片持ち梁の運動エネルギーの関係式は、

$$\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}kx^2 \tag{3-1}$$

と表すことができる。この時、 k_B はボルツマン定数である。ここで 2 種類の片持ち梁は、ばね定数がそれぞれ違うため、それぞれの熱振幅の実効値も違う値となる。梁 A の熱振幅の実効値 x_1 は、 $T=300[\text{K}]$, $k_B=1.38[\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{K})]$, $k=2[\text{N}/\text{m}]$ とすると、

$$x_1 = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} = \sqrt{\frac{1.38 \times 10^{-23} \times 300}{2}} \tag{3-2}$$

$$x_1 = 4.5 \times 10^{-11} [\text{m}] \tag{3-3}$$

$$x_1 = 45 [\text{pm}] \tag{3-4}$$

となるため、梁 A の熱振幅の実効値は約 50[pm]と予想できる。また、梁 B の熱振幅の実効値 x_2 は、 $T=300[\text{K}]$, $k_B=1.38[\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{K})]$, $k=0.006[\text{N}/\text{m}]$ とすると、

$$x_2 = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} = \sqrt{\frac{1.38 \times 10^{-23} \times 300}{0.006}} \quad (3-5)$$

$$x_2 = 8.31 \times 10^{-10} [\text{m}] \quad (3-6)$$

$$x_2 = 831 [\text{pm}] \quad (3-7)$$

となるため、梁 B の熱振幅の実効値は約 800[pm]と予想できる。

3.2 熱振動計測方法

熱振動計測システムを図 3-2 に示す 2.2 で述べたように、マイケルソン干渉計を用いて干渉させた光を光検出器で読み取る。さらにその電圧信号をフィードバック制御装置を用いて参照ピエゾ素子に印加させることで、基準電圧と電圧信号が一致するように調整される。その時の基準電圧と感度電圧の大きさの確認のためにオシロスコープを用いる。その後、電圧信号を FFT アナライザで測定する。なお、図中の PZT はピエゾ素子を意味する。

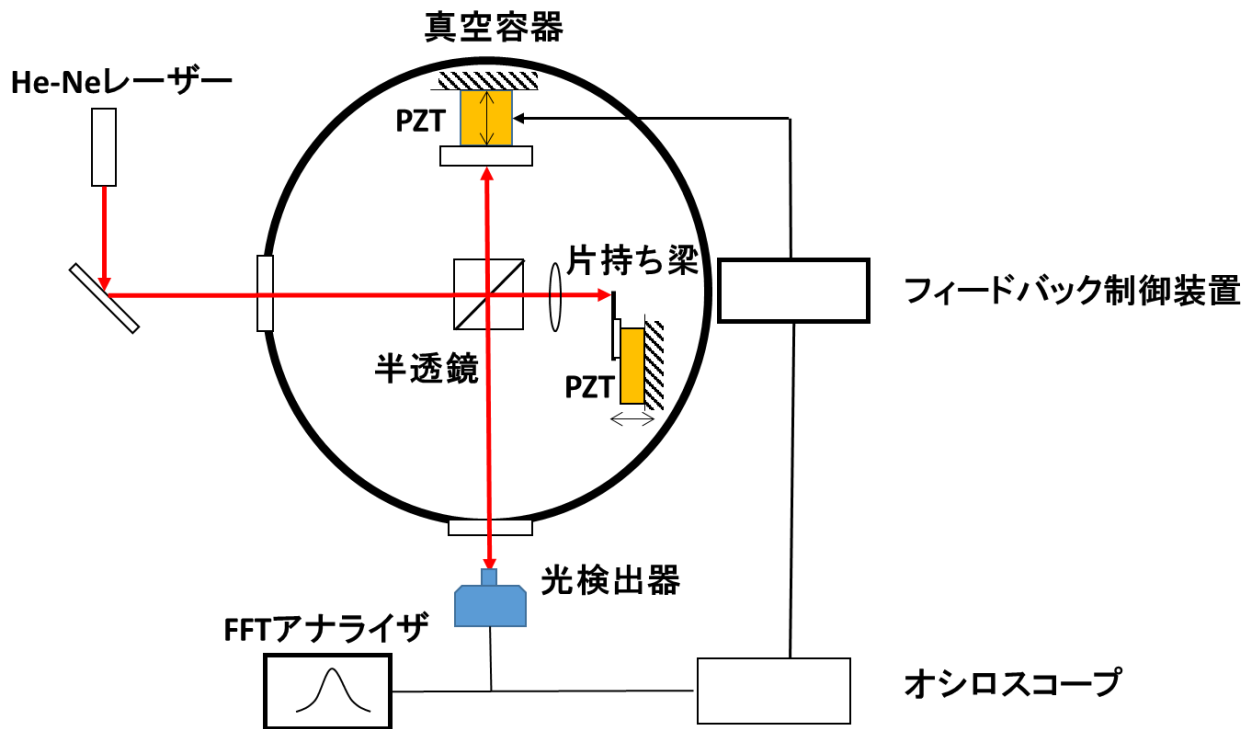


図 3-2 熱振動計測システム

3.3 片持ち梁の振動モード

片持ち梁の熱振動の振動モードは1つではない。1次振動モードを基本振動モードとし、2次振動モード、3次振動モードと無数の高次振動モードが存在する。

3.3.1 単結晶シリコン片持ち梁の振動モード

3.2のシステムを用いて、梁Aの熱振動の信号電圧を計測した。そのときの結果を図3-3に示す。図より、1次振動モードの固有振動数が約90[kHz]と高く、計測できる熱振動の周波数の範囲は、0~100[kHz]間に限られているため、高次振動モードを計測することができなかった。なお、1次振動モードの固有振動数は高真空中において、86.8[kHz]であった。

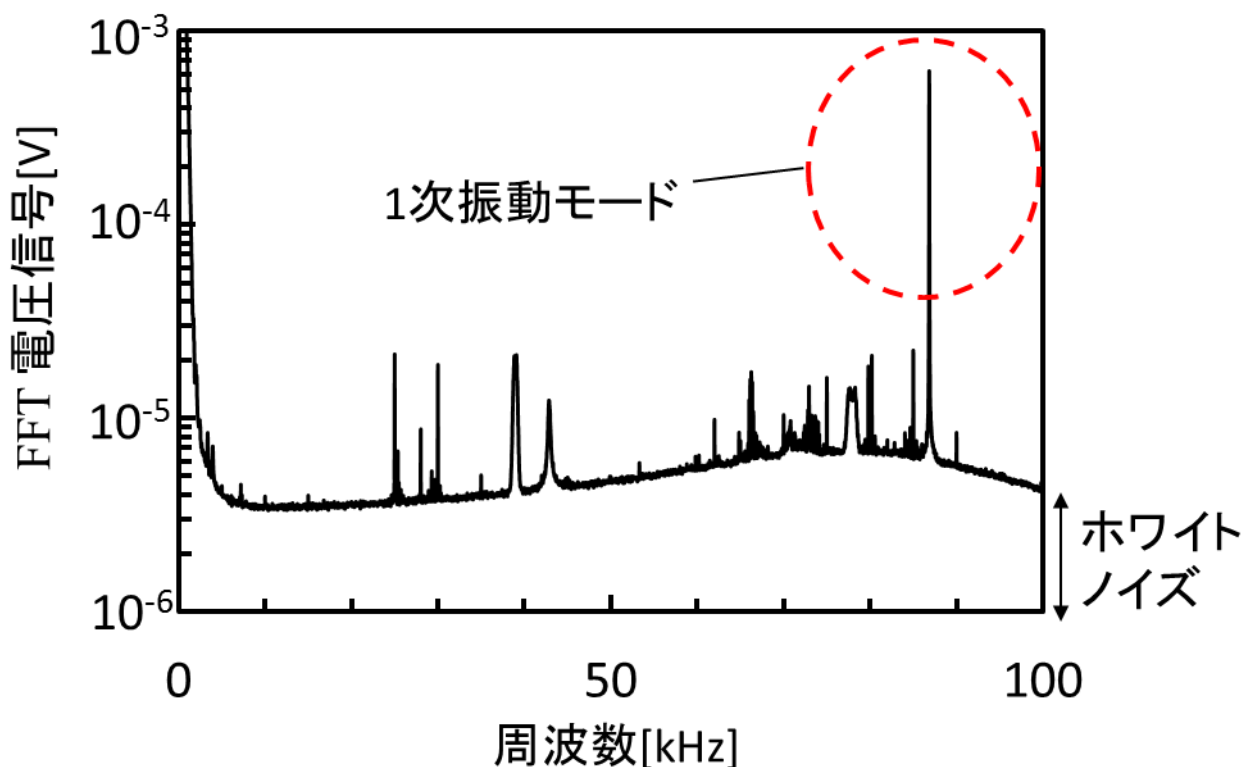


図 3-3 梁 A の熱振動の FFT 電圧信号

3.3.2 窒化シリコン片持ち梁の振動モード

3.2のシステムを用いて、梁Bの熱振動の電圧信号を計測した。そのときの結果を図3-4に、実験のシステムを図3-5に、実験結果のグラフを図3-6に示す。この片持ち梁は、梁Aと違って、1次振動モードの固有振動数が低いため、高次振動モードの振動を計測することができる。図より、約15[kHz]付近と約95[kHz]付近に振動のような波形が見られた。1次振動モードだと考えられる振動は、この片持ち梁のカタログ値である13[kHz]に近いいため、1次振動モードだと断定できる。2次振動モードだと考えられる波形は、1次振動モードの振動に比べると、電圧信号の値が小さく、外部からのノイズである可能性が否定で

きないため、この計測だけでは 2 次振動モードだと断定しにくい。そのため、図 3-4 の 2 つの波形が、片持ち梁の熱振動であることを確かめるための実験を行った。まず、梁 B にレーザー光を当てて干渉させた。次に FG を用いて、2[V]の電圧を、0~100[kHz]で 10[kHz]の範囲ずつ 10 回に分けて、片持ち梁の架台である単層ピエゾ素子に印加させた。なお、この時の印加時間は 2[s]である。その後、オシロスコープで FG からの信号と片持ち梁からの信号を計測した。

