

平成 28 年度 卒業論文

微小シリコン片持ち梁の
熱振動計測の高精度化

指導教員 河村良行 教授

指導院生 鐘ヶ江力

辻家祐介

福岡工業大学工学部知能機械工学科

13E1008 今井秀和

目次

第1章 緒言	1
第2章 本研究の装置と原理	2
2.1 シリコン片持ち梁	2
2.2 マイケルソン干渉計	2
2.2.1 原理	2
2.2.2 計測感度	4
2.2.3 計測感度の理論計算	4
2.3 スペクトラムアナライザー	7
2.4 ロックインアンプ	7
2.5 デュアルチャンネルプログラマブルフィルタ (DCPF)	8
2.6 真空装置	9
2.6.1 ロータリーポンプ	9
2.6.2 油拡散ポンプ	9
2.7 真空計	11
2.7.1 ピラニ真空計	11
2.7.2 電離真空計	12
第3章 実験装置の改良	13
3.1 積層電歪素子による精密な位置調整装置	13
3.2 高周波数応答の光検出器の導入	14
第4章 実施実験	15
4.1 集光径計測	15
4.2 積層電歪素子の感度測定	18

4.3	熱振動計測実験.....	20
4.4	単層電歪素子の感度測定.....	21
4.5	熱振動制振.....	23
4.5.1	熱振動制振システム.....	23
4.5.2	DCPF の位相の設定.....	23
4.5.3	熱振動制振の理論計算.....	25
4.5.4	熱振動振幅のエネルギー等分配による理論式.....	28
4.5.5	熱振動振幅のパワースペクトル密度による理論式.....	30
4.5.6	ループゲイン G の決定.....	31
4.5.7	熱振動制振の実験結果.....	32
第 5 章	結言	33
参考文献		34
謝辞		35

第 1 章

緒言

近年、微小片持ち梁は、加速度計、原子間力顕微鏡など様々な精密計測機器に用いられている。その中でも、原子間力顕微鏡は原子レベルで計測ができる超精密な測定器である。しかし、原子間力顕微鏡の精密測定は、微小片持ち梁が熱によって常に振動している。この熱振動がノイズとなり、計測機器の計測精度に限界を与えてしまう。この熱振動を取り除くには、物体を絶対零度まで冷却する方法^[1]や慣性力を用いて制振させる方法^[2]などがある。我々は、機械振動子を冷却せずに慣性力を用いて制振させる研究を行ってきた。昨年度は単層電歪素子を用いて、使用している装置の限界まで熱振動を制振させることに成功した。今年度は、測定範囲を広げるため昨年度の梁より長さ、幅、厚さ共に大きさが約 1/20 であり、また固有振動数が高周波の梁を計測できるように装置の改良を行い、制振実験を行った。実験装置の概観を図 1-1 に示す。

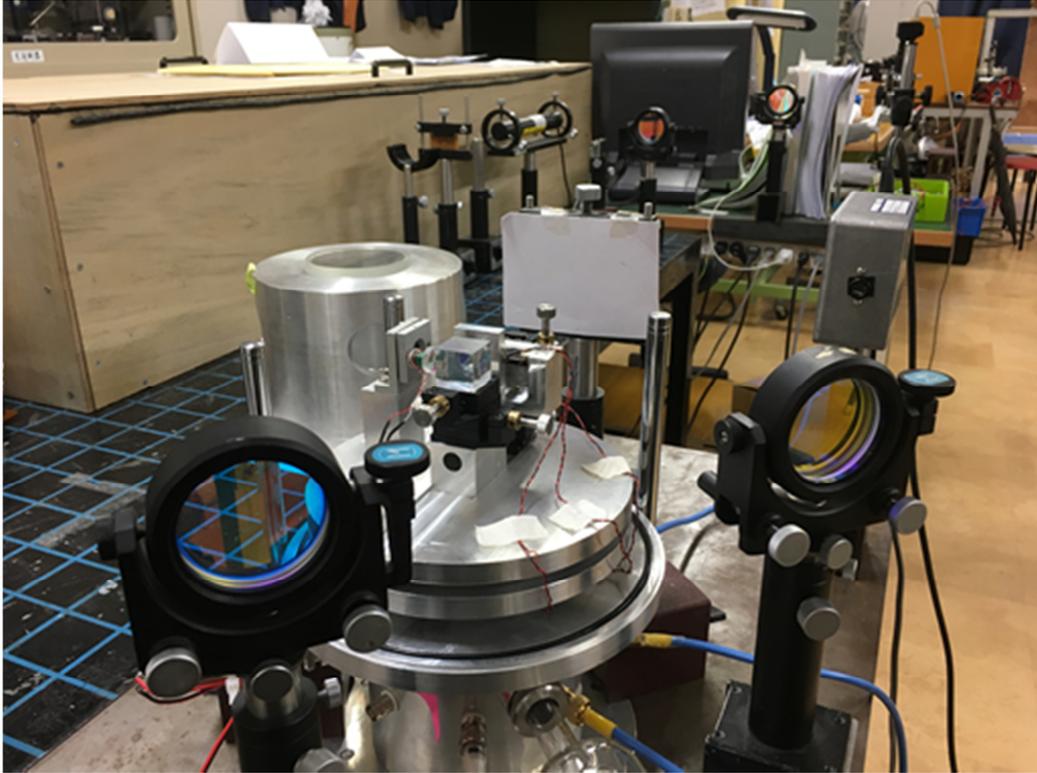


図 1-1 実験装置の概観

第 2 章

本研究で使用した装置とその原理

2.1 シリコン片持ち梁

本研究で使用した窒化シリコン片持ち梁(OLYMPUS 製 BL-AC10DSFS-A2)の FESEM 像を図 2-1 に示す。寸法は、カタログから長さ $9[\mu\text{m}]$ 、幅 $2[\mu\text{m}]$ 、厚さ $0.13[\mu\text{m}]$ である。ばね定数は $0.02\sim 0.2[\text{N/m}]$ 、固有振動数は $1000\sim 2000[\text{kHz}]$ 、Q 値は真空中 ($5.0\times 10^{-3}[\text{Pa}]$) において約 $600[-]$ である。また、裏面に金がコーティングされてある。

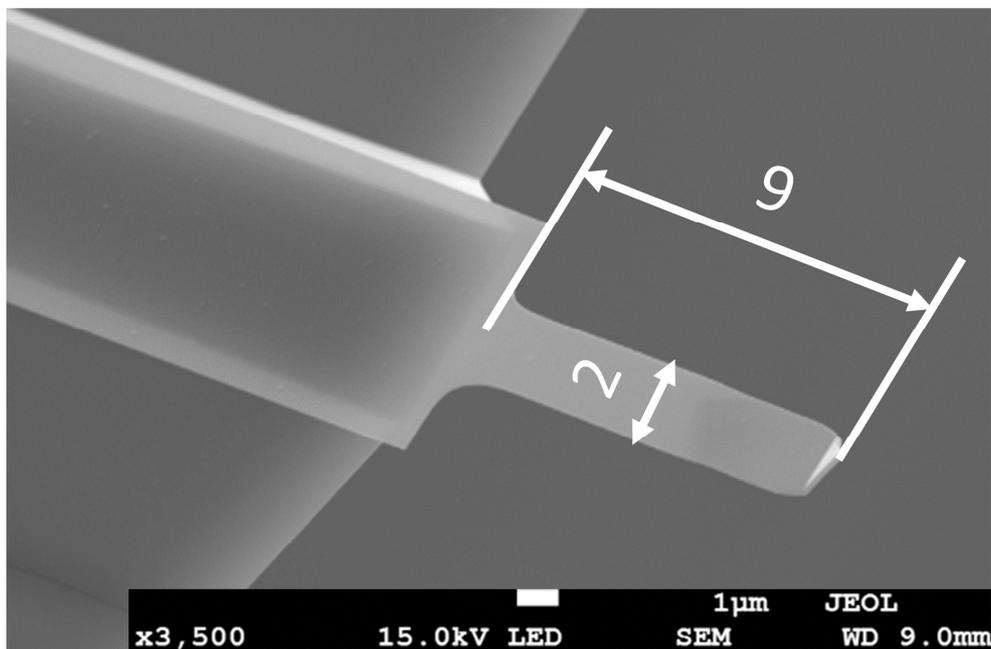


図 2-1 窒化シリコン片持ち梁

2.2 マイケルソン干渉計

2.2.1 原理

マイケルソン干渉計は、半透ミラー、参照ミラー、測定ミラーで構成される。レーザー光は半透ミラーで 2 つに分割され、参照ミラー、測定ミラーで反射する。その後それぞれの反射光が半透ミラーで再び重なり、光の干渉が起こる。測定ミラーまでの光路差が変化することによって、干渉光の明暗が変化する。それを光検出器で読み取ることで変位を計測する事が出来る。マイケルソン干渉計の概観を図 2-2 に、マイケルソン干渉計の概略を図 2-3 に示す。



図 2-2 マイケルソン干渉計の概観

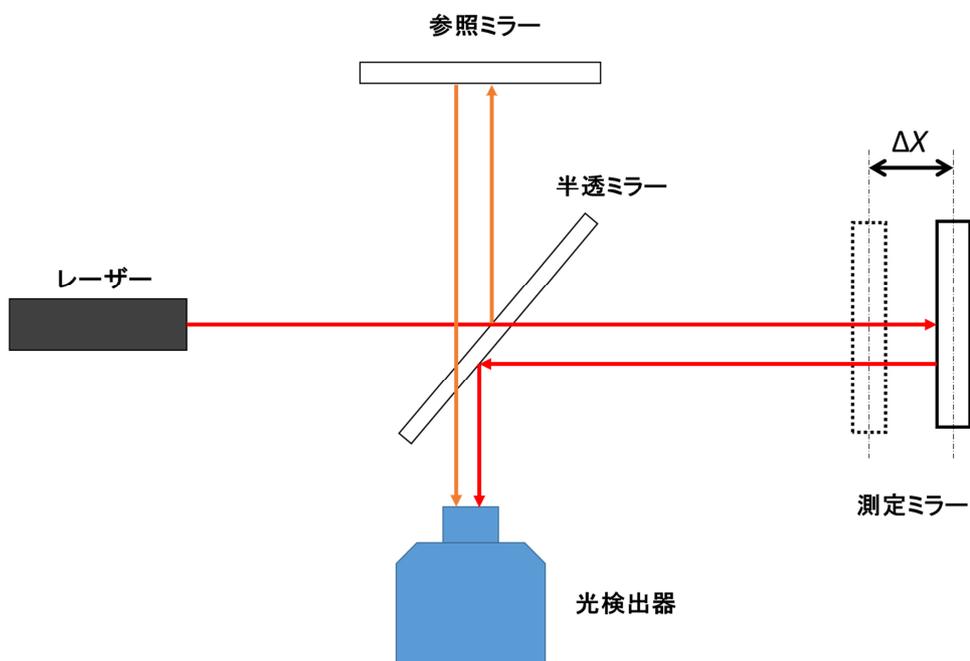


図 2-3 マイケルソン干渉計概略

2.2.2 計測感度

マイケルソン干渉計の計測感度は、レーザーパワーや明と暗の光量差で決まる。つまり、光検出器受光部に入る干渉縞の位置で決まる。例として、計測感度に関する概要を図 2-4 に示す。図中の干渉特性を、B に干渉縞と光検出器受光部の位置関係、C に励振した際の信号を示す。図 2-4 の①は、光検出器受光部に明と暗が均等に分布しており、この時の微小な変位 (ΔX) に対する干渉光量の変化つまり、感度 ($\Delta V_{\text{①}} / \Delta X$) が最大となる。②は、光検出器受光部に明が多く分布しており、この時の感度 ($\Delta V_{\text{②}} / \Delta X$) は、①と比べ悪くなる。③は、光検出器受光部に暗が多く分布しており、同様に①と比べ感度 ($\Delta V_{\text{③}} / \Delta X$) が悪くなる。

