

フィードバック冷却を用いたマイクロ片持ち梁の熱振動の制御

知能機械工学専攻

鐘ヶ江力

近年、MEMS 技術の発達により、微小な機械振動子が、原子間顕微鏡や加速度計などの精密計測機器に用いられるようになった。しかし、熱雑音や微小機械構造の熱振動を抑制するための研究はあまり行われていない。熱振動は、超高感度計測において計測精度を制限する。本研究では、冷凍機を用いないマイクロ片持ち梁の熱振動のフィードバック制御を行った。我々は、熱振動の振幅を、4.4pm まで制御することに成功した。これは、実効温度を 2.8K まで下げたことに相当する。

キーワード：熱振動，フィードバック冷却，マイクロ片持ち梁，マイケルソン干渉計

平成 29 年 2 月 6 日

Control of the thermal vibration of microcantilevers using feedback cooling

Intelligent Mechanical Engineering

Riki Kanegae

Recently, due to the advance in the MEMS (microelectronics mechanical systems), various types of micro oscillator have been used for various types of a precision measuring instruments, such as micro accelerometer, and various types of probe microscope. However, there have been few studies to suppress the thermal noise and of the micro mechanical structures down to the limitation of the thermal vibration. Control of the thermal vibration has been interesting in engineering and physical fields. Control of the thermal vibration had been achieved by active control and passive control. In the field of physics, mechanical resonators are used for study of various quantum phenomena using microscopic structures. In this report, we describe about feedback control of the thermal noise of microcantilevers for the improvement in the resolution of various types of probe microscopes. We controlled the thermal vibration by feedback control using the inertial force without a refrigerator. The application of cooling of a microcantilever without a refrigerator will lead to improvement of the measurement limit, and it does not affect the measuring object. In this study, the thermal vibration amplitude of the cantilever was suppressed to 4.4pm using feedback control at room temperature, which is equivalent to 2.8K.

Keywords : Thermal vibration, Feedback cooling, microcantilever, Michelson interferometer

February 6, 2017

平成 28 年度 修士論文

フィードバック冷却を用いた
マイクロ片持ち梁の熱振動の制御

指導教員 河村良行 教授

福岡工業大学大学院 工学研究科 知能機械工学専攻

CM15004 鐘ヶ江 力

目次

第1章 序論	1
1.1 研究背景	1
1.2 フィードバック冷却とは	2
1.3 Q 値とは	2
1.4 研究目的	3
第2章 使用した装置の設定と原理	4
2.1 マイクロ片持ち梁	4
2.2 マイケルソン干渉計	5
2.2.1 原理	5
2.2.2 計測感度	5
2.3 マイケルソン干渉計の干渉感度の安定化と多段除振	7
2.4 真空排気装置	9
2.5 真空計	10
2.6 Fast Fourier transformer アナライザ(FFT アナライザ)	11
2.7 スペクトラルアナライザ	13
2.8 ロックインアンプ	13
2.8.1 概要	13
2.8.2 ロックインアンプを用いて自作した FFT アナライザ	13
2.9 Dual channel programmable filter (DCPF)	16
第3章 熱振動制御の手法	17
3.1 熱振動制御装置	17
3.2 圧電素子の校正	18
3.3 熱振動の制御方法	21
第4章 熱振動制御実験	24
4.1 単結晶シリコン片持ち梁(梁 A)の熱振動制御	24
4.1.1 Q 値の真空度依存性	24
4.1.2 熱振動制御	25
4.1.3 熱振動制御の時間応答	29
4.2 低周波数窒化シリコン片持ち梁(梁 B)の 2 モード同時制振	32

4.2.1	片持ち梁の振動モード	32
4.2.2	熱振動の 2 モード同時計測	33
4.2.3	振動モードの個別制振	34
4.2.4	熱振動の 2 モード同時制振	36
4.3	高周波数窒化シリコン片持ち梁(梁 C)の制振	38
4.3.1	積層型電歪素子を用いた片持ち梁の精密位置調節機構の改良	38
4.3.2	光検出器の改良	39
4.3.3	梁 C の熱振動の制振	41
第 5 章 結論		43
参考文献		44
謝辞		46
研究実績		47
付録		