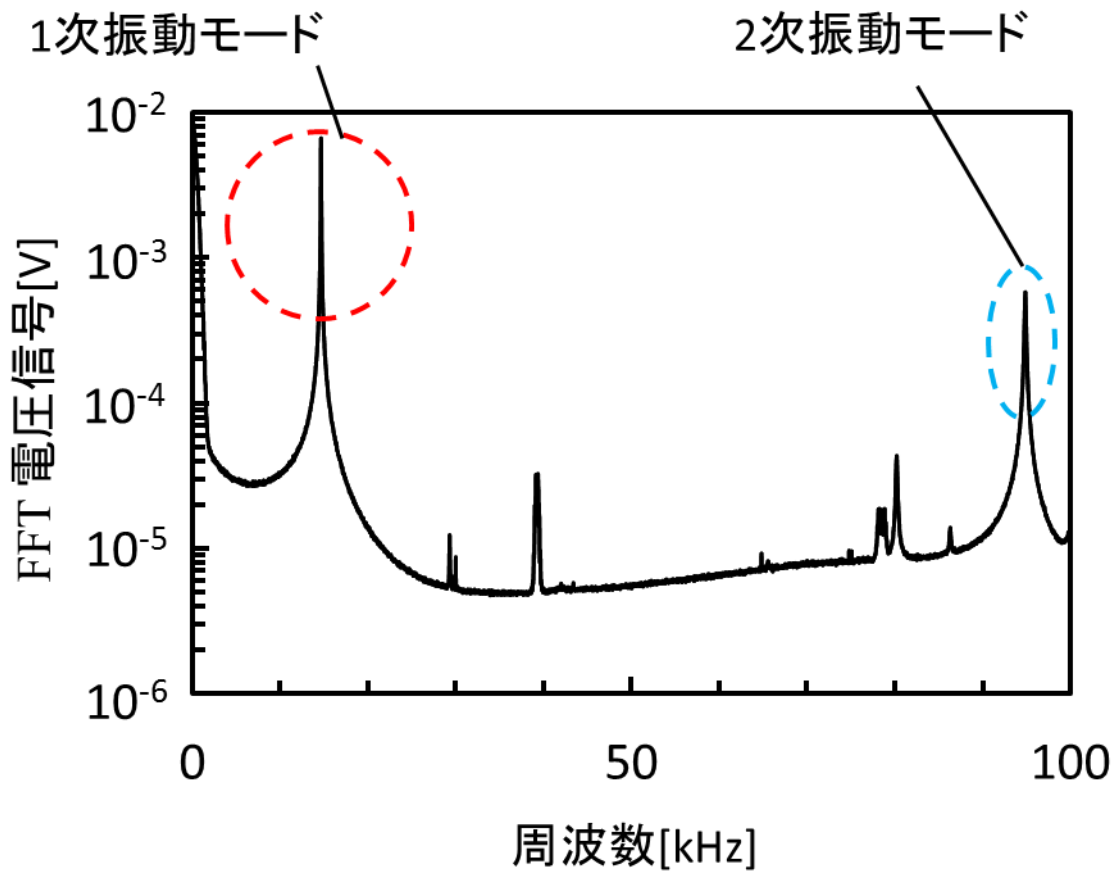


図 3-4 梁 B の熱振動の FFT 電圧信号

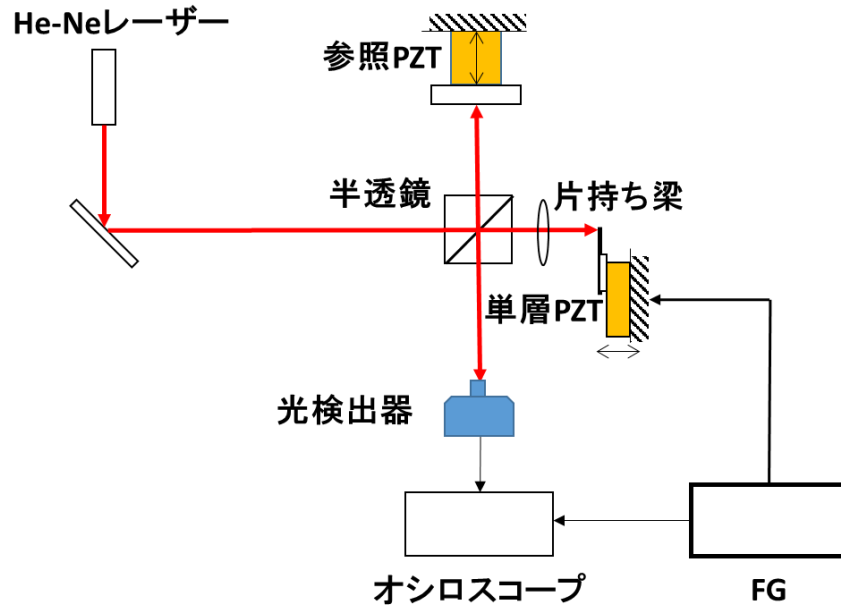


図 3-5 振動モード確認実験システム

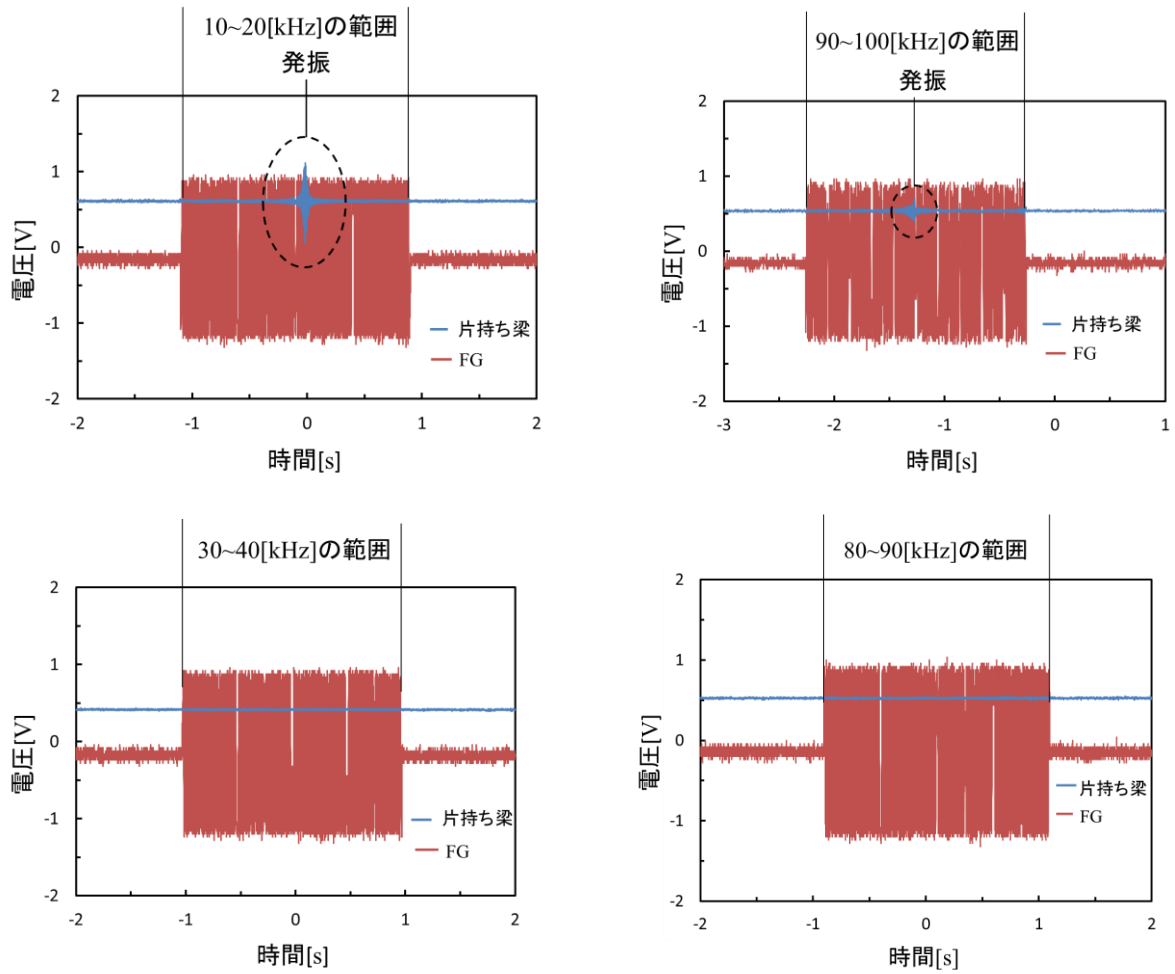


図 3-6 振動モードの確認実験の結果

図 3-6 より、周波数範囲が、10~20[kHz]と 90~100[kHz]の時は、固有振動数と思われる部分で、片持ち梁からの信号が発振していることが分かる。つまり、図 3-4 の 2 つの振動モードは、それぞれ片持ち梁からの 1 次振動モード、2 次振動モードだと断定できる。また、30~40[kHz]、80~90[kHz]の範囲を始め、その他の周波数範囲では、全く発振しなかったため、図 3-5 に示されている 2 つ以外の小さい波形は、全て外部からのノイズであることが分かった。

3.3.3 固有振動数の確認

図 3-7 に、それぞれの振動モードのモデルを示す。固有振動数が計測された値で正しいかを確認するため、連続体の振動の式[7]

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_n}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3-8)$$

を用いて、理論計算を行った。なお、 E はヤング率、 I は断面 2 次モーメント、 λ_n は境界条件、 ρ は密度、 A は断面積、 L は片持ち梁の長さである。これより、 $\lambda_1=1.875$ 、 $\lambda_2=4.694$ とすると、 $f_{t1}=6.26f_{t2}$ となった。計測値は、 $f_{m1}=14.7$ [kHz]、 $f_{m2}=94.5$ [kHz]より $f_{m1}=6.43f_{m2}$ となっており、理論値と計測値はよく一致している。なお、 f_{t1} は 1 次振動モードの理論値、 f_{t2} は 2 次振動モードの理論値、 f_{m1} は 1 次振動モードの計測値、 f_{m2} は 2 次振動モードの計測値を表す。