2.2.3 計測感度の理論計算

マイケルソン干渉計の干渉特性より計測感度の理論式を以下のように求めた。干渉特性は、余弦曲線で表すことができる。

$$V = V_0 \cos(\theta + \varphi) + V_0 \quad (2-1)$$

ここでの φ は位相を表す。マイケルソン干渉計は、1 周期が $\lambda/2$ なので式 (2-1) 中のパラメータ θ と変位 ΔX の関係を比で表すと、

$$\theta : X = 2\pi : \frac{\lambda}{2} \quad (2-2)$$

となる。よって式 (2-2) を変形して式 (2-1) に代入すると、図 2-4 の A に示すように縦軸に干渉光量の信号、横軸に変位で表すことができる。式 (2-3) に示す。

$$V = V_0 \cos\left(\frac{4\pi x}{\lambda} + \varphi\right) + V_0 \quad (2-3)$$

式 (2-3) を dX で微分することで傾きを求めることができる。

$$\frac{dV}{dX} = -V_0 \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{4\pi x}{\lambda} + \varphi\right) \quad (2-4)$$

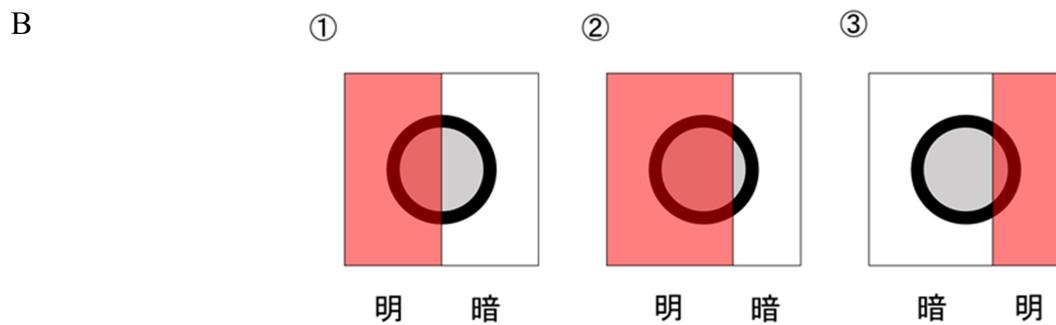
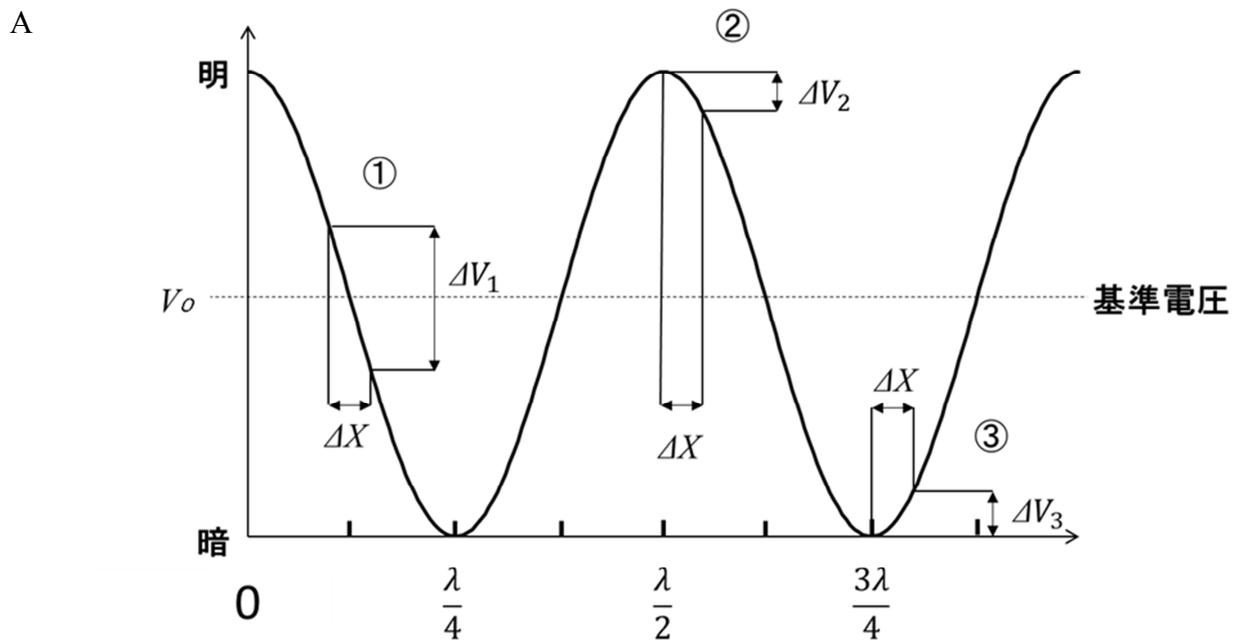
$\sin\left(\frac{4\pi x}{\lambda} + \varphi\right) = -1$ のとき、感度が最大となる。これを式 (2-4) に代入すると、

$$\frac{dV}{dX} = V_0 \frac{4\pi}{\lambda} \quad (2-5)$$

となる。計測感度は式 (2-5) の逆数なので

$$\frac{dX}{dV} = \frac{\lambda}{4\pi V_0} \quad (2-6)$$

となる。



C

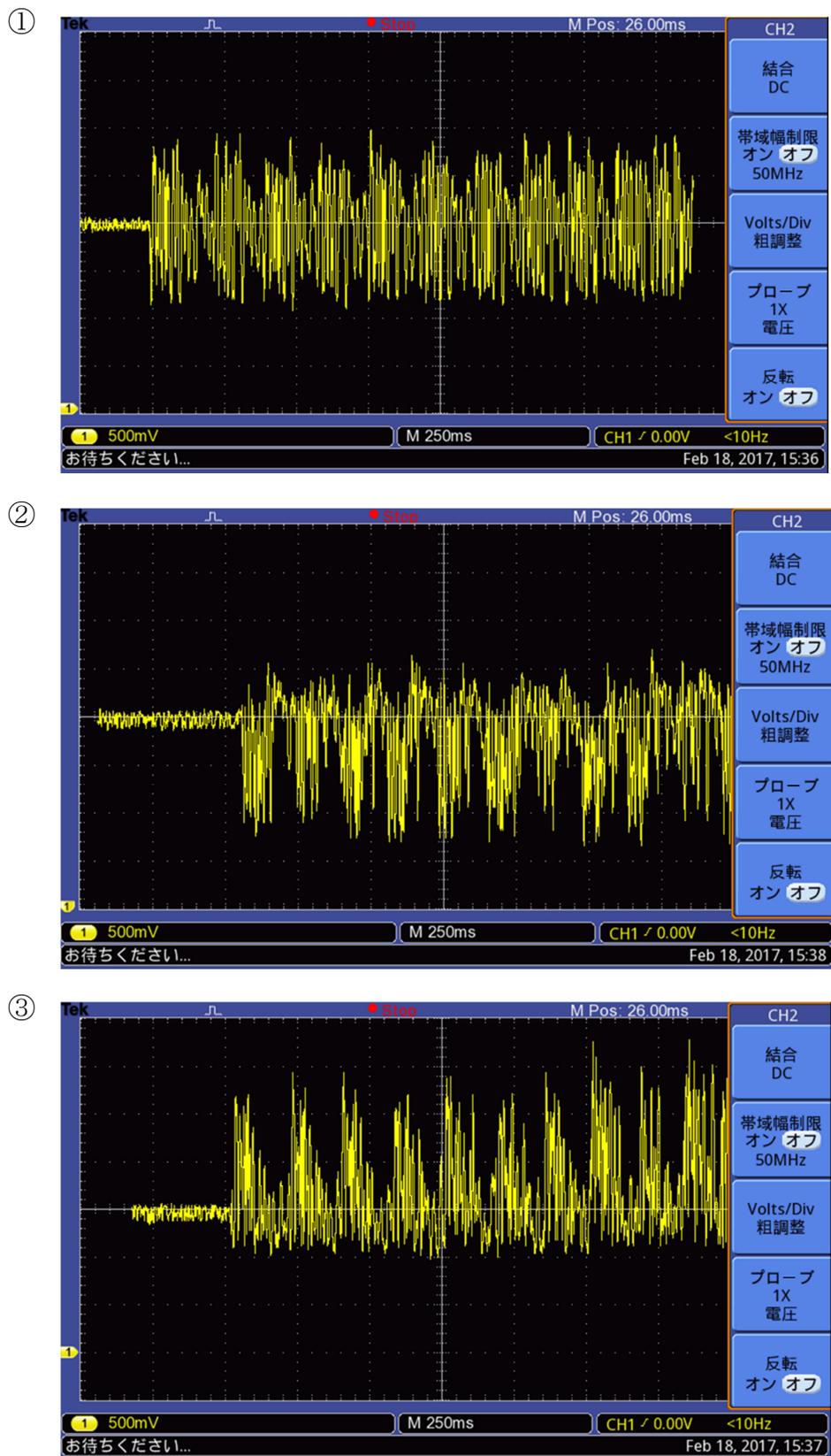


図 2-4 マイケルソン干渉計の動作点による計測感度の違い，
(A) 干渉特性，(B) 干渉縞と光検出器受光部の位置関係，(C) 実際の感度信号

2.3 スペクトラムアナライザ

スペクトラムアナライザ（RIGOL 製 DSA815-TG）を図 2-5 に示す。9 [kHz]から 1.5 [GHz]までの高い周波数のスペクトルを計測することができる。横軸の周波数分解能は 10 [Hz]である。



図 2-5 スペクトラムアナライザ

2.4 ロックインアンプ

図 2-6 にロックインアンプ（エヌエフ回路設計ブロック 社製 LI5655）の概観を示す。ロックインアンプは、ある周波数における雑音に埋もれた微小信号を高感度に検出する装置である。0.5 [Hz]から 3.0 [MHz]まで高い周波数のスペクトルを計測することができる。また、積分時間 TC で分解能を、SENS で入力と出力の電圧倍率を決めることができる。



図 2-6 ロックインアンプの概観

2.5 デュアルチャンネルプログラマブルフィルタ (DCPF)

DCPF の概観を図 2-7 に示す。高域通過フィルタ (HPF)、低域通過フィルタ (LPF)、帯域通過フィルタ (BPF) などのフィルタ回路を設定できる。また、CH-A と CH-B の 2 つのチャンネルで周波数を設定することにより入力する信号と出力する信号の位相をずらすことができる。