第 1 章

序論

1.1 研究背景

現在機械振動は、原子間顕微鏡や加速度計などの計測機器に用いられている。しかし、物体は、熱により常に振動している。計測機器の小型化や高感度化が進んでいる中で、この熱による振動が最終的なノイズとして残ってしまい、計測精度の限界を決める要因になる。この熱振動を取り除くためには、振動子を絶対零度まで冷やす必要がある。物体の限界の振動である零点振動まで熱振動を除去することで、計測精度の限界の引き上げが期待できる。また、マイクロ片持ち梁やナノ片持ち梁などの微小機械振動子は、肉眼で見ることのできる物体を用いた、種々の量子現象の直接的な観測の研究にも用いられている[1-3]。巨視的な物体による量子現象の解明は、注目を集めており、このような物理的検証においても、振動子を量子限界まで冷却する必要がある。

熱振動を抑える方法は、大きく分けて2つある。1つは、冷凍機により実際に冷却する方法[2,4]。もう1つは、外力により制振し振動を減衰させることで実行温度を下げる方法[5-15]である。微小振動子の熱振動は、ブラウン運動であり、この揺らぎの大きさは温度によって決定される[16]。つまり、振動子の熱振動の変位(振幅)を減衰させることで、あたかも冷却されたかのように振る舞う。冷凍機による微小機械振動子の量子振動の計測は、すでに行われている[2]。しかし、希釈冷凍機などの装置は大型であり、かつ冷却に時間がかかる。一方、外力による制振は、制御開始から即座に振動を抑えることができ、冷凍機のように時間を要しないという特徴がある。また、室温の状態ですべての計測を行えるため、計測対象や計測系に影響を与えにくい。外力による制振には、熱振動を電気信号に変換して電歪素子を駆動し、それにより発生する慣性力を用いたもの[5,6]や、レーザー照射による光の放射圧力を用いたもの[7-12]などがある。これらは、梁自身の振動をフィードバックすることで、熱振動の能動的制御を行っている(フィードバック冷却)。また、フィードバック制御を用いない、熱振動の受動的な制振を行う研究も報告されている[13-15]。

しかし、実際の冷却とフィードバック冷却は、本質的に異なる。まず、Q値への影響である。熱振動を抑えるにあたって、実際に梁を冷却し熱振動を抑えた場合、Q値は上昇[5]し、フィードバック冷却の場合は、Q値が減少[5-15]することが報告されている。次に、各振動モードへの影響である。片持ち梁などの振動子は、無数の振動モードを持っている。冷凍機を用いれば、梁の持つ全ての振動モードが抑制される。一方、フィードバック冷却は、選択した振動モードのみ減衰されるという特徴がある。

1.2 フィードバック冷却とは

フィードバック冷却とは、希釈冷凍機などを使わずに熱振動を抑えることで、実効温度を下げる手法である[5-15]。この方法は、図 1-2-1 に示すように、振動子の熱振動を計測し、その位相をずらした信号を外力として振動子にフィードバックすることで、熱振動を制振する。この外力として、レーザーを照射することにより発生する放射圧力[7-12]や、電歪素子駆動による慣性力[5,6]などが用いられる。