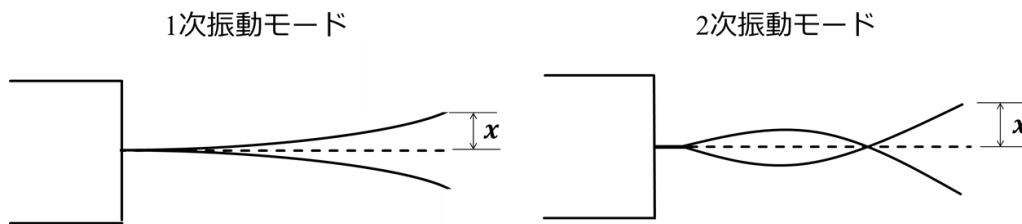


図 3-7 それぞれの振動モードのモデル

第 4 章

熱振動の制振

4.1 熱振動制振実験の方法

熱振動を計測し，制振するシステムを図 4-1 に示す．マイケルソン干渉計で干渉させた光を光検出器で読み取る．その信号を，帯域通過フィルタ（以下 BPF）を通して位相を 90 度遅らせ，ループゲインをかけて単層ピエゾ素子に印加させることによって，片持ち梁の熱振動が減衰する．（フィードバック冷却）なお，本実験は全て室温で行った．

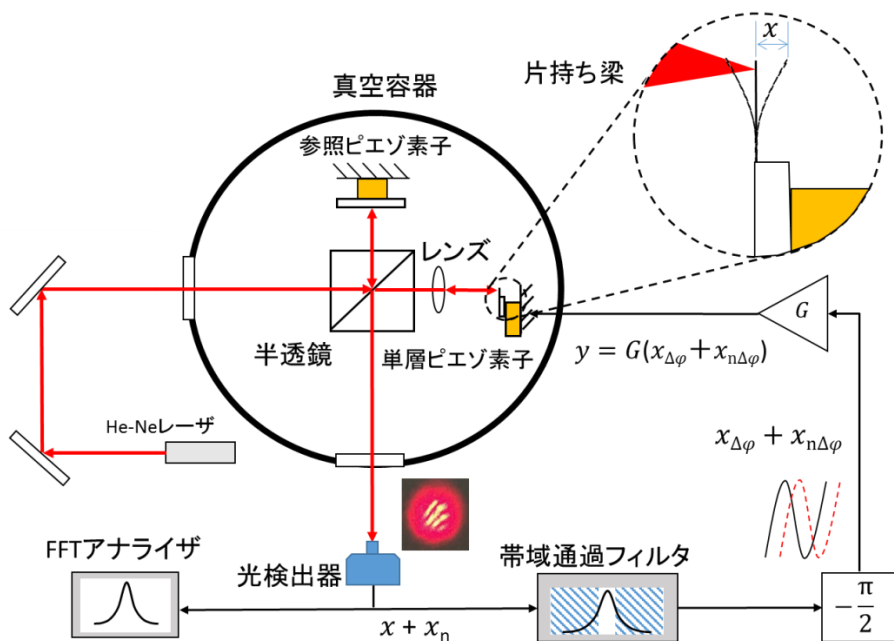


図 4-1 熱振動制振システム

4.2 BPF の位相の設定

図 4-2 に FG を用いた位相差の検出の実験システムを，図 4-3 に，位相差の計算方法を，表 4-4 にその結果を示す．DCPF で BPF に設定して，位相を 90 度遅らせるには，DCPF の CH-A と CH-B の周波数を $\Delta\phi = -90^\circ$ になるように設定しなければならない．そのため，FG を用いて，CH-A へ入力した信号と CH-B から出力した信号で，位相が 90 度遅れるよう DCPF を設定した．その時の位相差を求める式は

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t \cdot \frac{180}{\pi} \cong -90 \quad (4-1)$$

で表す．

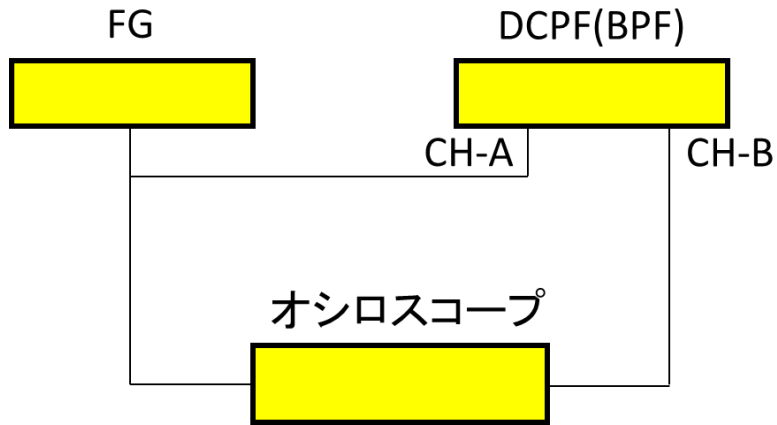


図 4-2 FG を用いた位相差の検出の実験システム

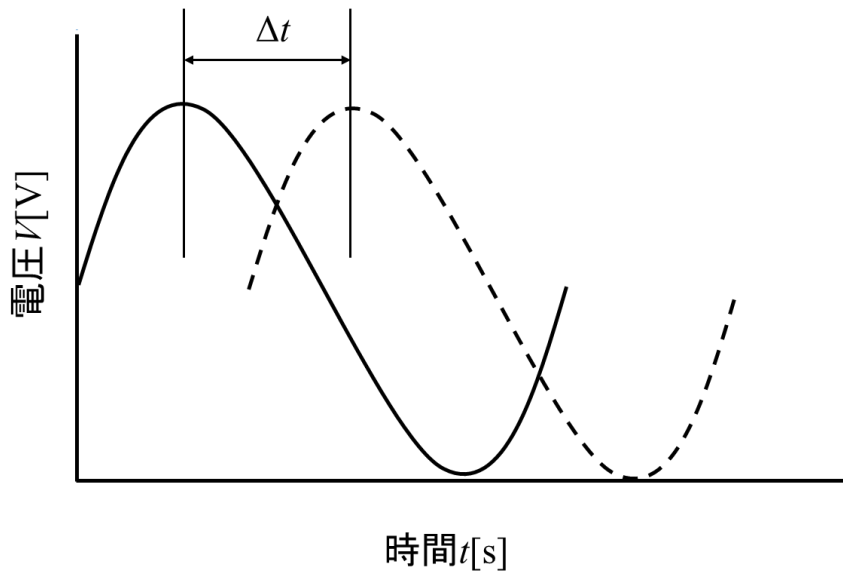


図 4-3 位相差のシステム

表 4-1 CH-A と CH-B の結果

	CH-A[kHz]	CH-B[kHz]
梁Aの1次振動モード ($f=86.8$ [kHz])	87	79
梁Bの1次振動モード ($f=14.7$ [kHz])	14.5	15.8
梁Bの2次振動モード ($f=94.5$ [kHz])	95	102

4.3 熱振動制振の理論計算

図 4-8 に、片持ち梁の熱振動制振モデルを示す。

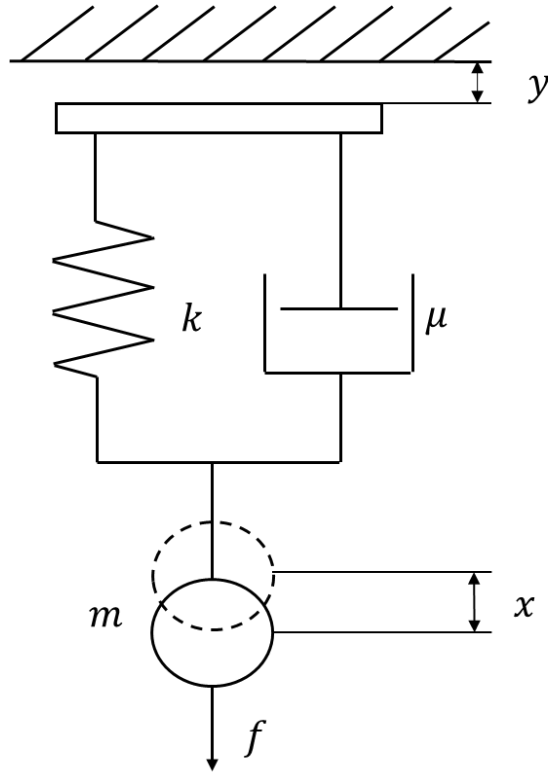


図 4-4 片持ち梁の熱振動制振モデル

片持ち梁の熱振動を制振させている時の運動方程式を、

$$f(t) = m(x(t) + y(t))'' + \mu x'(t) + kx(t) \quad (4-2)$$

と表すことができる。ここで、 $y(t)$ は、

$$y(t) = G(x_{\Delta\phi} + x_{n\Delta\phi}) \quad (4-3)$$

と表され、常に $x(t) \gg y(t)$ であるため、 $y(t)$ は計測上では無視できるものとする。ただし、 $f(t)$ は熱振動を引き起こす力、 $x(t)$ は片持ち梁の変位、 $x_n(t)$ は、ホワイトノイズ、 $y(t)$ は単層ピエゾ素子の変位、 $x_{\Delta\phi}(t)$ は単層ピエゾ素子に印加する片持ち梁の変位、 $x_{n\Delta\phi}(t)$ は単層ピエゾ素子に印加されるホワイトノイズ、 G はループゲイン、 m は片持ち梁の等価質量、 μ は減衰係数である。さらに、

$$f(t) = \hat{f}(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-4)$$

$$x(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-5)$$

$$x_n(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-6)$$

$$x_{\Delta\varphi}(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4-7)$$

$$x_{n\Delta\varphi}(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4-8)$$

と置き換え、

$$\mu = \frac{m\omega_0^2}{Q} \quad (4-9)$$

$$k = m\omega_0^2 \quad (4-10)$$

を用いると、 $\hat{x}(\omega)$ は、

$$\hat{x}(\omega) = \frac{\frac{\hat{f}(\omega)}{m} - jG\omega^2\hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\left(G\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)} \quad (4-11)$$