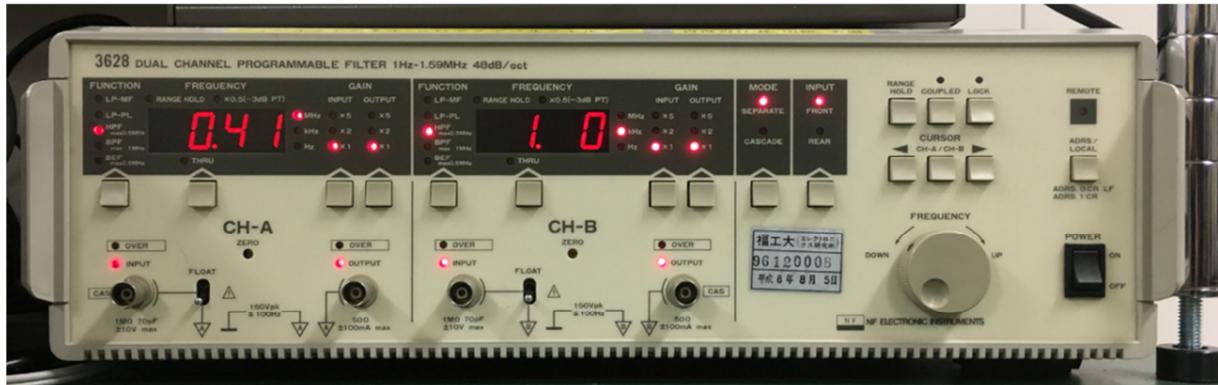


図 2-7 デュアルチャンネルプログラマブル (DCPF) の概観

2.6 真空装置

2.6.1 ロータリーポンプ

ロータリーポンプの概観を図 2-8 に、ロータリーポンプの原理を図 2-9 に示す。一般的な真空ポンプであり、大気から高真空にするための粗引きや、後述の油拡散ポンプの排圧に用いられる。最大で 1.3×10^{-1} [Pa] まで引くことができる。ロータリーポンプは、以下のような原理で作動する。ローラーが周囲の壁と接しながら回転し、固定翼が下がる。ローターが油面に達すると、空気の逃げ場がなくなり圧縮される。外気 1 気圧より高くなると、排気側から空気が出ていくことで真空を引いている。



図 2-8 ロータリーポンプの概観

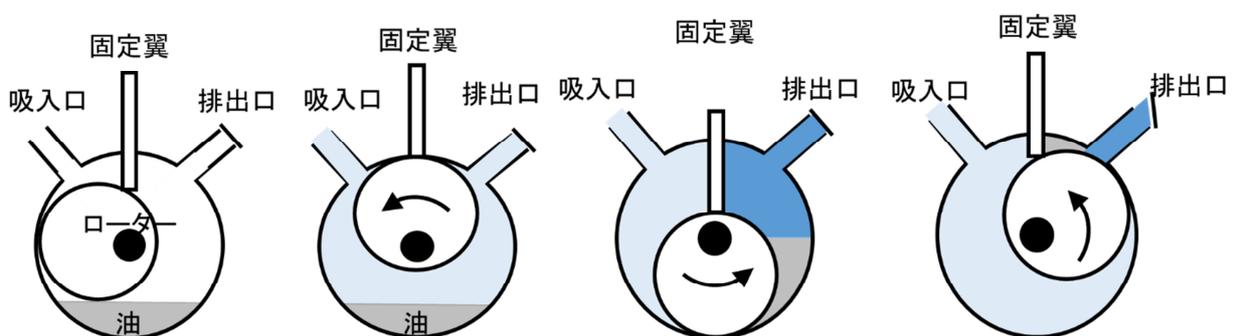


図 2-9 ロータリーポンプの原理

2.6.2 油拡散ポンプ

油拡散ポンプの概観を図 2-10 に、油拡散ポンプの原理を図 2-11 に示す。最大で 1.0×10^{-3} [Pa] までの高真空を引くことができる。油拡散ポンプは、以下のような原理で作動する。装置内の油を蒸発させ、ジェット中心部の煙突を上り、ノズルから勢いよく下向きに噴き出す。周囲にある気体分子は、油分子に飛ばされて下方に圧縮される。その圧縮された空気をロータリーポンプで排気口から排気する。壁面にあつた油蒸気は、水が流れてある冷却パイプにより冷却され液体に戻り底面に戻る。油拡散ポンプの使用方法は、以下のように示す。ロータリーポンプで 0.3[Torr] まで真空を引いたら③を閉めて②、④の順に開けて油拡散ポンプの電源を入れる。この時に必ず冷却パイプを流れる水を流さなければならない。使用後は、④、②の順に閉め油拡散ポンプの電源を切る。この操作を誤ると真空容器が油まみれになるので注意が必要である。冷却パイプに流れる水は、油拡散ポンプが冷めるまで流す。目安として、20 分間流し続ける。

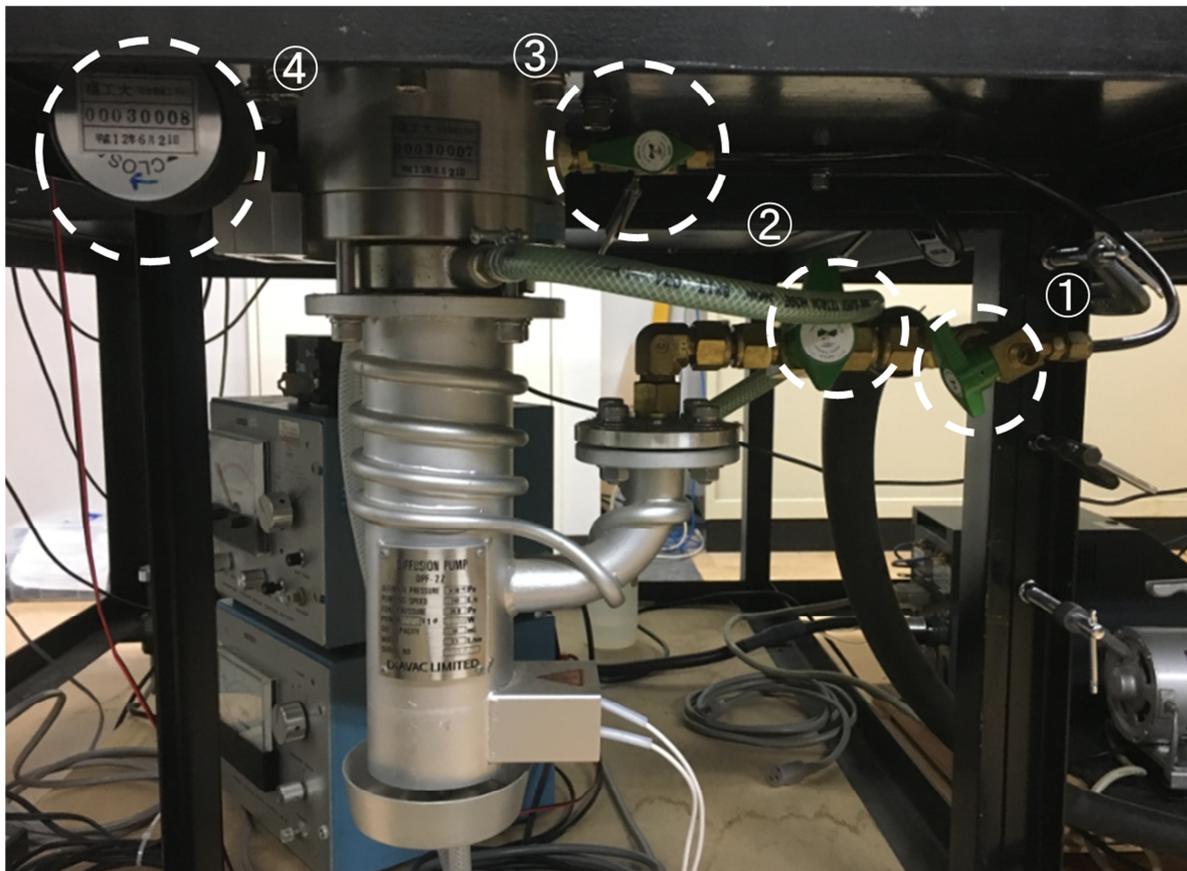


図 2-10 油拡散ポンプの概観

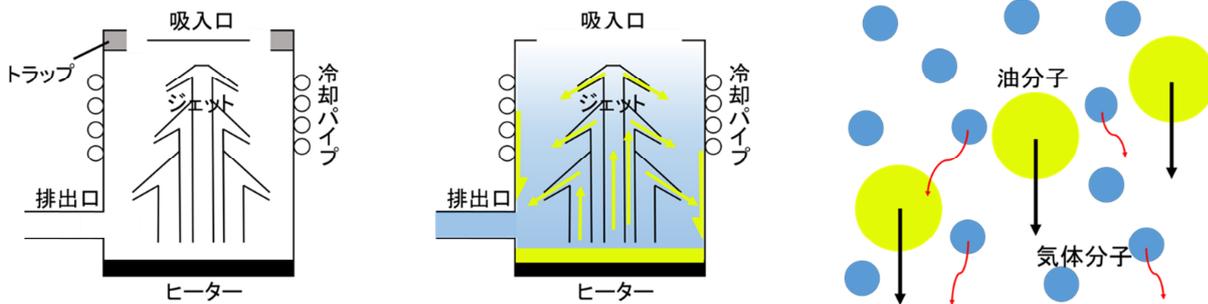


図 2-11 油拡散ポンプの原理

2.7 真空計

2.7.1 ピラニ真空計

ピラニ真空計の概観を図 2-12 に示す。約 2600 [Pa]から 1.33 [Pa]までの低い真空度を測定するとき用いる。



図 2-12 ピラニ真空計の概観

2.7.2 電離真空計

電離真空計の概観を図 2-13 に、電離真空計のゲージ部の概観を図 2-14 に示す。最大で 1.0×10^{-7} [Pa] までの高い真空度を測定することができる。ただし、真空度が 6.7×10^{-1} [Pa] 以下の時に電離真空計のゲージ部のスイッチを入れるとフィラメントが切れてしまう可能性がある。そのため、真空度が 6.7×10^{-1} [Pa] 以下の時は使用できない。



図 2-13 電離真空計



図 2-14 電離真空ゲージ部の概観

第3章

実験装置の改良

3.1 積層電歪素子による精密な位置調整装置

位置制御装置の概観を図 3-1 に示す。図中の A に位置調整装置の全体の概観を，B に積層電歪素子を用いた位置調整装置の概略を示す。改良前は，可動ステージで位置調整を行っていた。しかし，今回測定する梁は小さいため，約 5 [μm] で動かせる可動ステージだとレンズで集光した光を梁に当てるのは困難である。よってより精密に位置調整のできる装置の製作が求められた。そこで3本の積層電歪素子を組み立て，3軸の電圧駆動位置調整装置を製作した。それぞれの積層電歪素子の感度は，節 4.2 から焦点方向 40[nm/V]，水平方向 60[nm/V]，鉛直方向 70 [nm/V]である。この装置により梁を 1 [nm]程度の位置調整が可能になった。