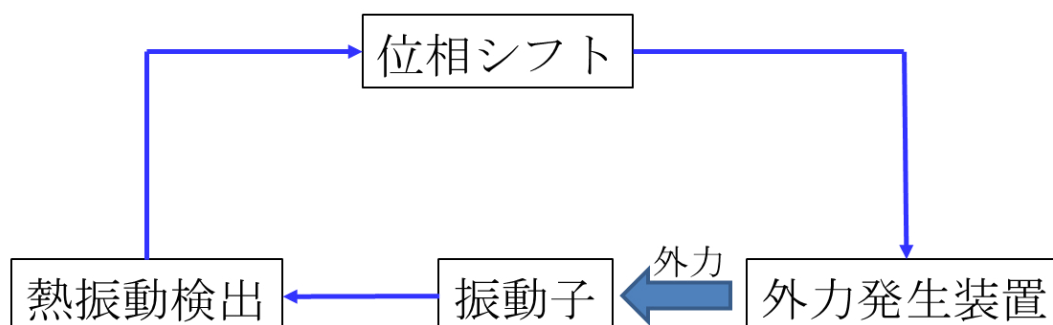


図 1-2-1 フィードバック冷却の概略

1.3 Q 値とは

Q 値とは、図 1-3-1 に示すように、共振スペクトルの尖鋭度を示すものであり、Q 値が大きいほど機械振動子の持つ減衰は小さくなる。機械振動子には、その不完全性から力学的エネルギーの散逸があり、これにより、それぞれ固有の Q 値を持つ。

Q 値は、

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (1-1)$$

で求めることができる。ここで、 f_0 は固有振動数、 Δf は機械振動子の熱振動のスペクトルの半値幅である。

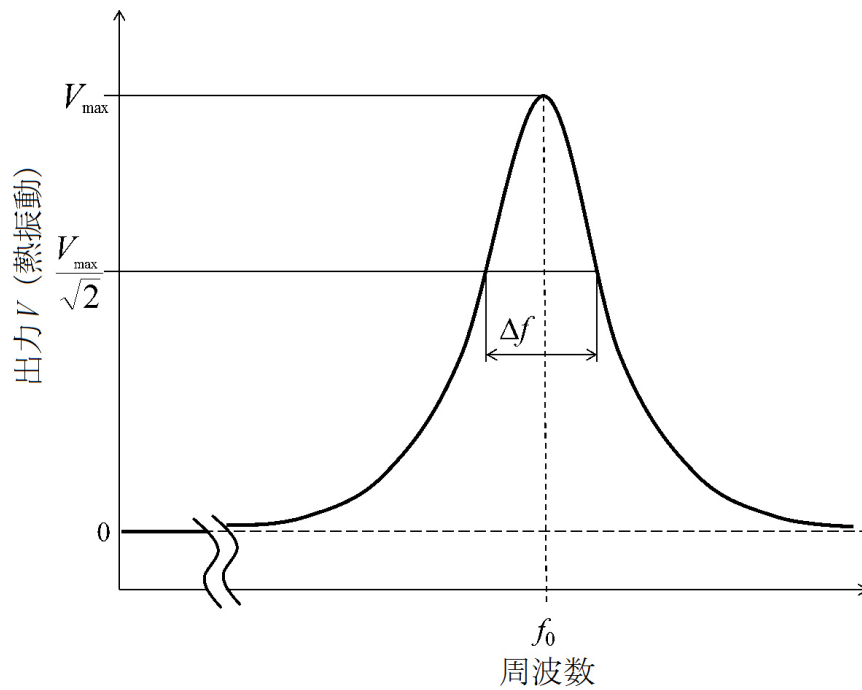


図 1-3-1 Q 値の算出

1.4 研究目的

本研究では、熱振動制御技術の実際の応用を模索するためにも、機械工学的手法を用いて熱振動の制振を行った。本論文では、フィードバック冷却を用いた様々なマイクロ片持ち梁の熱振動制振についてのべる。