と表すことができる。よって、実際のパワースペクトル密度の理論値（真値）は

$$|\hat{x}(\omega)|^2 = \frac{\frac{1}{m^2}|\hat{f}(\omega)|^2 - G^2\omega^4|\hat{x}_n(\omega)|^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(G\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \quad (4-12)$$

と表せる。実際に計測されるパワースペクトルは、この $\hat{x}(\omega)$ にホワイトノイズである $\hat{x}_n(\omega)$ を加えた値となるため、

$$\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega) = \frac{\frac{\hat{f}(\omega)}{m} + \left\{ (\omega_0^2 - \omega^2) + j \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right\} \hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j \left(G \omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)} \quad (4-13)$$

であり，計測されるパワースペクトルの理論値（測定値）は

$$|\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)|^2 = \frac{\frac{1}{m^2} |\hat{f}(\omega)|^2 + \left\{ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2 \right\} |\hat{x}_n(\omega)|^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(G \omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2} \quad (4-14)$$

となる．なお，固有振動数における実際の振幅密度の理論値（真値）は

$$|\hat{x}(\omega_0)| = |\hat{x}_0(\omega_0)| \sqrt{\frac{1}{(QG+1)^2} + \frac{G^2}{\left(G + \frac{1}{Q} \right)^2} \frac{|\hat{x}_n(\omega_0)|^2}{|\hat{x}_0(\omega_0)|^2}} \quad (4-15)$$

であり，固有振動数における振幅密度の理論値（測定値）は

$$|\hat{x}(\omega_0) + \hat{x}_n(\omega_0)| = \sqrt{|\hat{x}_0(\omega_0)|^2 + |\hat{x}_n(\omega_0)|^2} \frac{1}{QG+1} \quad (4-16)$$

となる．ただし， $|\hat{x}_0(\omega_0)|$ は制振前の振幅密度， ω_0 は固有角振動数である．

4.4 単結晶シリコン片持ち梁の熱振動制振

図 4-5 に，ループゲインの変化におけるパワースペクトル密度の変化を，図 4-6 に各ループゲインにおけるパワースペクトル密度の理論値（真値）の変化を，図 4-7 に，各ループゲインにおける固有振動数の振幅密度の変化を示す．ここでいう振幅密度とは，パワースペクトル密度を 1/2 乗したものである．まず，梁 A の熱振動の 1 次振動モードを制振させ，理論値と比較した．図 4-5 より，ループゲインを上げていくごとに，パワースペクトル密度が減衰していることが分かる．また，多少の誤差はあるが，理論値とよく一致していることが分かる．図 4-7 より，ループゲインの変化とともに，固有振動数の振幅密度が

減衰していることが分かる。こちらにも多少の誤差はあるが、理論値とよく一致していることが分かる。

また、図 4-6、4-7 より、パワースペクトル密度、振幅密度の真値は、ループゲインを上げていくと、一定の値になることが分かった。

ループゲインをかける前の振幅密度の測定値の値は約 $40[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ 、ループゲインを最大限にかけて減衰させた振幅密度の値は約 $0.04[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ であり、それぞれ比較すると、1/1000 まで減衰していることが分かった。これは、温度に換算すると、おおよそ $T=300[\mu\text{K}]$ まで冷却したことになる。また一定の値になった後の振幅密度の真値は、 $0.12[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ となり、1/333 まで減衰していることになり、温度に換算すると、約 $2.7[\text{mK}]$ まで冷却したことになる。

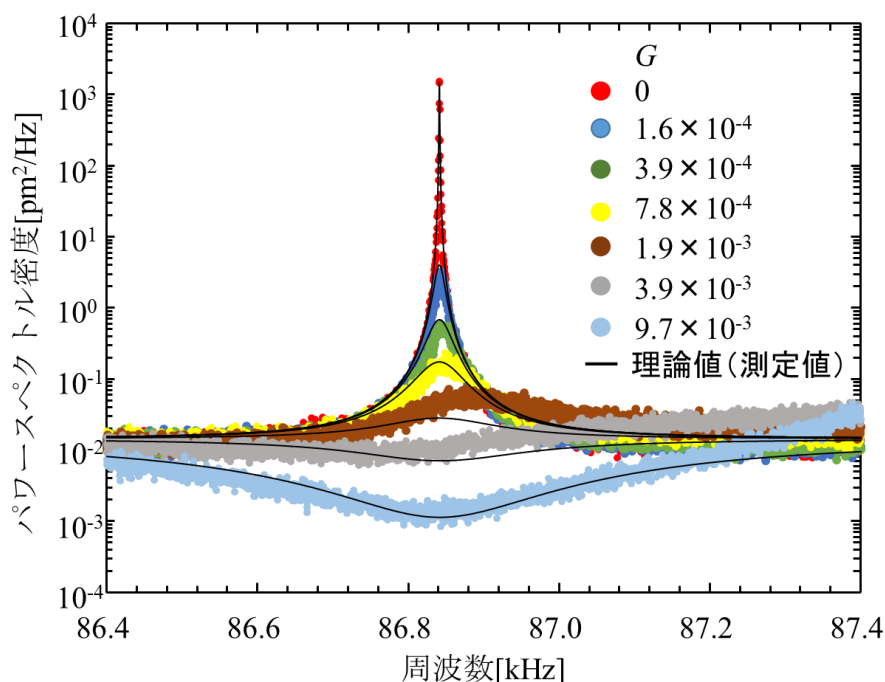


図 4-5 各ループゲインにおけるパワースペクトル密度の実験値の変化

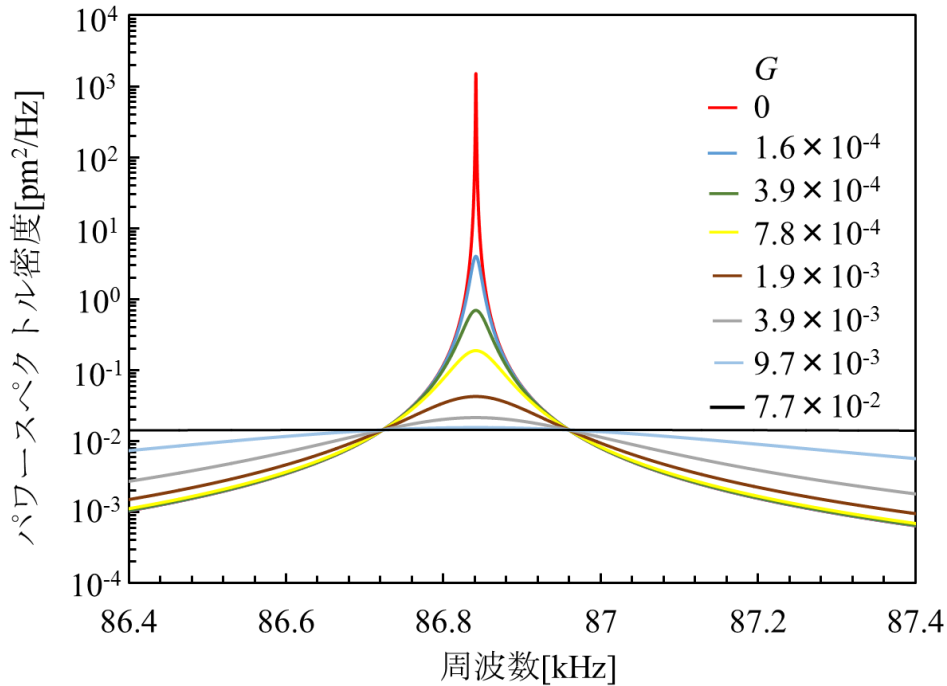


図 4-6 各ループゲインにおけるパワースペクトル密度の理論値（真値）の変化

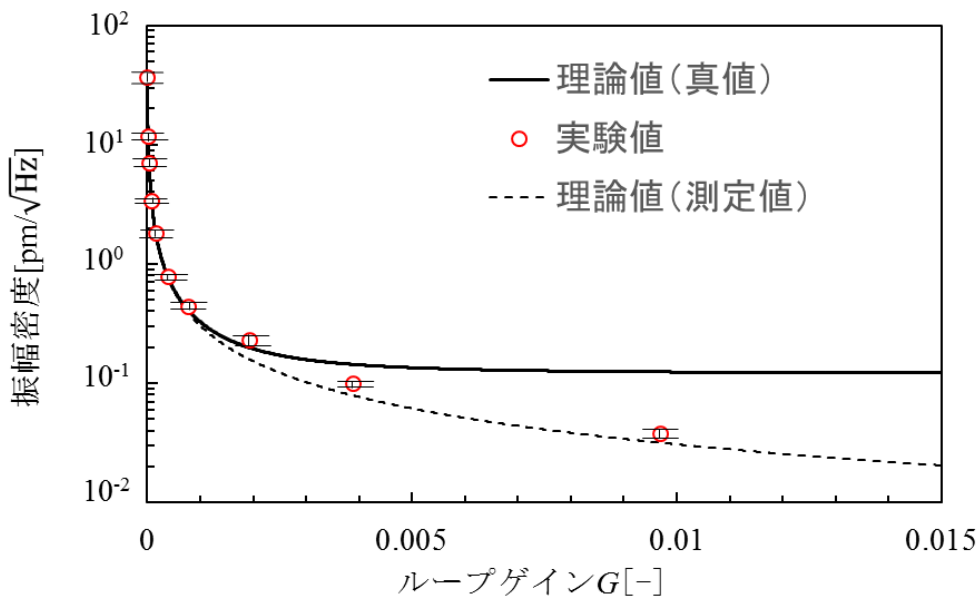


図 4-7 各ループゲインにおける固有振動数の振幅密度の変化

4.5 BPF を用いた窒化シリコン片持ち梁の熱振動制振

BPF を用いて表 4-1 の値に設定し、梁 B の熱振動を制振させた。図 4-8, 4-9 より、梁 B は、梁 A に比べて熱振動が減衰しにくく、発振しやすいことが分かった。また、BPF で設定した振動モードのパワースペクトル密度は減衰させることに成功したが、他の振動モードのパワースペクトル密度は一切減衰していないことが分かる。これより、BPF では、設定した振動モード以外の振動には影響を及ぼさないことが分かった。