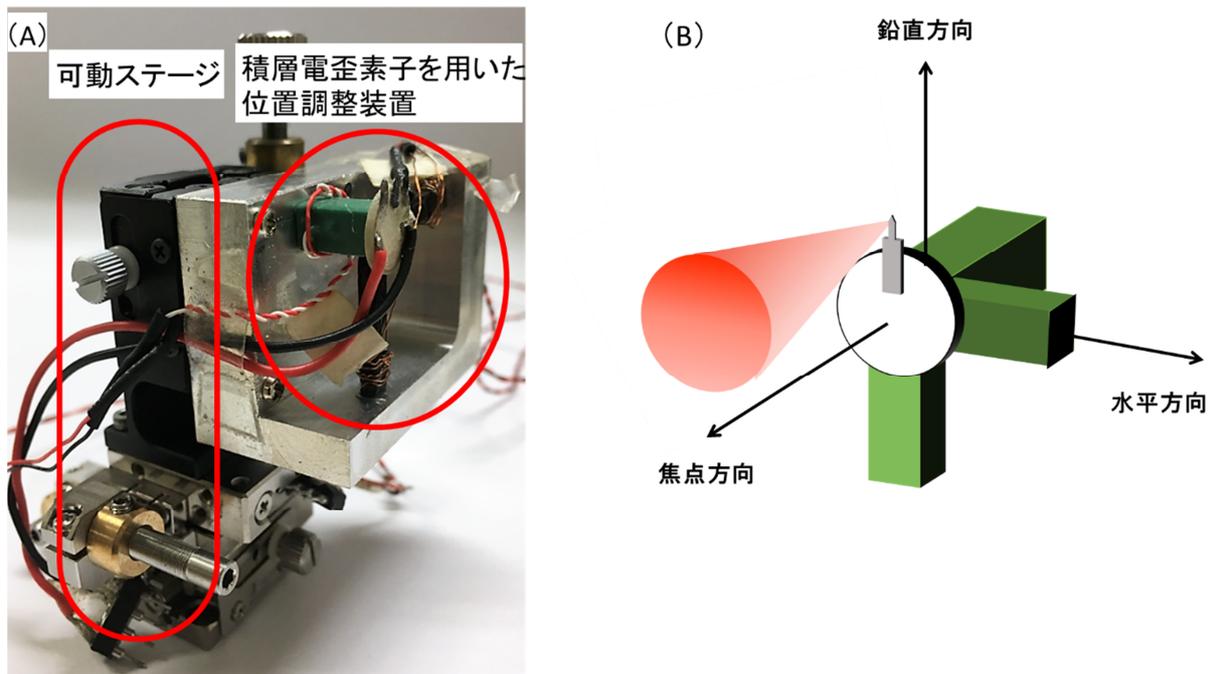


図 3-1 位置調整装置の概観

(A) 位置調整装置の全体の概観，(B) 位置調整装置の概略

3.2 高周波数応答の光検出器の導入

今回の片持ち梁の固有振動数が 1000～2000 [kHz] の高周波にあるため、これまで使用していた光検出器の周波数応答 (100 [kHz]) では、梁の熱振動の信号を検出することができなかった。そのため、新たな光検出器の導入が必要になった。新たに導入した光検出器のアバランシェフォトダイオードの概観を図 3-2 に示す。図 3-2 のアバランシェフォトダイオード (松定プレシジョン製 APS-1R00VF) は、1000～2000 [kHz] においても十分な周波数応答 (約 10 [MHz]) と高い光電変換感度 (約 5.0×10^3 [V/W]) をもっている。これにより、梁の熱振動の信号を読み取ることに成功した。



図 3-2 アバランシェフォトダイオードの概観

第 4 章

実施実験

4.1 集光径計測

梁の熱振動を計測するために、梁の幅以下までレーザーの光を集光する必要がある。梁の幅が $2[\mu\text{m}]$ でありビームの集光径がそれより大きいと干渉光の量が減り信号強度が低下すると考えられる。そのため集光径を知る必要があった。光の集光概略を図 4-1 に示す。

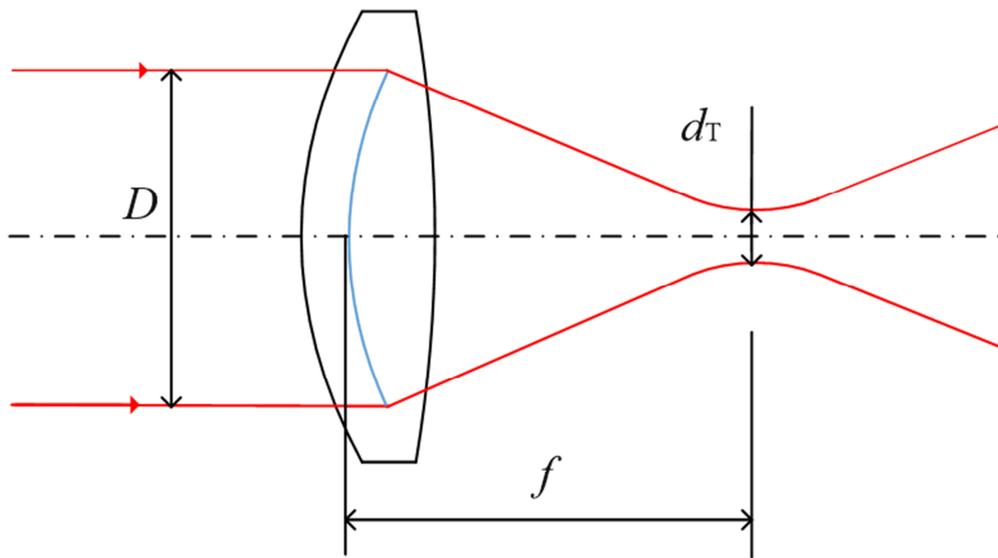


図 4-1 レンズによるレーザー光の集光の概略

レンズの集光径 d_T は、

$$d_T \cong \frac{4\lambda f}{\pi D} \quad (4-1)$$

で求めることができる。ただし、 λ はレーザーの波長、 f はレンズの焦点距離、 D は入射ビーム直径である。ここで、 $\lambda=632.8[\text{nm}]$ 、 $f=11.11[\text{mm}]$ 、 $D=6[\text{mm}]$ であるため、理論的な集光径 d_T は約 $1.5[\mu\text{m}]$ となり、梁の幅以下であることが分かった。しかし、実際の集光径 d_E は、理論値よりも大きいと考えられる。そこで、実際の集光径を知るためにナイフエッジ法による実験を行った。ナイフエッジ法による集光実験の概略を図 4-2 に示す。

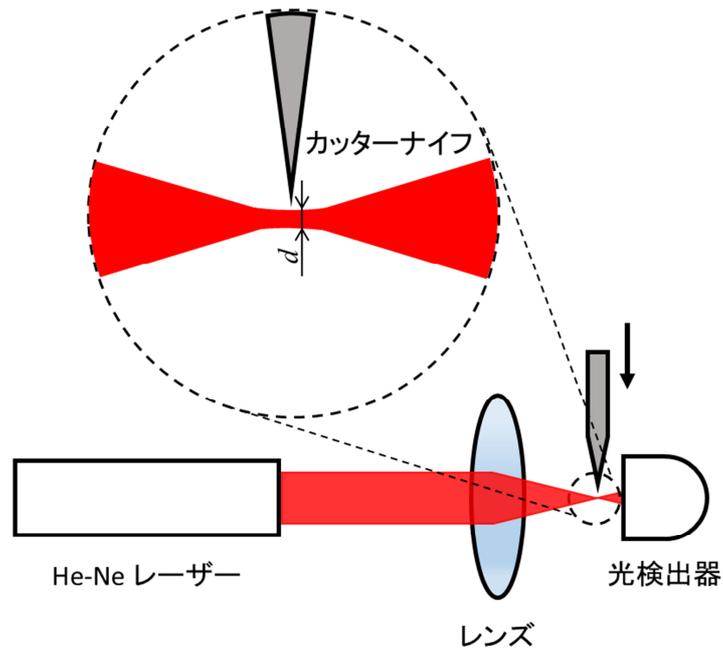


図 4-2 ナイフエッジ法による集光測定実験の概略

集光径はステッピングモーターの送り速度と焦点において光がカッターナイフによって遮られるまでの時間で求めることができる。ステッピングモーターの送り速度は、カッターナイフが遮り始めてから通過するまでの時間とカッターナイフの幅の長さから求めることができる。カッターナイフが光を通過するまでの時間のグラフを図 4-3 に示す。

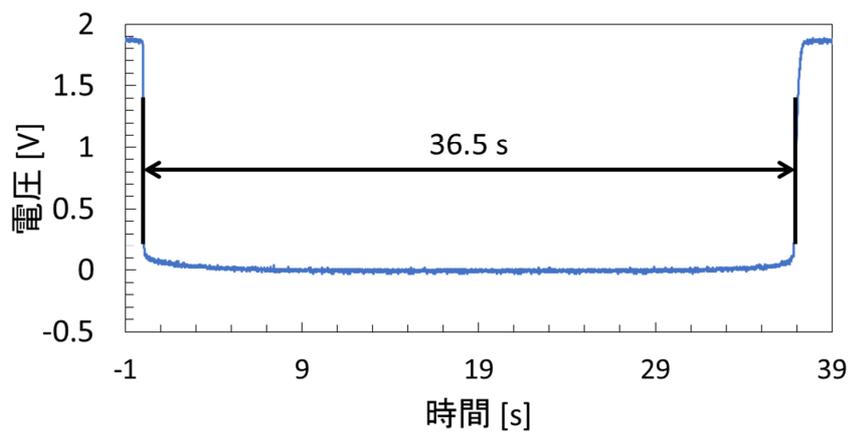


図 4-3 焦点でのカッターナイフが通過するまでの時間

カッターナイフの長さは、実測より 9.15[mm]となったのでステッピングモーターの送り速度 v_s は、

$$v_s = \frac{9.15}{36.5}$$
$$\cong 0.25[\text{mm/s}] \quad (4-2)$$

となる。また、焦点において光がカッターナイフによって遮られるまでの時間を示すグラフを図 4-4 に示す。

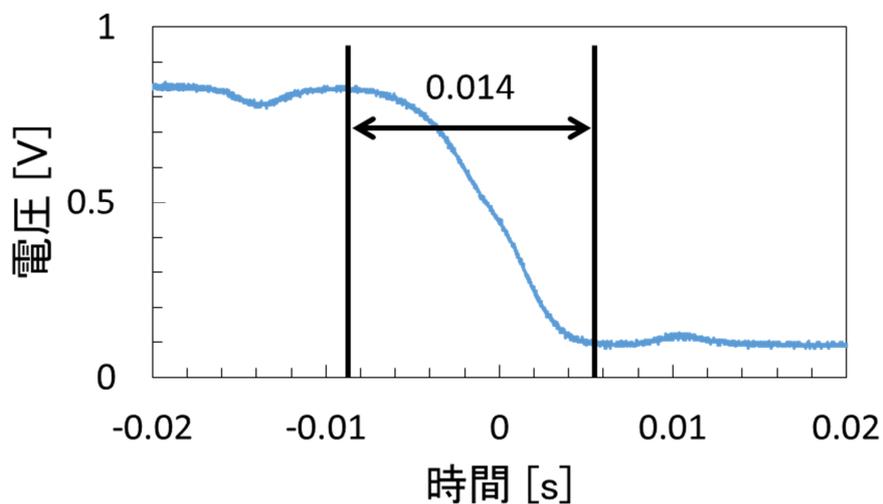


図 4-4 焦点においての光がカッターナイフによって遮られるまでの時間

図 4-4 から焦点においての光がカッターナイフによって遮られる時間 t_s は、0.014[s] となる。よって光の集光径 d_E は、

$$d_E = v_s \times t_s$$
$$\cong 3.5[\mu\text{m}] \quad (4-3)$$

となり、光の集光径が梁の幅に対して、十分であることが確認できた。

4.2 積層電歪素子の感度測定

三軸の積層電歪素子を用いた位置調整装置の感度を知るために積層電歪素子の評価を行った。実験の概略と配線をそれぞれ図 4-5, 4-6 に示す。



図 4-5 積層電歪素子の評価実験の概略

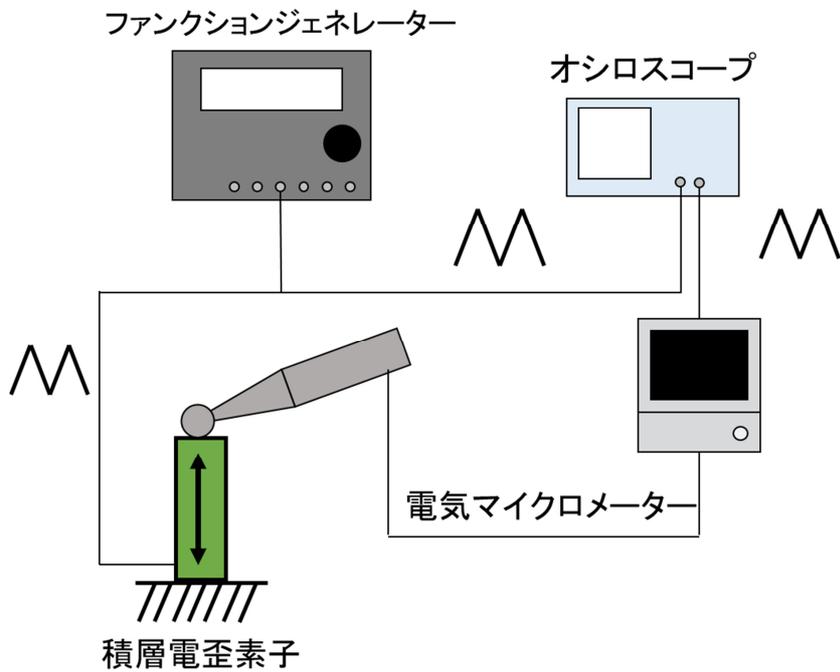


図 4-6 積層電歪素子の評価実験の配線

ファンクションジェネレータの信号を積層電歪素子に印加し、積層電歪素子の変位を電気マイクロメータで読み取る。その読み取った信号とファンクションジェネレータからの信号をオシロスコープで計測し、縦軸を変位、横軸を印加電圧のグラフを作成した。その結果、電歪素子の特性であるヒステリシスが得られた。最小二乗法を用いてデータの傾きを求めることで電歪素子の感度を算出した。積層電歪素子のヒステリシスのグラフを図 4-7 に示す。