第 2 章

使用した装置の設定と原理

2.1 マイクロ片持ち梁

本研究で使用した単結晶シリコン片持ち梁(OLYMPUS 社製 OMCL-AC240TN-C3, 以降, 梁 A)を図 2-1-1(a)に, 低周波数窒化シリコン片持ち梁(OLYMPUS 社製 BL-RC150VB-C1, 以降, 梁 B)を図 2-1-1(b)に, 高周波数窒化シリコン片持ち梁(OLYMPUS 社製 BL-AC10DS-A2, 以降, 梁 C)を図 2-1-1(c)示す. そして, それぞれの片持ち梁の仕様を表 2-1-1 に示す. 本論文で使用した梁 A は, 固有振動数 86.8kHz の梁を使用している. この時, ばね定数を 2N/m とすると, 等価質量は 6.7×10^{-12} kg となる. Q 値は, 5×10^{-3} Pa の高真空中において約 10^5 である. 梁 B は, 固有振動数 14.7kHz のものを使用している. この時, ばね定数を 0.006N/m とすると, 等価質量は 7.2×10^{-13} kg となる. Q 値は, 高真空中において約 500 である. 梁 C は, 固有振動数 1.3MHz のものを使用している. この時, ばね定数を 0.1N/m とすると, 等価質量は, 5.9×10^{-14} kg となる. Q 値は, 高真空中で約 600 である.

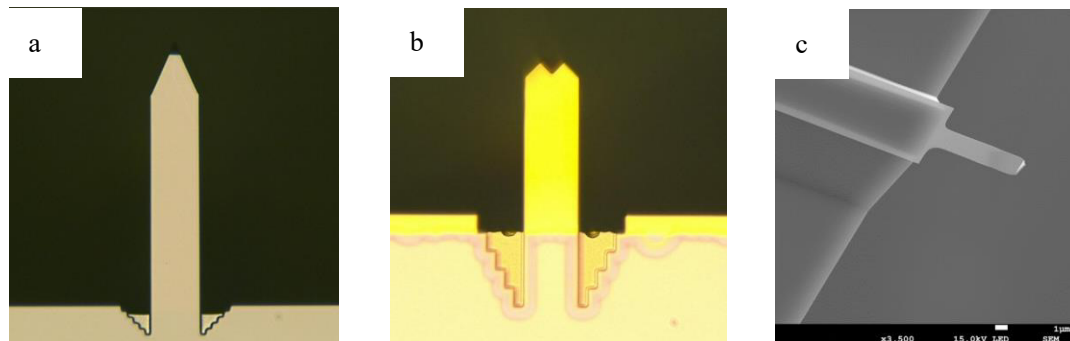


図 2-1-1 実験に使用したマイクロ片持ち梁 (a) 単結晶シリコン片持ち梁(梁 A)の光学顕微鏡像 (b) 低周波数窒化シリコン片持ち梁(梁 B)の光学顕微鏡像 (c) 高周波数窒化シリコン片持ち梁(梁 C)の FE-SEM 像

表 2-1-1 実験に使用した片持ち梁のカタログ値

梁	長さ×幅×厚さ [μm]	ばね定数 [N/m]	固有振動数 [kHz]	材質	コーティング
A	240×40×2.3	1.56~3.47	68.0~89.6	単結晶シリコン	なし
B	100×30×0.18	0.002~0.016	7~21	窒化シリコン	金(両面)
C	9×2×0.13	0.02~0.2	1000~2000	窒化シリコン	金(裏面)

2.2 マイケルソン干渉計

2.2.1 原理

図 2-2-1 にマイケルソン干渉計の外観を、図 2-2-2 に光路差の変化による干渉縞の移動を示す。マイケルソン干渉計は、光の干渉を用いて物体の変位を計測する光学干渉計である。構造は、レーザ発振機、半透ミラー、参照ミラー、測定ミラー、光検出器で構成されている。レーザ発振機からの光が、半透ミラーで二つに分かれ、参照ミラーと測定ミラーに向かい、それぞれの反射光が半透ミラーを介して再び重なることで干渉縞ができる。干渉縞は、参照ミラーと計測ミラーからの反射光の光路の差によってでき、光路差が変動することで縞が移動する。つまり、計測ミラーが動くことで、その変位の分だけ縞は移動する。縞は、光源として使用しているレーザ波長の $1/4$ 光路差が変化することで、明から暗(暗から明)に移動する。この縞の移動を光検出器で読み取ることで、計測物の変位を電氣的に計測することができる。