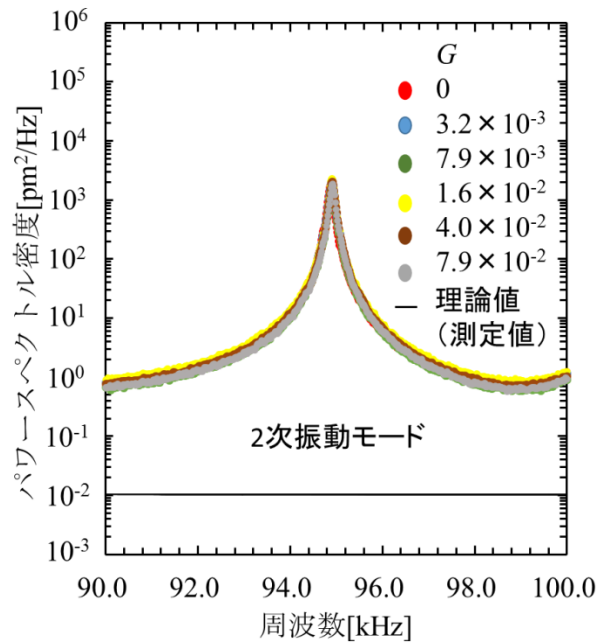
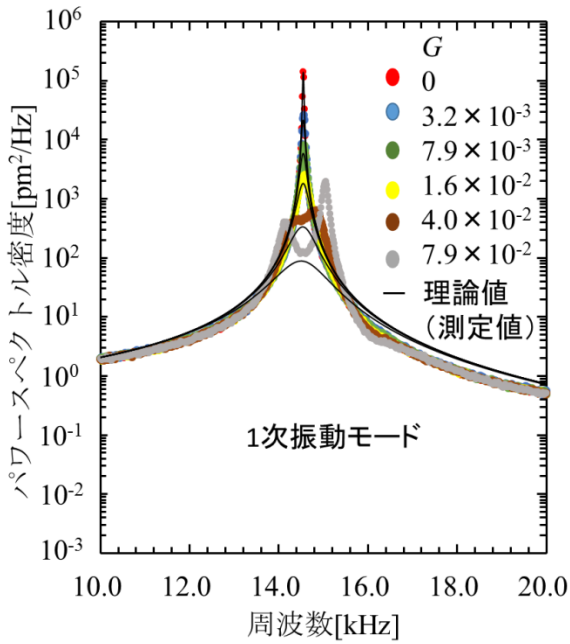


図 4-8 BPF で 1 次振動モードに設定した時のパワースペクトル密度の変化

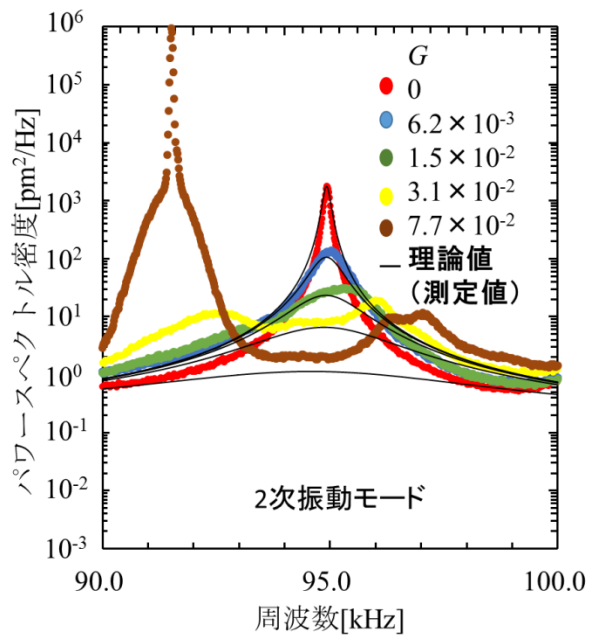
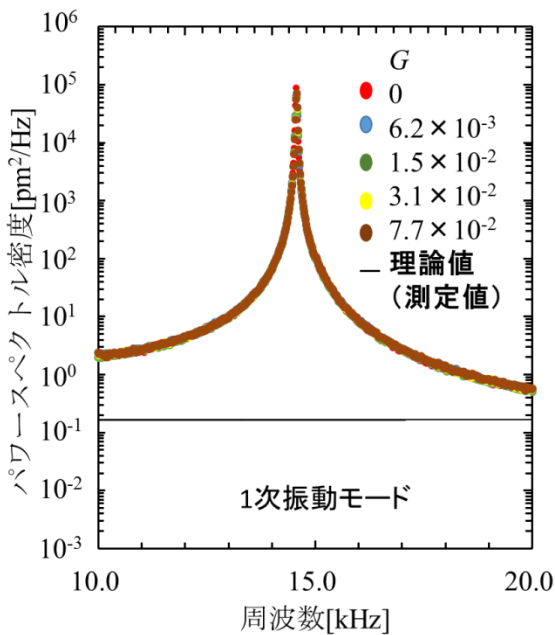


図 4-9 BPF で 2 次振動モードに設定した時のパワースペクトル密度の変化

4.6 微分回路を用いた 2 モード同時制振

梁 B の熱振幅を計測したところ 14.65kHz と 95kHz の 2 箇所熱振幅が検出された。2 つの熱振幅を帯域通過フィルタで同時制振できないか試みたが片方の振動モードしか制振できなかった。そこで微分回路の設計と開発を行い、2 モードの同時制振を行った。2 モード熱振幅を図 3-4 に示す。

4.7 微分回路装置

微分回路は、入力信号 V_{in} と出力信号 V_{out} で位相差が 90 度あり周波数が高くなるごとに電圧倍率も高くなる。また、本研究で使用した電池は、6LR61 9V 形アルカリ乾電池である。

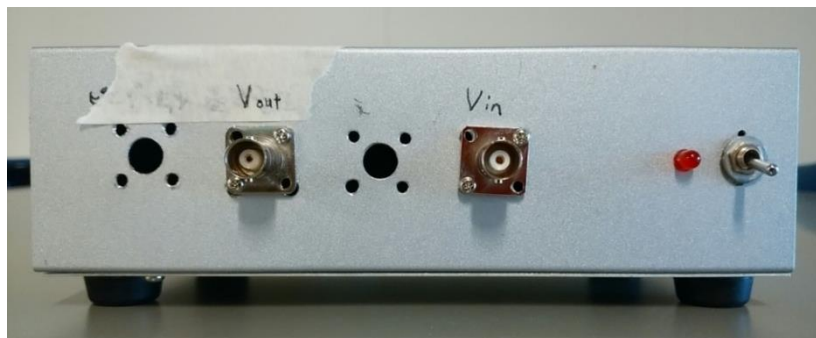


図 4-10 微分回路装置の概観

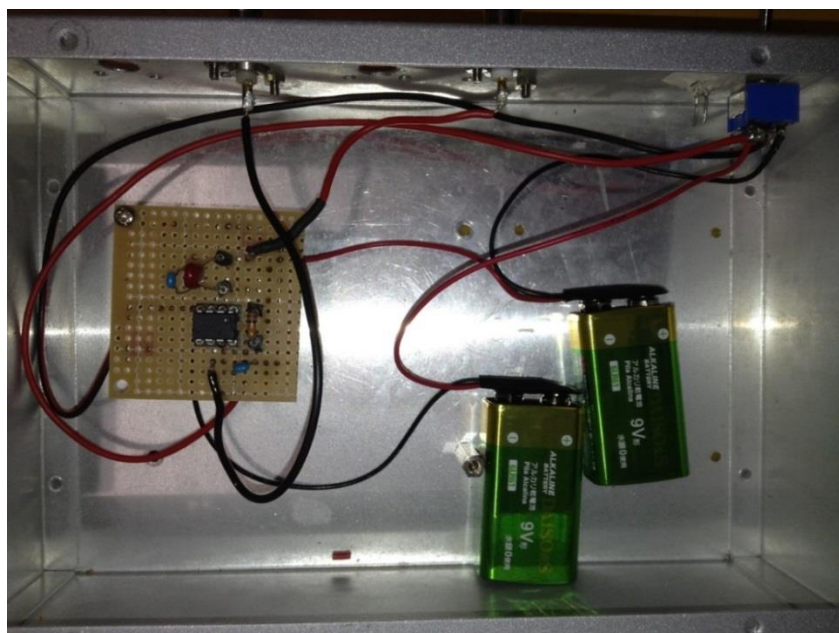


図 4-11 微分回路装置の内部

微分回路は図 4-12 のように抵抗 $R[\Omega]$ 、コンデンサ $C[F]$ 、オペアンプで構成される。微分回路は、周波数に関係なく常に位相を 90 度遅らせることができるので 2 モード同時制振が可能とされる。しかし、実際の微分回路は、入力信号の周波数と増幅度が比例する回路で高周波数の信号はとて大きく増幅し発振しやすくなっている。また位相も 90 度以上遅れる。そのため、微分回路はそのままでは使用できない。