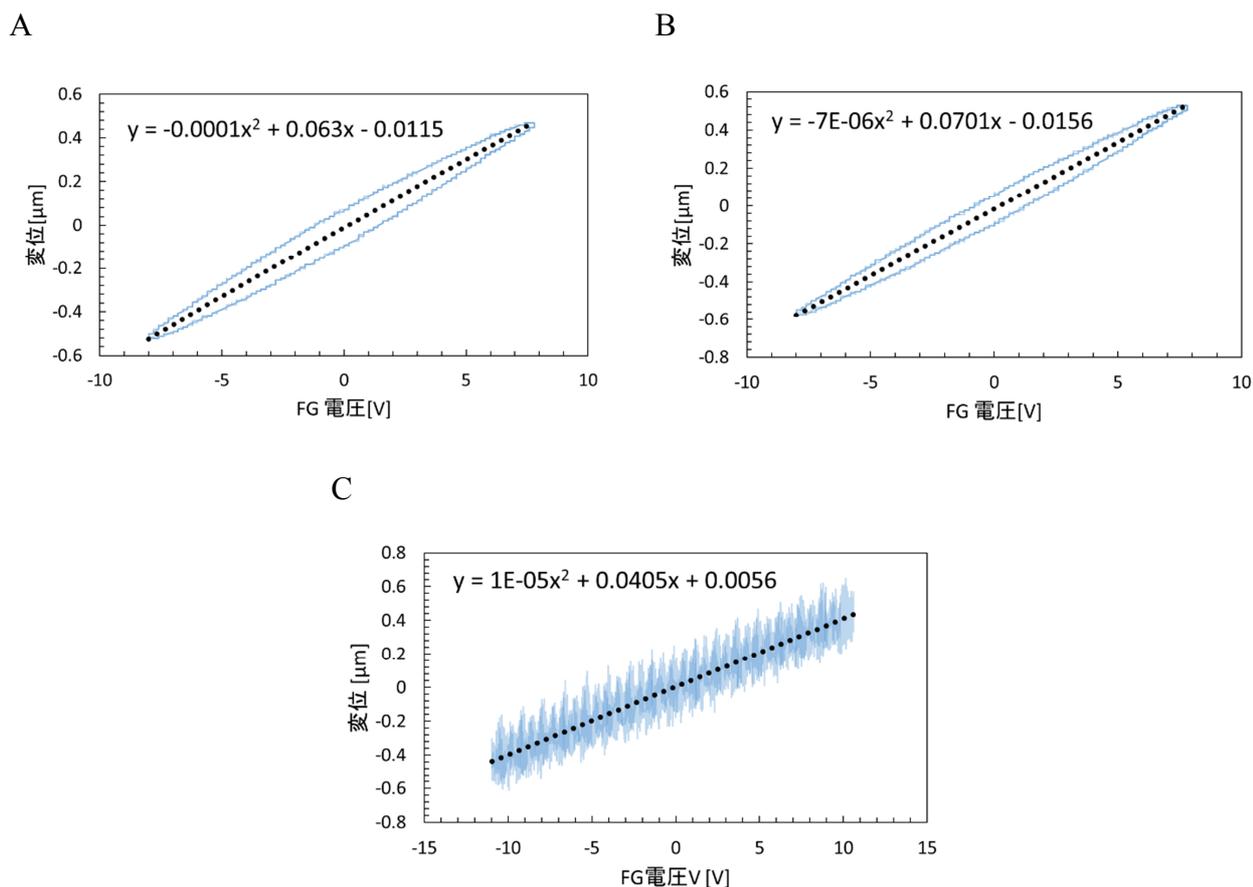


図 4-7 各積層電歪素子のヒステリシス

A 水平方向の感度, B 鉛直方向の感度, C 焦点方向の感度

ヒステリシスによって得られる積層電歪素子の感度は、水平方向 60 [nm/V], 鉛直方向 70 [nm/V], 焦点方向 40 [nm/V]となった。ただし、電気マイクロメータの校正係数を 130 [$\mu\text{m}/\text{V}$]とする。

4.3 熱振動計測実験

図 4-8 に熱振動計測実験の概略を示す. 梁の熱振動を読み取ったグラフを図 4-9 に示す. 2.2 で述べたように, マイケルソン干渉計を用いて干渉させた光を光検出器で読み取る. 読み取った信号をフィードバック制御装置に通して参照ミラーを支持する電歪素子に印加させることで, 図 2-4, (C), ①のように基準電圧と励振した際の振動信号の中心が一致するようにツマミを調整する. その後, 電圧信号をスペクトラムアナライザーで測定する. スペクトラムアナライザーによって周波数解析された信号 (図 4-9) は, ローレンツ型曲線であり, 中心周波数が 1242[kHz]とカタログ値に記載されている固有振動数の範囲内なのでこれが梁の熱振動の信号であるといえる.

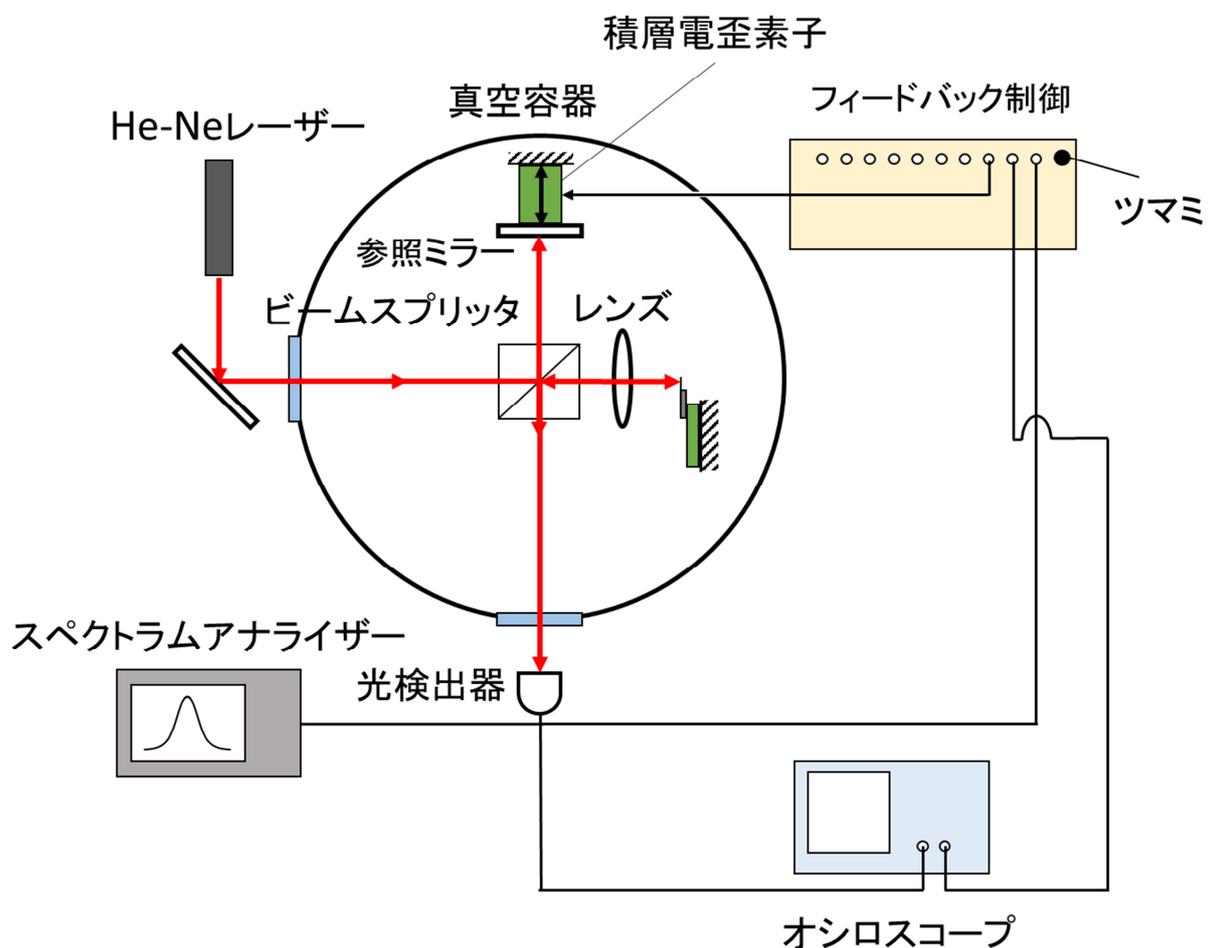


図 4-8 熱振動計測実験の概略

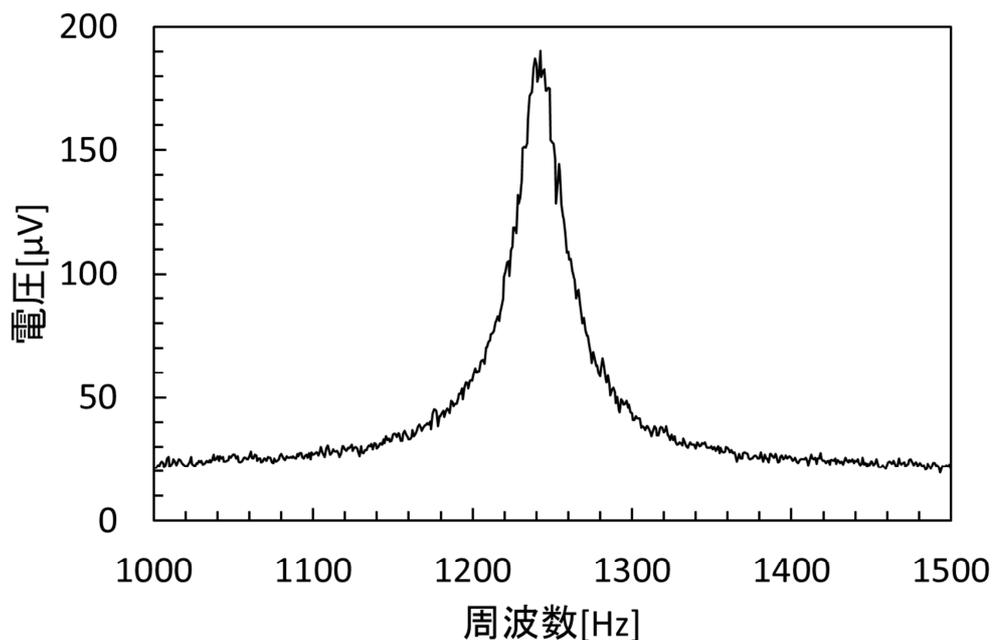


図 4-9 熱振動の信号

4.4 単層電歪素子の感度測定

図 4-10 に単層電歪素子の感度計測システムを、図 4-11 に単層電歪素子の感度を示す。熱振動を制振するための単層電歪素子が、印加される電圧に対してどの程度振動するのか調査した。まず、集光した光を梁の土台に当て FG で電圧を変えながら単層電歪素子に印加していく。そしてその振動を光検出器で読み取りロックインアンプで周波数解析をしてオシロスコープで観察する。その電圧を 2.2.3 で説明した計測感度で変位に直し、単層電歪素子の感度電圧を測定した。ただし、FG の周波数設定は 1250 [kHz] であり、今回電圧のブレを少なくするため印加する電圧は、2 [V] ずつ増加させている。また、単層電歪素子に印加する前に 50 [Ω] のアテネーターを 2 個取り付けているため実際の印加電圧は 20 [mV] ずつ増加していることになる。