2.2.2 計測感度

図 2-2-3 に光路差の変位と電圧の関係を示す。マイケルソン干渉計の計測感度は、干渉しているレーザ光の光量と、縞の明と暗の光量差で決まる。例として、計測物が動き計測物からの反射光の光路長が、 ΔX だけ動いたとする。この時、変位 ΔX の分だけ干渉縞の明暗が移動し、光検出器で読み取っている信号電圧も ΔV 変化する。図 2-に示すように、光検出器に入ってくる光量が多いと電圧は大きくなり、少ないと電圧は小さくなる。また、干渉縞は、レーザ波長の $1/4$ 変位が変化すると、明と暗の場所が入れ変わる。波長 632.8nm の赤色 He-Ne レーザを、光源として使用した場合、 158.2nm 光路差が変化すると明暗が入れ変わる。

マイケルソン干渉計の感度は、動作点により変化する。傾きが最も大きいところに動作点を保つことで、計測感度は最大になる。図 2-2-3 より、この曲線の傾き dV/dX は、

$$\frac{dV}{dX} = \frac{4\pi V_0}{\lambda} \cos\left(\frac{4\pi X}{\lambda}\right) \quad (2-1)$$

となる。ここで、 V_0 と λ は、それぞれ感度曲線の振幅と光源のレーザ波長である。明と暗の境目が最も傾きが大きくなり、 $\cos(4\pi X/\lambda) = 1$ となる。この時の傾きは、

$$\frac{dV}{dX} = \frac{4\pi V_0}{\lambda} \quad (2-2)$$

である。干渉計の感度は、式(2-2)の逆数なので、

$$\frac{dX}{dV} = \frac{\lambda}{4\pi V_0} \quad (2-3)$$

となる. つまり, 干渉の明と暗における電圧の差が大きくなると, V_0 が大きくなり変位に対して出力される電圧が大きくなる.