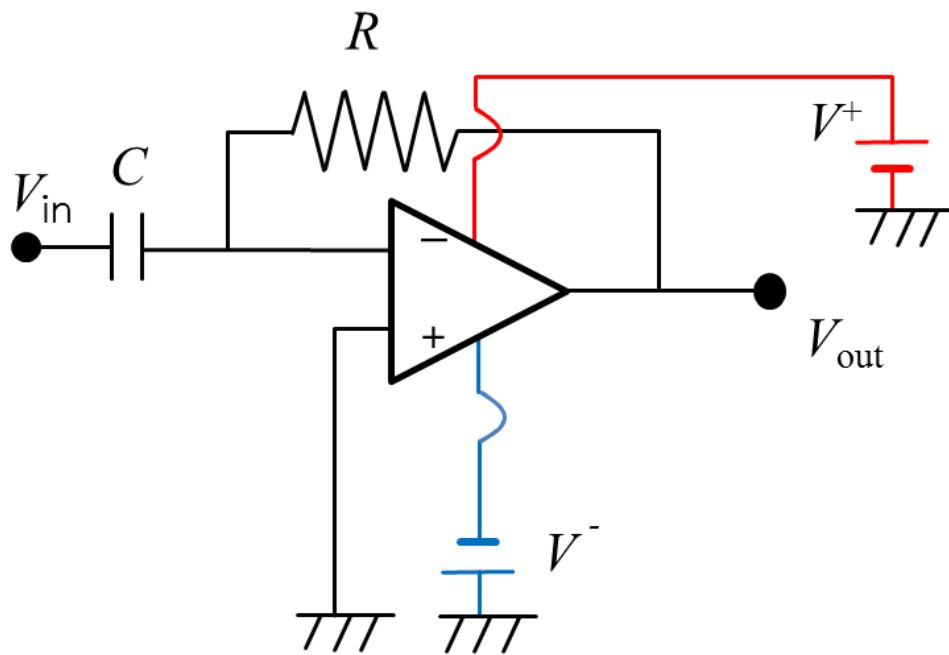


図 4-12 微分回路

そこで、本研究では動作電圧部にコンデンサを加えることで発振防止に努めた。それを図 4-13 に示す。動作電圧部のコンデンサ C_1 、 C_2 はそれぞれ $0.1[\mu\text{F}]$ である。

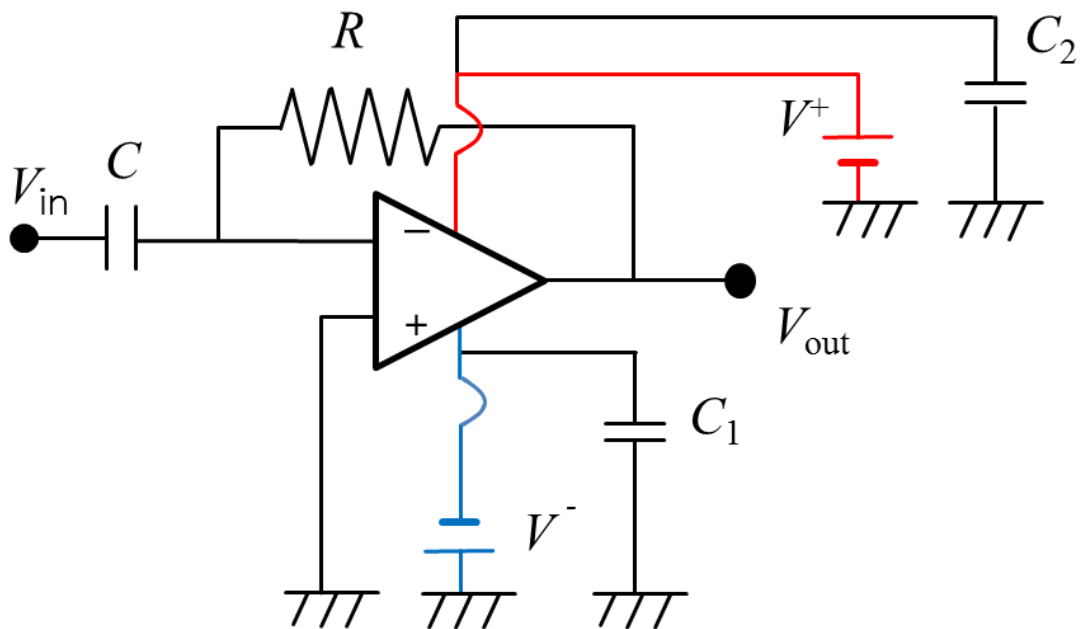


図 4-13 改良した微分回路

4.8 微分回路の位相と電圧倍率の特性

微分回路は、抵抗値とコンデンサ容量を変えることで電圧倍率を変えることができる。そこで、微分回路の位相差と電圧倍率の特性をファンクションジェネレータとオシロスコープを用いて計測した。図 4-14 に示す。

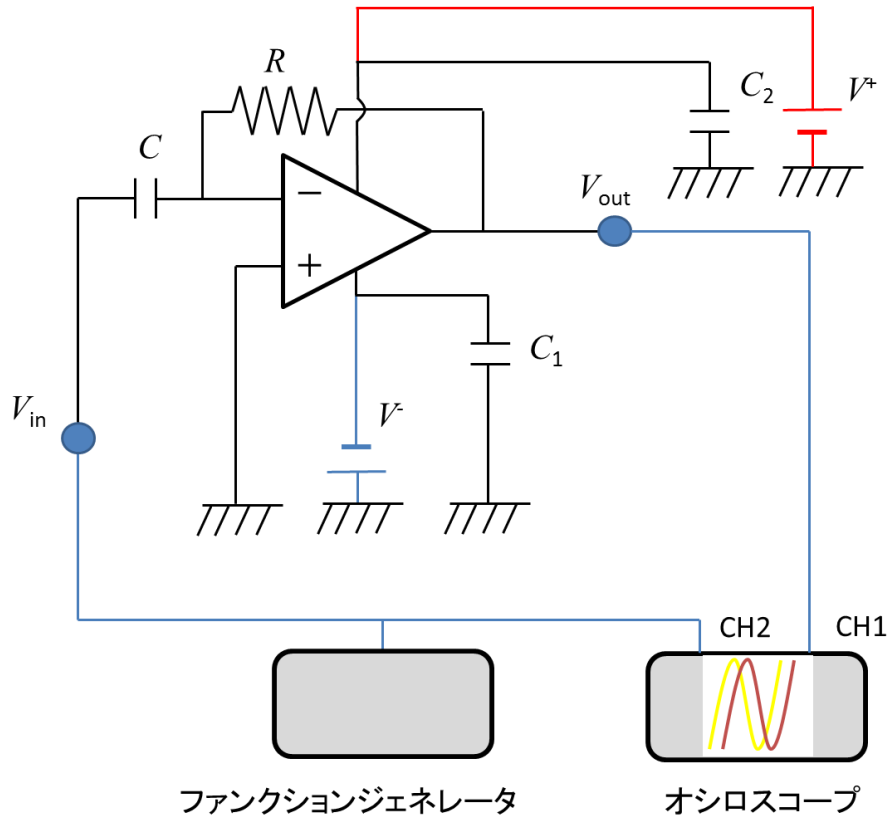


図 4-14 ファンクションジェネレータとオシロスコープを用いた微分回路の特性計測

4.9 微分回路のコンデンサ容量による位相と電圧倍率の特性と計算

4.9.1 微分回路のコンデンサ容量による位相と電圧倍率の特性

抵抗 R を $10[\text{k}\Omega]$ 、コンデンサの容量 C を $8200[\text{pF}]$, $820[\text{pF}]$, $330[\text{pF}]$, $220[\text{pF}]$, とかえていった。その時、第 1 縦軸に位相 $[\text{deg}]$ 、第 2 縦軸に電圧倍率 $[-]$ 、横軸に周波数 $[\text{kHz}]$ のコンデンサ容量を変えることによる位相と電圧倍率の特性グラフを図 4-15 に示す。丸い点が実験値、点線が理論線、四角点が計測した位相差、黒の実線が位相差の理論線となっている。図 4-15 に示すようにコンデンサ容量が高いほど電圧倍率も高くなっている。それによりコンデンサ容量 $8200[\text{pF}]$ では、電圧倍率は $10[\text{kHz}]$ までしか計測できずそれより高い周波数では飽和し計測不可となった。また、位相差の方でも $20[\text{kHz}]$ から位相が 90 度以上の遅れが計測された。上記よりコンデンサ容量は高くない方が良くことがわかった。そこで本研究では図 4-15 より微分回路に電圧倍率が高すぎず、位相遅れも約 90 度であるコンデンサ容量 $220[\text{pF}]$ 、抵抗 $10[\text{k}\Omega]$ 、高速オペアンプ $LM7171$ を使用することにした。

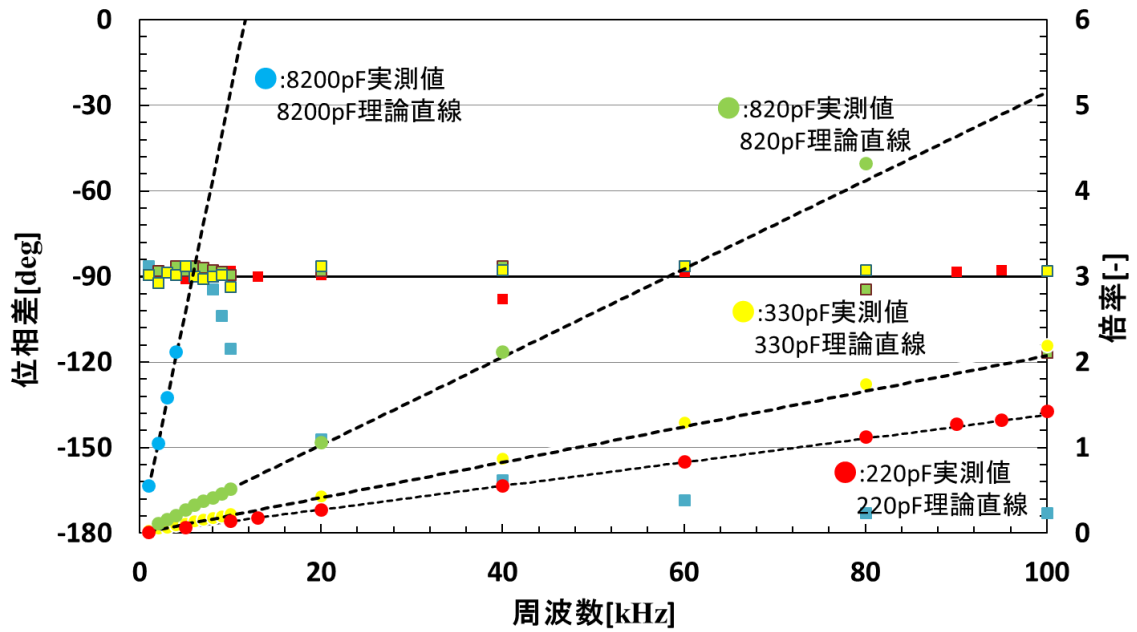


図 4-15 微分回路のコンデンサ容量による位相と電圧倍率の特性

4.9.2 位相差[deg]の計算

図 4-15 の位相差計算を行った. 位相差は, 図 4-14 のシステムで計測することができる. 位相差を φ [deg], 周波数 f [Hz], 図 4-16 の V_{in} (CH2) と V_{out} (CH1) の信号時間遅れを ΔX [s] とすると, 位相差 φ は式(4-1)より