実験は、3 回行っており図中の灰色の点は 1 回目、青の点が 2 回目、山吹色の点が 3 回目の実験値である。灰色と青と山吹色の点線はそれぞれの実験値の近似直線である。この近似直線の傾きから単層電歪素子の感度を求めると、1 回目測定したとき 133 [pm/V]、2 回目が 92 [pm/V]、3 回目が 62 [pm/V] だった。また、実験値と近似直線の標準偏差は、1 回目が 0.04 [pm]、2 回目が 0.12 [pm]、3 回目が 0.06 [pm] となった。それぞれの感度が違う原因として、1 回の測定ごとに梁の土台に集光した光を当てる場所を変えたことにあると考え

ている。つまり、単層電歪素子の厚さが伸び縮みしているだけでなく湾曲しているために感度電圧がそれぞれ違うと考えている。よってこのことを考慮すると単層電歪素子の感度電圧は、40~150 [pm/V]付近で振動していることが考えられる。

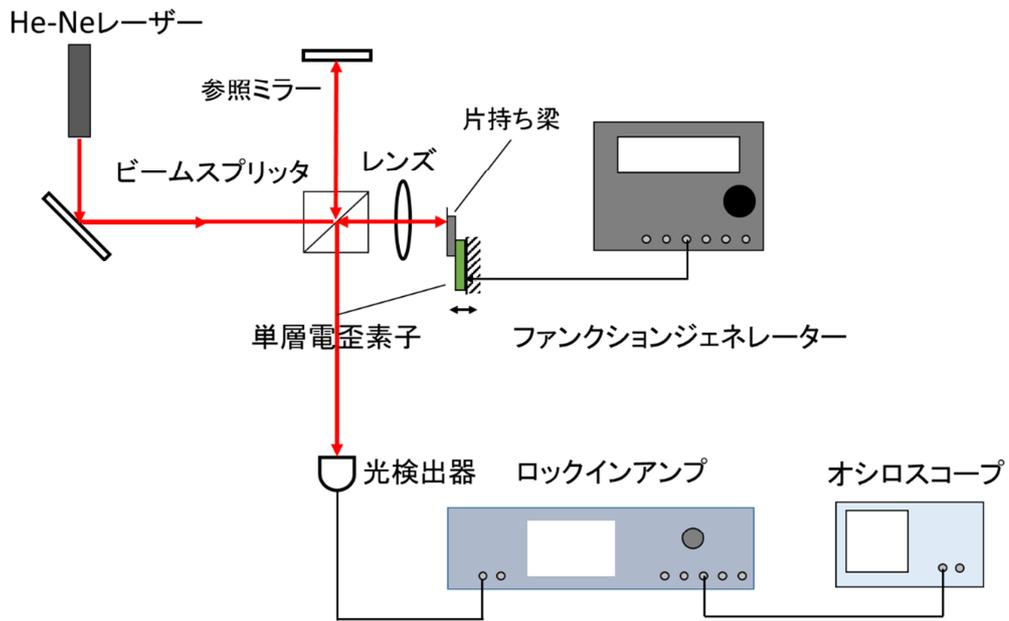


図 4-10 単層電歪素子の感度計測システム

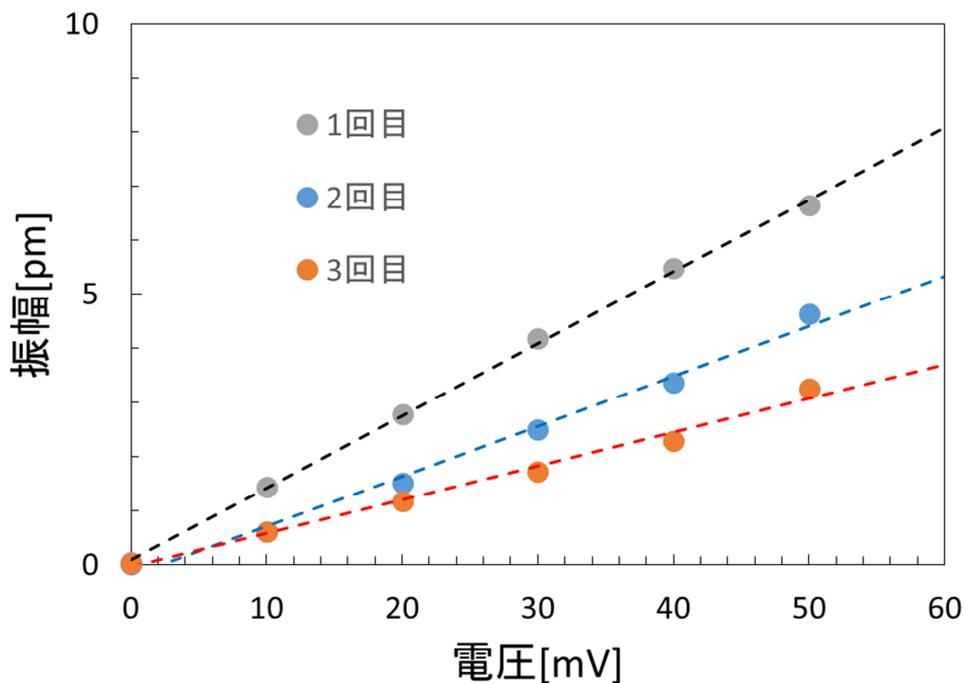


図 4-11 単層電歪素子の感度電圧

4.5 熱振動制振実験

4.5.1 熱振動制振システム

熱振動を計測し、制振するシステムを図 4-12 に示す。マイケルソン干渉計で干渉させた光を光検出器で読み取る。その信号を DCPF に通して位相を 90 度遅らせ、ループゲインをかけて単層電歪素子に印加させる。単層電歪素子が熱振動からの 90 度遅れた動きをする事で熱振動を打ち消す力が働く。それによって、片持ち梁の熱振動を制振する。なお、本実験では Q 値をより高くするため装置全体を高真空中 (5.0×10^{-3} [Pa]) で実験を行っている。また、全て室温で行っている。

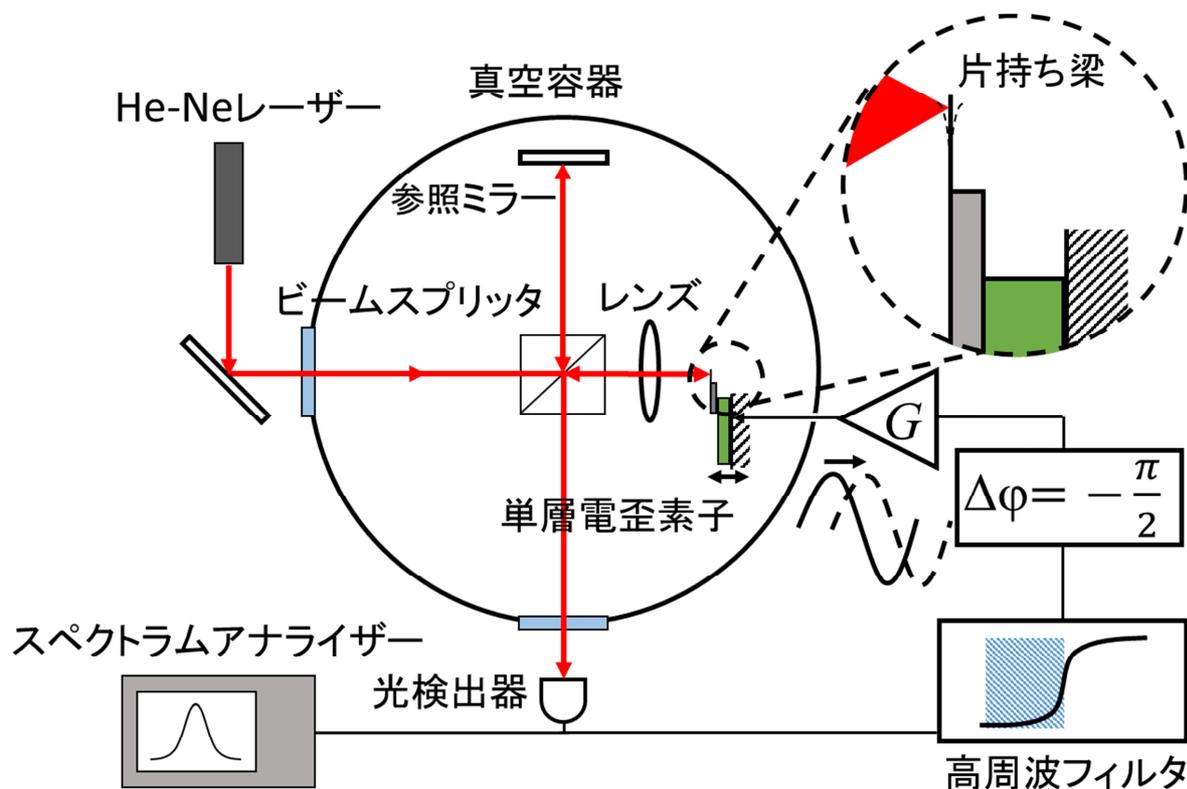


図 4-12 熱振動制振システムの概略

4.5.2 DCPF の位相の設定

FG を用いた位相差の検出実験システムを図 4-13 に、位相検出実験におけるオシログラフを図 4-14 に示す。DCPF で HPF に設定する。そして位相を 90 度遅らせる。位相を 90 度遅らせるには、DCPF の CH-A と CH-B の周波数を $\Delta = -90^\circ$ になるように設定しなくてはならない。そのため、FG を用いて、CH-A へ入力した信号と CH-B から出力した信号で、位相が 90 度遅れるように DCPF の設定を行った。

位相差 $\Delta\phi$ を求める式は,

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t \cdot \frac{180}{\pi} \cong -90^\circ \quad (4-4)$$

で表す。ただし、 f は梁の固有振動数、 Δt はオシロスコープでの時間差である。ここで、 $f=1297$ [kHz]とすると Δt は 192 [ns]となる。よって位相を 90 度遅らせるには、オシロスコープでの時間差を 192 [ns]ずらせばいいことになる。この際、オシロスコープの縦軸レンジで直線となるよう大きくすることでより精密な位相測定が可能である。