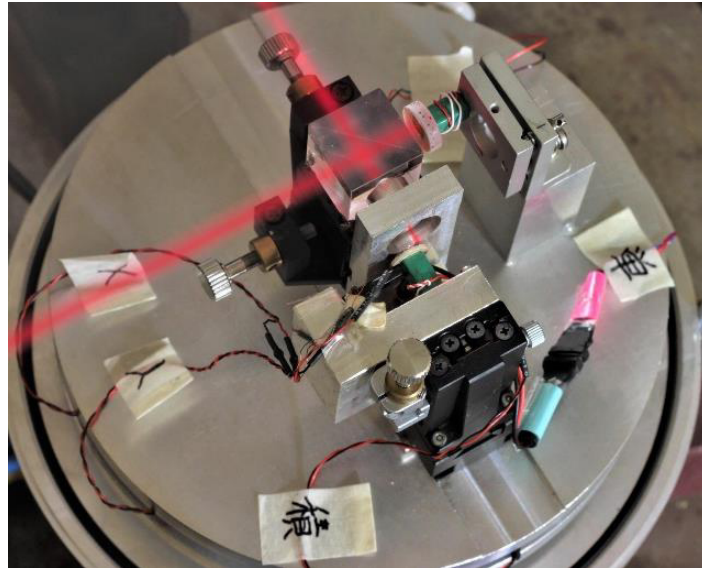


図 2-2-1 マイケルソン干渉計外観

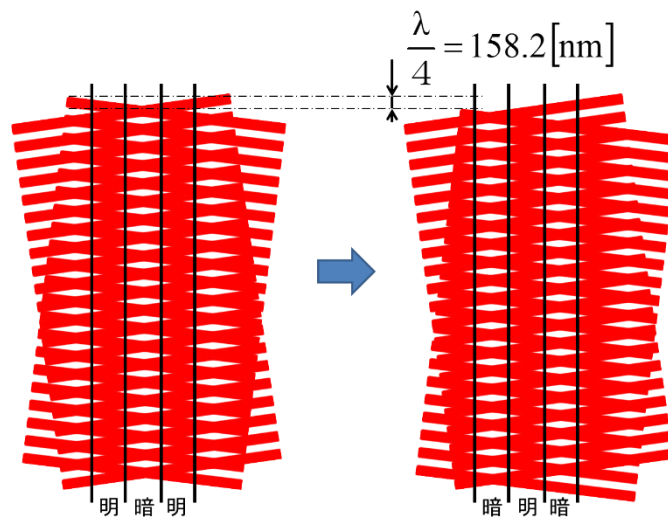


図 2-2-2 光路差の変化による干渉縞の移動

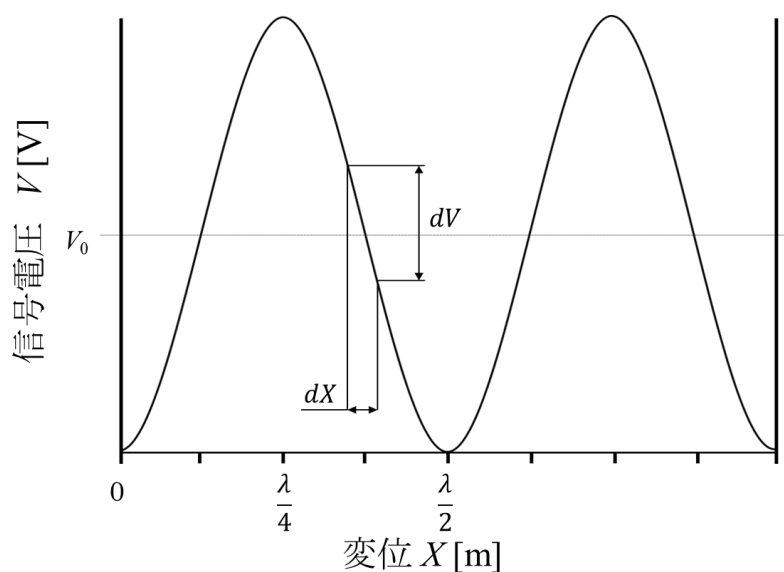


図 2-2-3 マイケルソン干渉計の変位と信号電圧の関係

2.3 マイケルソン干渉計の干渉感度の安定化と多段除振

図 2-3-1 に安定化回路の外観を示す。図 2-3-2 と図 2-3-3 にそれぞれ安定化制御の概略と安定化回路を示す。マイケル干渉計の感度は、動作点の位置によって変化する。そのため、計測を行う場合、最も傾きが大きい位置(干渉縞の明暗の境)で動作点を保つ必要がある。制御方法としては、干渉計の参照ミラーを積層型電歪素子にとりつけ、光検出器からの信号と基準電圧との差が無くなるように電歪素子を駆動し、光路を調節する。これにより、最も計測感度の高い場所に干渉縞を留める。また、発振が起こるのを防ぐ為に 6Hz のローパスフィルタをフィードバック制御回路に入れて高周波成分を遮断している。

図 2-3-4 にマイケルソン干渉計の多段除振台を示す。マイケルソン干渉計は、二枚のアルミニウム台の上に設置されている。そのアルミ台の間にゴムラバーを挟んで多段除振を行っている。