$$\varphi = -\frac{200 \times 10^3 \times 2\pi \times 1.24 \times 10^{-6} \times 180}{\pi} \quad (4-17)$$

$$\varphi = -89.28 \text{ [deg]} \quad (4-18)$$

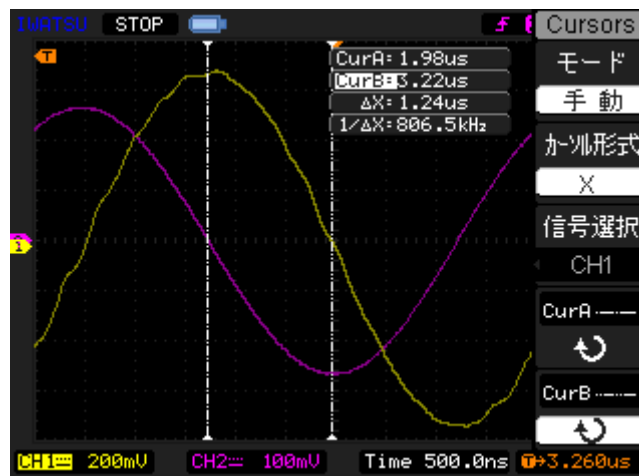


図 4-16 微分回路における入出力信号の位相差 ($f=200\text{kHz}$)

位相遅れは約 90 度になったが図 4-16 はオシロスコープの横軸の時間範囲と縦軸の電圧範囲を広いので精密な位相差計測ができない。そこで、図 4-17 に示すように図 4-16 と同じ信号であるが、オシロスコープの横軸の時間範囲と縦軸の電圧範囲を狭めることで図 4-17 の位相差 φ は、

$$\varphi = -\frac{200 \times 10^3 \times 2\pi \times 1.25 \times 10^{-6} \times 180}{\pi} \quad (4-19)$$

$$\varphi = -90[\text{deg}] \quad (4-20)$$

となり精度の高い計測計算を行うことができる。

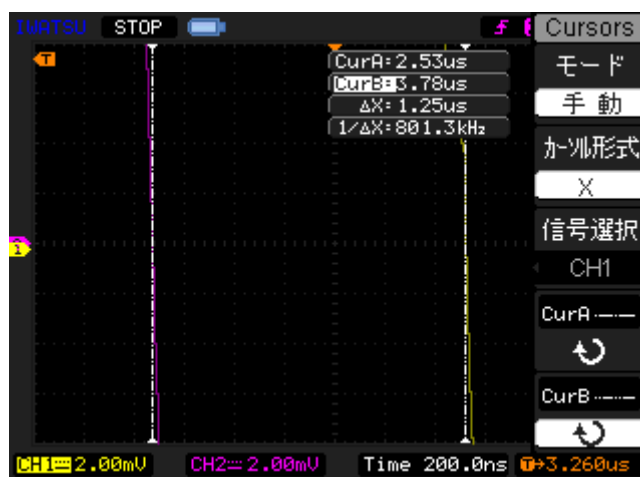


図 4-17 図 4-16 の信号表示範囲を狭めた信号

理想的な微分回路は発振せず安定した回路となっているので位相差の理論値は常に位相が 90 度遅れている。

4.9.3 電圧倍率の計算

図 4-15 の電圧倍率理論線の計算を行った。

理論電圧倍率を M_{vt} [-], 周波数 f [Hz], コンデンサ容量を C [F], 抵抗値 R [Ω], とすると。

$$M_{vt} = f \times 2\pi \times C \times R[-] \quad (4-21)$$

となり、周波数を変えていくことで電圧倍率理論線となる。

また、図 4-15 の計測電圧倍率 M_{vm} [-], 出力電圧を入力電圧で割ったもので、

$$M_{vm} = \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (4-22)$$

となる。

4.10 微分回路を用いた 2 モード同時制振システム

梁 A の制振は図 4-1 のように帯域通過フィルタで位相を 90 度遅らせることで制振していたが，梁 B では図 4-18 のシステムを用いて 2 モード同時制振を行っている。微分回路は周波数が高くなるほど電圧倍率も高くなるが周波数は上限がないため電圧倍率も無限となる。そのため，低域通過フィルタを用いることにより研究に不必要な周波数を通過させないようにしている。また，図 4-1 のシステムでは発振防止のため帯域通過フィルタ通過後に可変コンデンサを置いていたが，図 4-18 ではコンデンサではなく低域通過フィルタに 20dB アテネータを入れることで発振防止を行った。

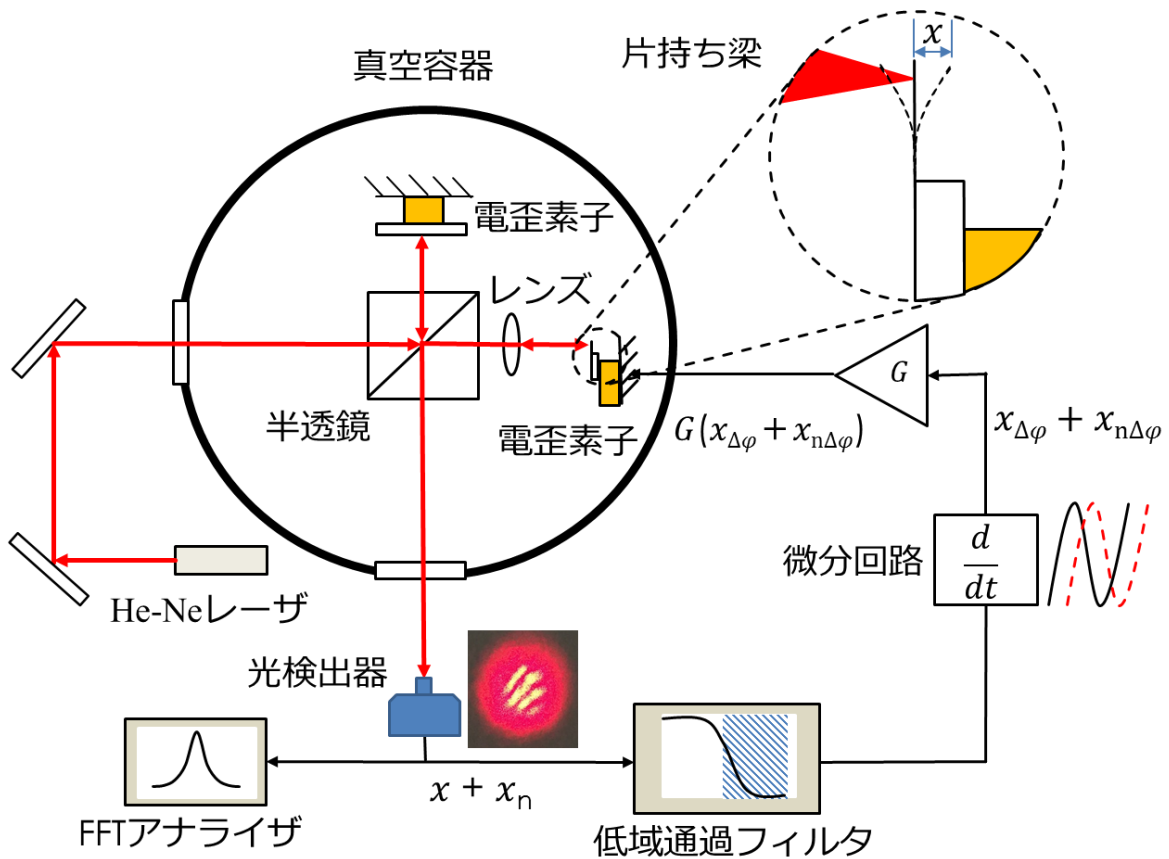


図 4-18 微分回路を用いた 2 モード同時制振システム

4.11 微分回路を用いた窒化シリコン片持ち梁の熱振動制振

図 4-19 に微分回路を用いた梁 B のパワースペクトル密度の同時減衰を、図 4-20 に、各ループゲインにおける梁 B の最大振幅密度の理論値と実験値の比較を示す。4.10 で述べた制振システムを用いて、梁 B の熱振動の 2 つの振動モードを同時減衰させた。図 4-19 より、ループゲインを上げていくごとに、2 つの振動モードのパワースペクトル密度が同時に減衰していることが分かる。また、多少の誤差はあるが、理論値とよく一致している。図 4-20 より、ループゲインの値が上がっていくごとに、振幅密度が減衰していることが分かる。こちらも多少の誤差はあるが、理論値とよく一致している。また、ループゲインをかける前の振幅密度の値は、1 次振動モードが約 $390[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ 、2 次振動モードが約 $8.7[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ であり、それぞれループゲインを最大まで上げた時の振幅密度は、1 次振動モードが約 $130[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ 、2 次振動モードが約 $1.8[\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ である。これより、1 次振動モードが約 $1/3$ 、2 次振動モードが約 $1/5$ まで減衰していることが分かる。これは、温度に換算するとそれぞれ、 $T=33[\text{K}]$ 、 $T=12[\text{K}]$ まで冷却したことになる。