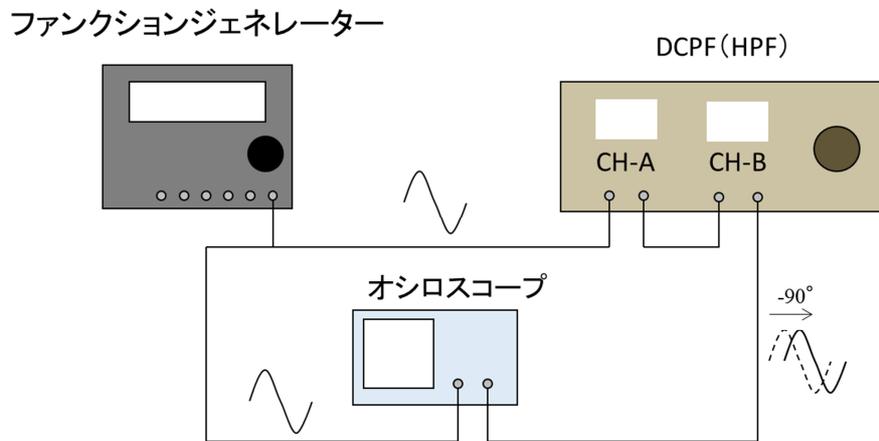


図 4-13 位相差の検出実験システム

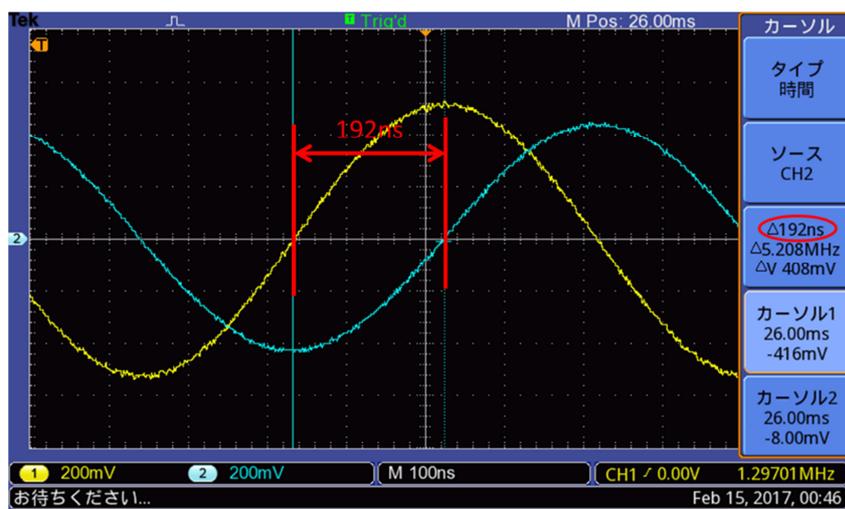


図 4-14 オシロスコープでの観察図

4.5.3 熱振動制振の理論計算

熱振動の制振は、梁を質点であると考え、マスバネダンパ系で表すことができる。片持ち梁の熱振動制振モデル（マスバネダンパ系）を図 4-15 に示す。

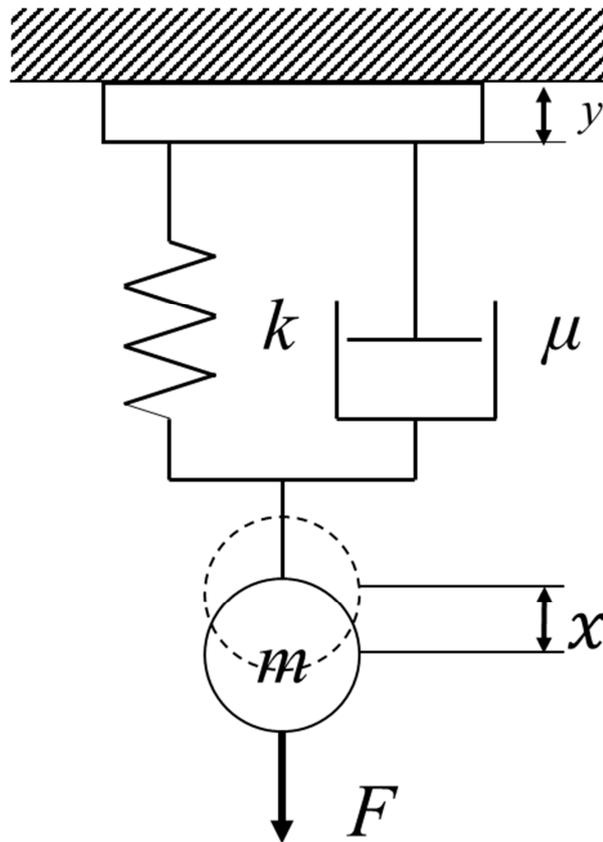


図 4-15 片持ち梁の熱振動制振モデル（マスバネダンパ系）

片持ち梁の熱振動が制振する時の運動方程式は、

$$F(t) = m(x(t) + y(t))'' + \mu x'(t) + kx(t) \quad (4-5)$$

と表すことができる。ここでの $F(t)$ は、熱振動を引き起こす力、 m は梁の等価質量、 μ は減衰係数、 k は片持ち梁のバネ定数、 $x(t)$ は片持ち梁の変位、 $y(t)$ は電歪素子の変位である。電歪素子の変位は、計測された片持ち梁の変位 $x(t)$ に計測ノイズ $x_n(t)$ を足したものの位相を 90 度遅らせて $x_{d\phi}(t) + x_{nd\phi}(t)$ にした後、ループゲイン G をかけたものである。よって電歪素子の変位 $y(t)$ は、

$$y(t) = G \left(x_{\Delta\varphi}(t) + x_{n\Delta\varphi}(t) \right) \quad (4-6)$$

次に, $F(t)$, $x(t)$, $x_n(t)$, $x_{\Delta\varphi}(t)$, $x_{n\Delta\varphi}(t)$ の振幅を複素振幅に置き換えると,

$$F(t) = \hat{f}(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-7)$$

$$x(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-8)$$

$$x_n(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-9)$$

$$x_{\Delta\varphi}(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4-10)$$

$$x_{n\Delta\varphi}(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4-11)$$

と表すことができる.

$$\mu = \frac{m\omega_0}{Q} \quad (4-12)$$

$$k = m\omega_0^2 \quad (4-13)$$

上記の式を用いて式 (4-5) に代入すると複素振幅の $\hat{x}(\omega)$ は,

$$\hat{x}(\omega) = \frac{\frac{\hat{f}(\omega)}{m} - jG\omega^2\hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\left(G\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)} \quad (4-14)$$

と表すことができる. よって, 実際のパワースペクトル密度の理論式 (真値) は,

$$|\hat{x}(\omega)|^2 = \frac{\frac{1}{m^2} |\hat{f}(\omega)|^2 + G^2 \omega^4 |\hat{x}_n(\omega)|^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (G\omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q})^2} \quad (4-15)$$

と表すことができる。しかし実際に計測されるパワースペクトル密度は、実際の熱振動パワースペクトル密度に計測ノイズが加わったものである。したがって、 $\hat{x}(\omega)$ に、 $\hat{x}_n(\omega)$ を加えた $\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)$ の複素振幅は、

$$\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega) = \frac{\frac{\hat{f}(\omega)}{m} + \left\{ (\omega_0^2 - \omega^2) + j \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right\} \hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j \left(G\omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)} \quad (4-16)$$

であり、計測される熱振動のパワースペクトル密度の理論式（測定値）は、

$$|\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)|^2 = \frac{\frac{1}{m^2} |\hat{f}(\omega)|^2 + \left\{ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2 \right\} |\hat{x}_n(\omega)|^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(G\omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2} \quad (4-17)$$

となる。なお、固有振動数における実際の振幅密度の理論式（真値）は、

$$|\hat{x}(\omega_0)| = |\hat{x}_0(\omega_0)| \sqrt{\frac{1}{(QG + 1)^2} + \frac{G^2}{\left(G + \frac{1}{Q} \right)^2} \frac{|\hat{x}_n(\omega_0)|^2}{|\hat{x}_0(\omega_0)|^2}} \quad (4-18)$$

であり、固有振動数における振幅密度の理論式（測定値）は、

$$|\hat{x}(\omega_0) + \hat{x}_n(\omega_0)| = \sqrt{|\hat{x}_0(\omega_0)|^2 + |\hat{x}_n(\omega_0)|^2} \frac{1}{QG + 1} \quad (4-19)$$

となる。ただし、 $|\hat{x}_0(\omega_0)|$ は制振前の振幅密度、 ω_0 は固有振動数である。

4.5.4 熱振動振幅のエネルギー等分配の法則による理論式

片持ち梁は、熱により常に振動している．熱振動振幅のイメージを図 4-16 に示す．

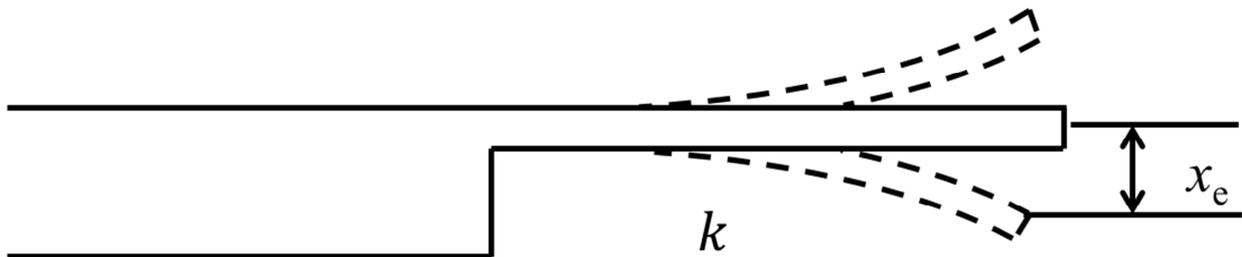


図 4-16 微小片持ち梁の熱振動振幅イメージ

梁の熱振動振幅はエネルギーの等分配の法則から求めることができる．熱によるエネルギー $k_B T$ は、ポテンシャルエネルギー U と運動エネルギー K の和によって求めることができる．

$$k_B T = K + U \quad (4-20)$$

ただし、 k_B はボルツマン定数、 T は絶対温度である．また、ポテンシャルエネルギー U はバネによるエネルギーで求めることができる．エネルギー等分配の法則とは、熱エネルギーが 1 自由度あたりの運動エネルギーと位置エネルギーにそれぞれ分配されることである．つまり、式 (4-20) とエネルギー等分配の法則から、

$$\frac{1}{2} k_B T = K \quad (4-21)$$

$$\frac{1}{2} k_B T = U \quad (4-22)$$

と表すことができる．よって式(4-22)は、

$$\frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} k x_e^2 \quad (4-23)$$

となり、これを熱振動振幅の実効値 x に直すと以下のようになる．

$$x_e = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} \quad (4-24)$$

よって今回，計測する片持ち梁の熱振動振幅の実効値は， $T = 300$ [K]， $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ [m² · kg/(s² · K)]， $k = 0.12$ [N/m]とすると，

$$\begin{aligned} x_e &= \sqrt{\frac{k_B T}{k}} = \sqrt{\frac{1.38 \times 10^{-23} \times 300}{2}} \\ &= 186 \times 10^{-12} \text{ [m]} \\ &= 186 \text{ [pm]} \end{aligned} \quad (4-25)$$

となるため，熱振動振幅の実効値は約 186 [pm]と予測できる。

4.5.5 熱振動振幅のパワースペクトル密度による理論式

エネルギー等分配の法則から熱振動振幅の実効値を求める方法以外にも実際のパワースペクトル密度によって熱振動振幅の実効値を求めることができる。実際のパワースペクトル密度による熱振動振幅の実効値は、

$$x_e = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{x}(\omega)|^2 df} \quad (4-26)$$