図 2-3-1 安定化回路の外観



図 2-3-2 干渉感度の安定化制御の概略

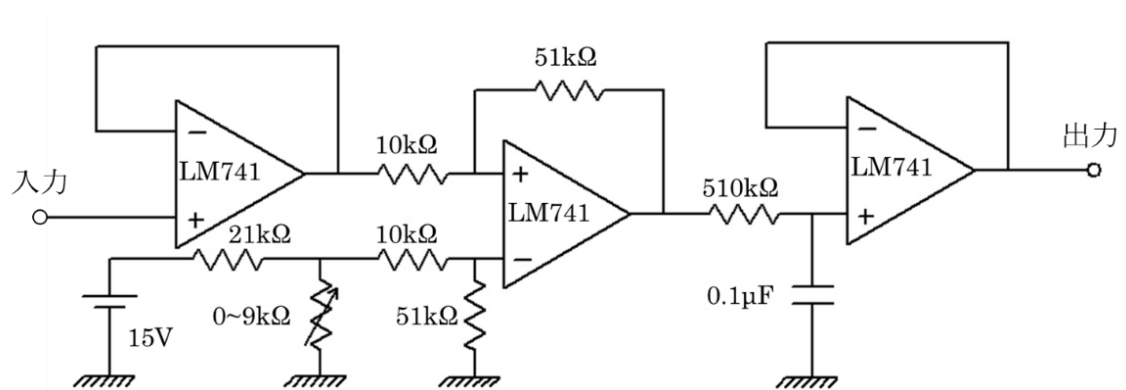


図 2-3-3 安定化回路

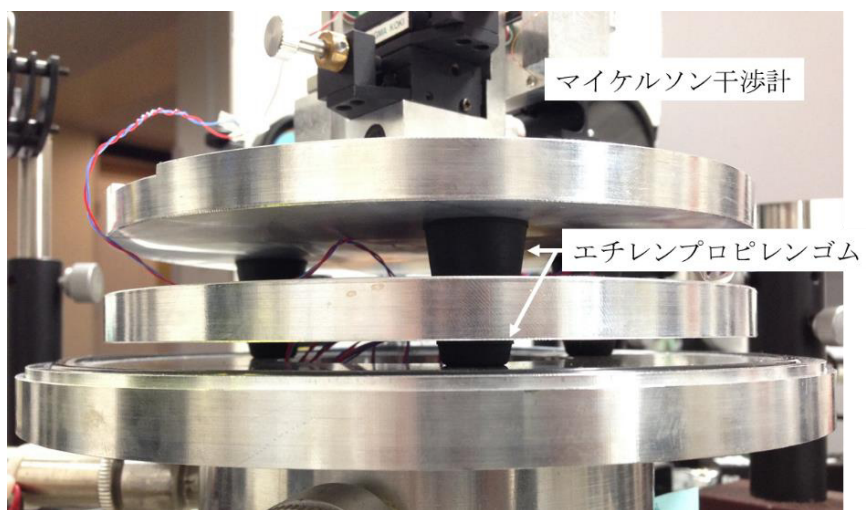


図 2-3-4 マイケルソン干渉計の多段除振台

2.4 真空排気装置

図 2-4-1 にロータリーポンプを示す。一般的な真空ポンプであり、容器内を高真空にするための粗引きや、後述の油拡散ポンプの排圧に用いられる。最大で $1.3 \times 10^{-1} \text{Pa}$ まで真空度を上げることができる。

図 2-4-2 に油拡散ポンプを示す。本研究では、高周波数の振動ノイズを発生させる可能性があるため、ターボ分子ポンプではなく油拡散ポンプを使用した。このポンプは、容器内を高真空まで真空を引くことができ、最大で $1 \times 10^{-5} \text{Pa}$ まで真空度を上げることができる。本実験においては、真空容器の不完全性から、最大真空度は $2 \times 10^{-3} \text{Pa}$ であった。



図 2-4-1 ロータリーポンプ



図 2-4-2 油拡散ポンプ

2.5 真空計

ピラニ真空計を図 2-5-1 に示す。この真空計は、低い真空度を計測するとき用いる。計測できる真空度の範囲は、約 2000Pa から 1.33Pa までである。

電離真空計を図 2-5-2 に示す。この真空計は、最大で 1.0×10^{-7} Pa までの高い真空度を測定することができる。ただし、低真空のときに電離真空計のゲージ部のスイッチを入れると、ゲージ内のフィラメントが焼き切れてしまうので注意が必要である。