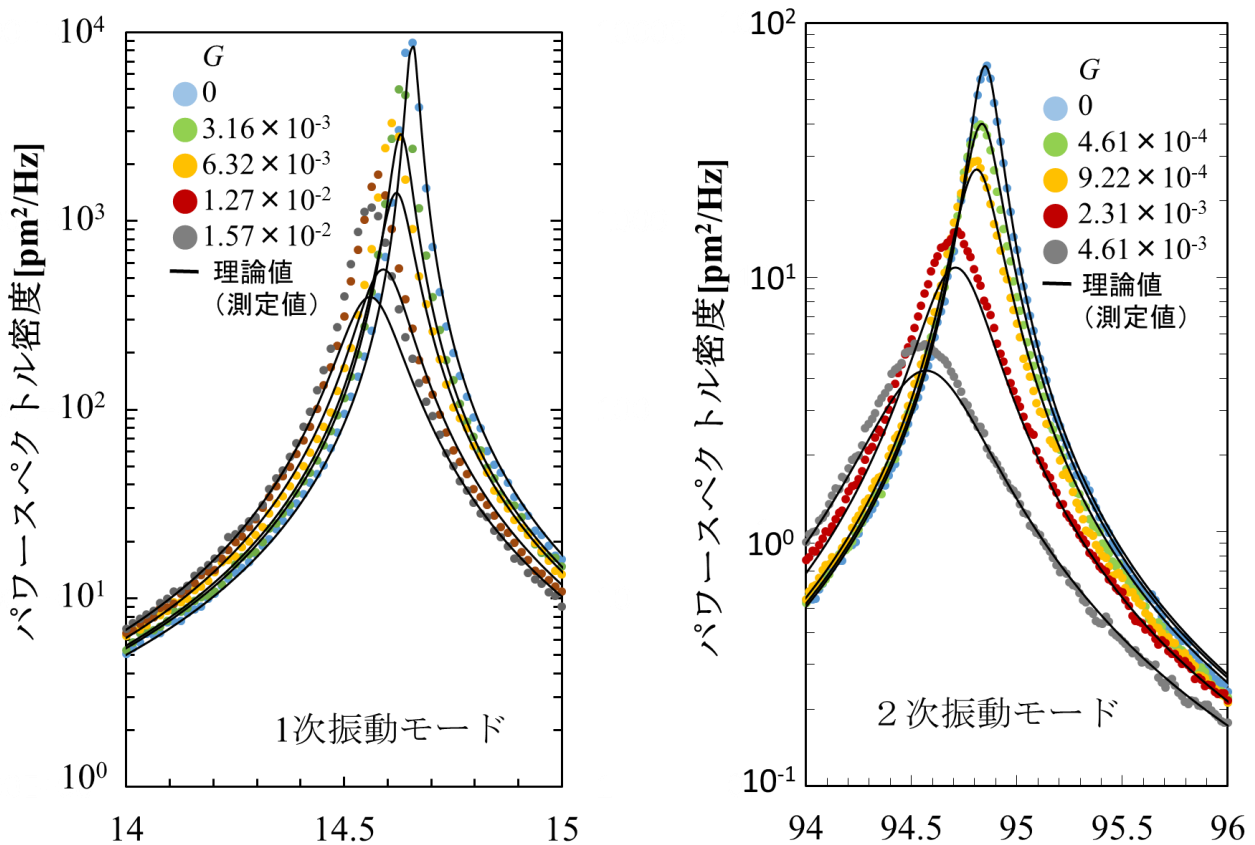


図 4-19 微分回路を用いた梁 B のパワースペクトル密度の同時減衰

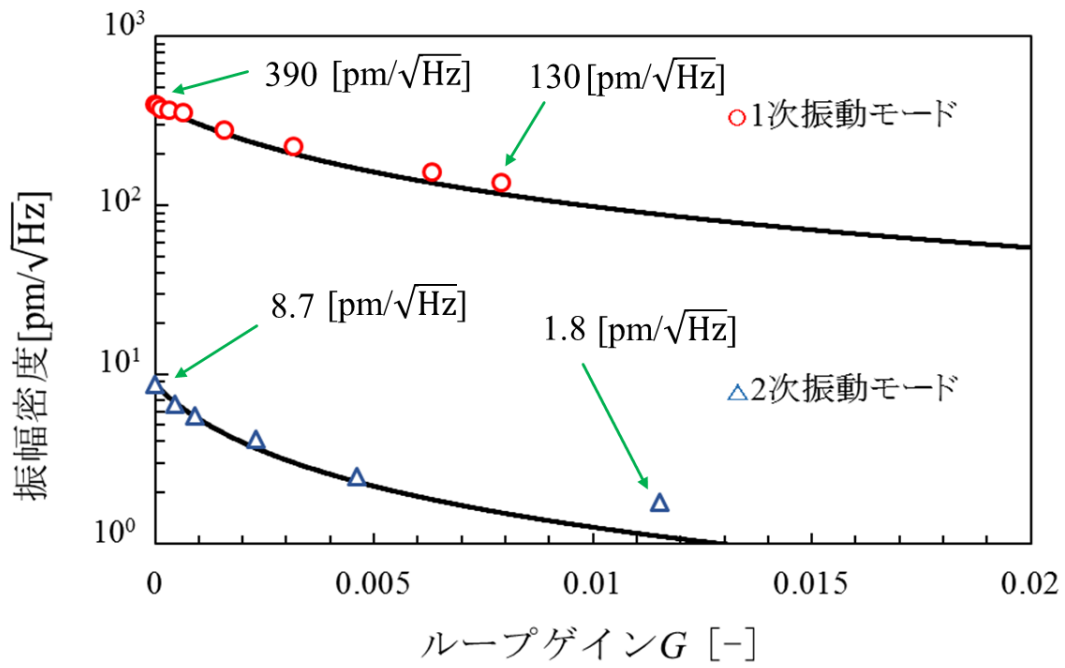


図 4-20 各ループゲインにおける梁 B の最大振幅密度の実験値と理論値の比較

第 5 章

結言

今回、熱振動振幅を限界まで制振と異なる種類の微小片持ち梁の熱振動の計測と制振、2モード同時制振を行えるように、マイケルソン干渉計を用いた微小振動計測システムの改良と開発を行った。梁の制振に使用した電歪素子を積層から単層に変えた。(株)小野測器様のFFTアナライザCF-9400を使用し計測分解能の高い計測を行うことができた。また、2モード同時制振のために微分回路を開発した。これにより熱振動振幅のさらなる制振と2モード同時制振を行うことができた。

梁Aの熱振動振幅制振実験では、熱振幅を大気中で40[pm]から高真空中($5 * 10^{-3}$ [Pa])では0.04[pm]まで制振でき熱振動を1/1000まで制振することができた。熱振幅を温度に換算すると300[μK]まで冷却できた。しかし、また、この制振は少し誤差があったが大部分は理論値に沿った減衰だったのでこの実験は確かなものといえる。しかし、理論上では0.12[pm]までしか制振しておらず、温度に換算すると2.7[mK]までの冷却であった。これは、至る所で発生するホワイトノイズが原因だと考えた。

梁Bの熱振動振幅制振実験では、2つの振動モードを制振するにあたり熱振幅の振動モードはそれぞれ独立していることがわかった。また、微分回路を用いることで1次振動モードを1/3、2次振動モードを1/5まで同時制振することができた。この熱振幅を温度に換算すると1次振動モードは33[K]、2次振動モードは12[K]まで冷却できた。

今後の課題としまして、本研究で使用した光検出器の周波数応答が低かったので光検出器の改良が必要であると思う。また、今回は2モードまでの計測、制振ができたがより多くの振動モードの同時制振と計測の高感度化をしたいと思う。

参考文献

- [1] Keith C. Schwab and Michael L. Roukes, "Putting Mechanics into Quantum Mechanics," *Physics Today*, **58**, 36-41, (2005).
- [2] A. D. O'Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann, Radoslaw C. Bialczak, M. Lenander, Erik Lucero, M. Neeley, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, John M. Martinis & A. N. Cleland, "Quantum Ground State and Single Phonon Control of a Mechanical Resonator," *Nature*, **464**, 697-703, (2010).
- [3] O. Arcizet, P.-F. Cohadon, T. Briant, M. Pinard & A. Heidmann, "Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror," *Nature*, **444**, 71-74, (2006).
- [4] M. Poggio, C. L. Degen, H. J. Mamin and D. Rugar, "Feedback cooling of a cantilever's fundamental mode below 5 mK," *Physical Review Letters*, **99**, 017201-1-017201-4, (2007).
- [5] Dustin Kleckner, William Marshall, Michiel J. A. de Dood, Khodadad Nima Dinyari, Bart-Jan Pors, William T. M. Irvine, and Dirk Bouwmeester, "High Finesse Opto-Mechanical Cavity with a Movable Thirty-Micron-Size Mirror," *Physical Review Letters*, **96**, 173901, 173901-1-173901-4, (2006).
- [6] H. J. Mamin and D. Rugar, "Sub-attoneutron force detection at millikelvin temperatures," *Appl. Phys. Lett.* **79**, 3358-3360, (2001).
- [7] 米沢富美子, 「ブラウン運動」, 共立出版, 80-105, (1986).
- [8] 国井隆弘, 「よくわかる構造振動学入門」, 工学出版, 66-70, (1995).
- [9] 趙世済, 「微小シリコン片持ち梁の熱振動の研究」, 福岡工業大学大学院電子機械工学科 平成 13 年度修士論文, (2002).
- [10] 堀江諒平, 森太士, 「微小シリコン片持ち梁熱振動の制振の研究」, 福岡工業大学知能機械工学科 平成 25 年度卒業論文, (2014).
- [11] 大塚浩一郎, 鐘ヶ江力, 「微小シリコン片持ち梁の熱振動計測システムの改良」, 福岡工業大学知能機械工学科 平成 26 年度卒業論文, (2015).

謝辞

本研究を遂行するにあたり，終始御指導，御助言を賜りました河村良行教授，指導院生の鐘ヶ江先輩に深く感謝の意を表します．また，FFTアナライザのデモ機を御借りした株式会社小野測器の河原良彦様，研究に必要な薬品を御提供頂いた電子情報工学科の田中秀司教授，微小シリコン片持ち梁の撮影に御協力頂きました朱研究室の皆様に深く感謝の意を表します．