で求めることができる。しかし、ループゲイン G をかけている際マイナス無限大から無限大で積分すると計測ノイズ $|\hat{x}_n(\omega)|$ が含まれているため熱振動振幅の実効値は、発散してしまう。そのため今回は、積分範囲を任意に決め積分を区分求積法で求める方法である。区分求積法とは、積分範囲を微小に分割し、それぞれの微小面積を求める。そしてそれぞれ求めた微小面積を足し合わせることで全体の面積を求める方法である。パワースペクトル密度の面積の誤差が1番出やすいのは、パワースペクトル密度の共振点付近である。そのため微小な周波数 df は、半値幅 $\gg df$ であればいいので半値幅を 1000 で割ったものとする。半値幅 Δf は、

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (4-27)$$

で求めることができる。ただし f_0 は中心周波数、 Q は損失係数とする。今回の計測で中心周波数 $f_0 = 1298.7$ [kHz]、損失係数 $Q = 600$ [-] なので半値幅は、 $\Delta f = 2164$ [Hz]となる。よって微小な周波数 df は、2 [Hz]となる。また、中心周波数を中心にSPANを 10 [kHz], 20 [kHz], 30 [kHz], 40 [kHz], 50 [kHz], 60 [kHz]と 10 [kHz]ずつとり、熱振動振幅の実効値に影響がでない積分範囲を調べた。積分範囲ごとの熱振動振幅の実効値は、174 [pm], 182 [pm], 185 [pm], 188 [pm], 190 [pm], 192 [pm]となった。積分範囲が 20 [kHz] 以降から熱振動振幅の実効値は、ほぼ変わらないので積分範囲は 20~40 [kHz]の範囲で行うとする。今回は、エネルギー等分配の法則から得られる熱振動振幅の実効値の値に近くなる積分範囲 (40 [kHz]) で求めた。

4.5.6 ループゲイン G の決定

各ループゲインにおける梁の振幅密度を図 4-17 に示す．ここでの振幅密度は，パワースペクトル密度の平方根である．まず，減衰した振幅密度の実験値と実際の固有振動数における振幅密度の理論値が一致するようにループゲイン G を決める．

ループゲイン G は，

$$G = \frac{\text{単層電歪素子の感度電圧}}{\text{マイケルソン感度電圧}} \quad (4-28)$$

で表すことができる．マイケルソン感度電圧は式 (2-6) より求めることができる．よってループゲイン G の値は，単層電歪素子の感度電圧で変わる．つまり，減衰した振幅密度の実験値に実際の固有振動数における振幅密度の理論値を一致させるためには，単層電歪素子の感度電圧で調整しなければならない．今回，理論値は，式 (4-18) より求める．制振可能域の実験値と理論値が一致したときの単層電歪素子の感度は，45 [pm/V]であった．この値は，4.4 で単層電歪素子の感度電圧が 40~150 [pm/V]付近で振動していると予測した範囲内にあることから正確な値だとわかる．実験値と理論値が一致したときのグラフが図 4-17 である．

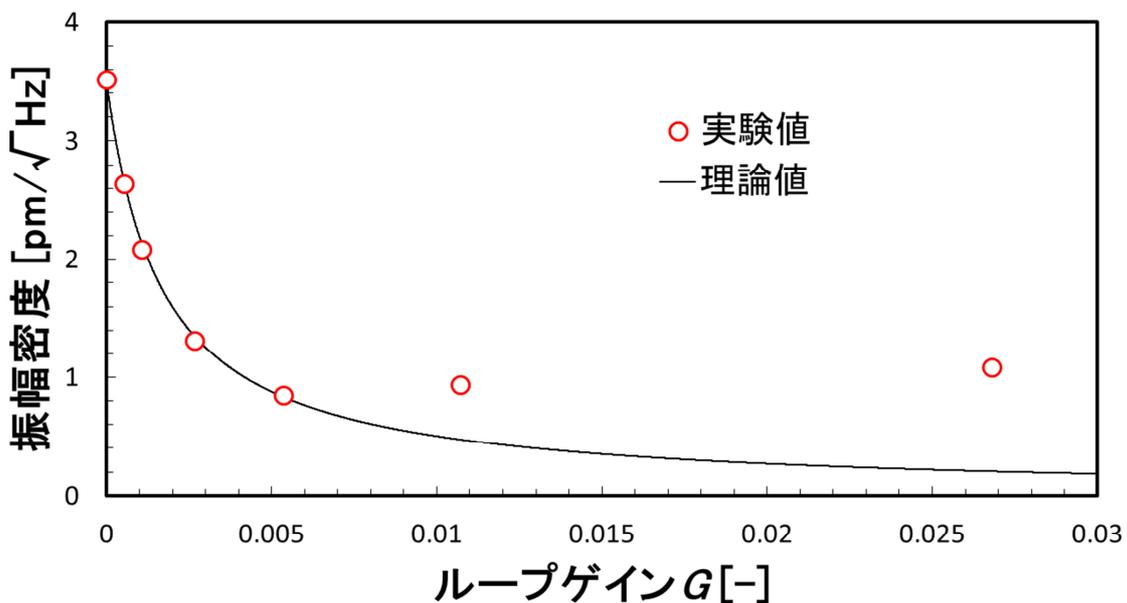


図 4-17 各ループゲインにおける梁の振幅密度

4.5.7 熱振動制振の実験結果

各ループゲインにおけるパワースペクトル密度を図 4-18 に示す. 点は実験値で, 実線は理論値である. この制振実験での実験値と理論値は良好な一致を示しているので式 (4-17) の理論値は確かなものと言える. ループゲイン G を増加させるごとにパワースペクトル密度の共振点が減衰した. また, 半値幅の広がりも確認できた. 半値幅が広がる原因として電歪素子が動き, 熱振動が打ち消されることで見かけ上の減衰係数 μ が増加し, Q 値が小さくなっていることが考えられる. この二つの現象から熱振動を制振させていることが分かる. しかし, ループゲイン G を 1.0×10^{-2} [-] かけたところで発振し始めた. この発振原因として, 単層電歪素子の架台が共振していることで発振していると考えている. 今回の熱振動制振実験では, 制振してない時が約 185 [pm] に対して最も制振した時が約 87 [pm] となり, 約 1/2 制振させることに成功した. この値は, エネルギー等分配の法則の式 (4-24) により約 66 [K] まで冷却した時の熱振動振幅の実効値と同じ値を示す.

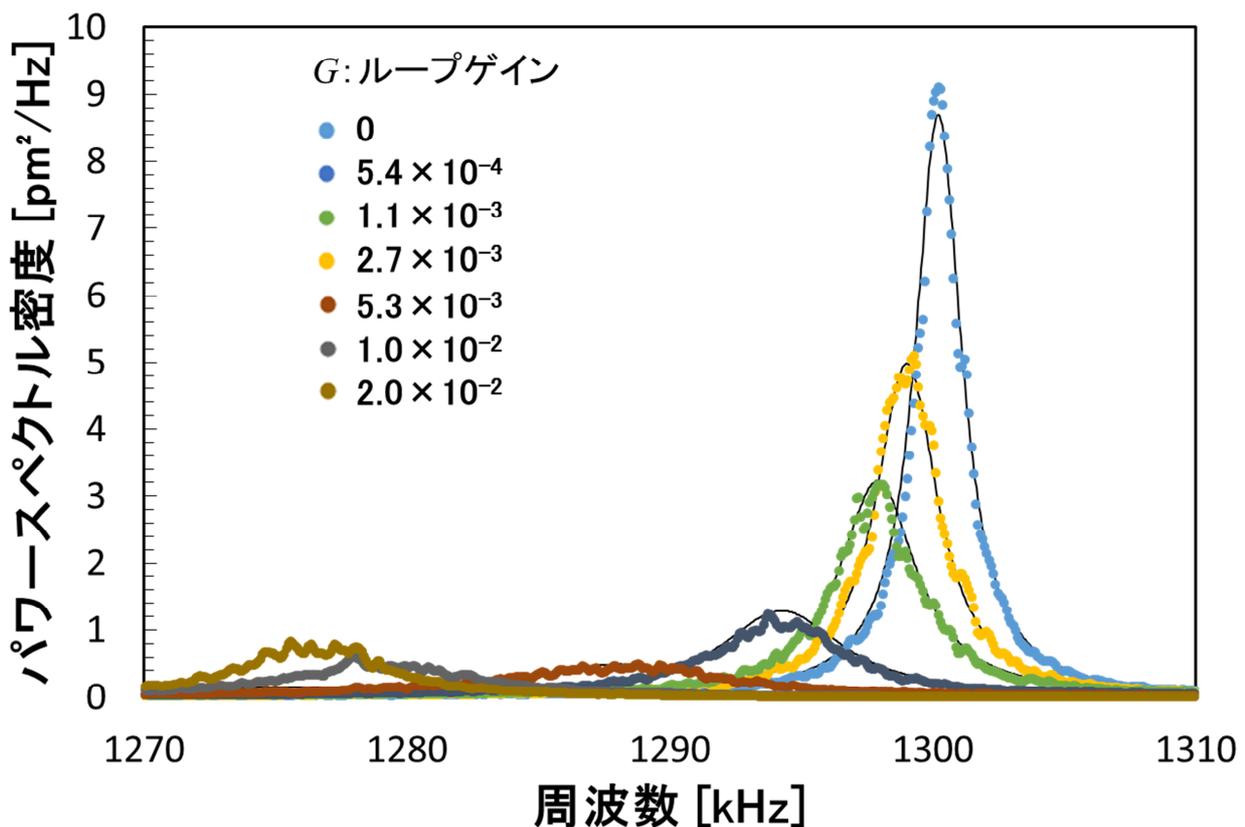


図 4-18 各ループゲインにおけるパワースペクトル密度

第 5 章

結言

今回は、計測範囲を広げるために長さ $9[\mu\text{m}]$ 、幅 $2[\mu\text{m}]$ 、厚さ $0.13[\mu\text{m}]$ で、固有振動数が高周波にある梁の熱振動を計測した。数マイクロの梁の熱振動を計測するために $1[\text{nm}]$ 程度の位置調整ができる電歪素子を用いた装置を製作した。さらに光検出器をアバランシェフォトダイオードに変更したことにより梁の熱振動の信号を読み取ることに成功した。また、梁の制振実験を行い梁の熱振動の振幅を約 $1/2$ まで制振させることに成功した。これは、エネルギー等分配の法則から温度換算すると約 $66[\text{K}]$ まで冷却した時の熱振動振幅の実効値と同じ値を示す。つまり、慣性力を用いた制振方法によって約 $66[\text{K}]$ まで冷却することができた。

参考文献

- [1] M.Poggio, C.L.Degen, H.J.Mamin and D.Rugar, “Feedback cooling of a cantilever’s fundamental mode 5mK”, *Physical Review Letters*, **vol. 99**, pp.017201-1-017201-4, (2007)
- [2] 高城亮馬, 鍛冶元晴「微小シリコン片持ち梁の熱振動制振の研究」福岡工業大学工学部知能機械工学科卒業論文(2015)

謝辞

本研究を遂行するにあたり，終始御指導，御助言を賜りました河村良行教授，指導院生の鐘ヶ江先輩，辻家先輩に深く感謝の意を表します．また，装置の加工に御協力頂いた工作センターの皆様，微小シリコン片持ち梁の撮影に御協力頂いたエレクトロニクス研究所の皆様，朱研究室の皆様に深く感謝の意を表します．