図 2-5-1 ピラニ真空計



図 2-5-2 電離真空計

2.6 Fast Fourier transformer アナライザ

Fast Fourier transformer アナライザ(FFT アナライザ, (株)小野測器社製 CF-9400)の外観を図 2-6-1 に, 計測画面を図 2-6-2 に示す. この装置は, 周期をもった信号をフーリエ変換することで, スペクトルとして表示することができる. 計測可能な範囲は, 0~100kHz である. 横軸は周波数で表示され, 縦軸は電圧 V , 電圧の実効値 V_r , パワー V^2 , パワー密度 $V^2\text{Hz}^{-1}$ (PSD)などで表示することができる. 横軸の周波数分解能 Δf は, 横軸のデータサンプル数や, 計測する周波数範囲を変更することで決定される. この周波数分解能 Δf は, 100Hz から $1.56 \times 10^{-5}\text{Hz}$ の範囲で設定できる. 縦軸分解能は, 最大で約 60nV である. 周波数分解能は, あまり高くしすぎるとデータの取り込み時間が長くなり, 計測に時間がかかる. しかし, 計測する信号に対して不十分な分解能で計測を行うと, 間違った計測結果を得てしまうことがある.

また, 熱振動のように周波数的に広がりのある信号(ノイズなど)を計測する際は, 設定した周波数分解の毎に結果が変わってしまう. 例えば, FFT アナライザの持つフロアノイズのパワースペクトルを計測する場合, 分解能を高くするに従いパワーが Δf に比例して小さくなる. そのため, 分解能で正規化する必要がある. 信号を分解能で正規化し, 1Hz あたりのパワーの密度に変えたスペクトルが, パワースペクトル密度(PSD)である. 単位は, $V^2\text{Hz}^{-1}$ であり, こうすることで分解能によるばらつきをなくすことができる. しかし, 周波数的に広がりのない信号にこの方法を用いると, 正しい計測ができなくなる.

片持ち梁の熱振動を計測する際には, スペクトルの半値幅よりも周波数分解能が小さくなるよう設定した. 計測の際に設定する分解能は,

$$\Delta f < \frac{\omega_0}{Q} \quad (2-4)$$

となるように設定した. ここで, ω_0 は片持ち梁の固有角周波数, Q は Q 値である. つまり, Q 値が大きくなるほど高い分解能で計測する必要がある. また, 分解能は足りていても, スペクトルのピークが存在する周波数の値のデータが取れていない場合, ピーク値のデータが本来の値よりも小さくなる.

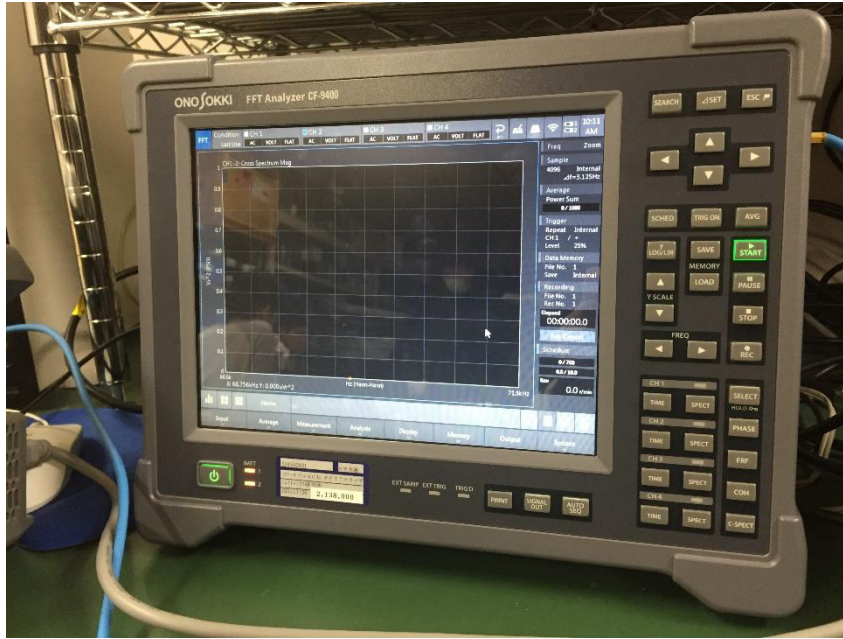


図 2-6-1 FFT アナライザ外観

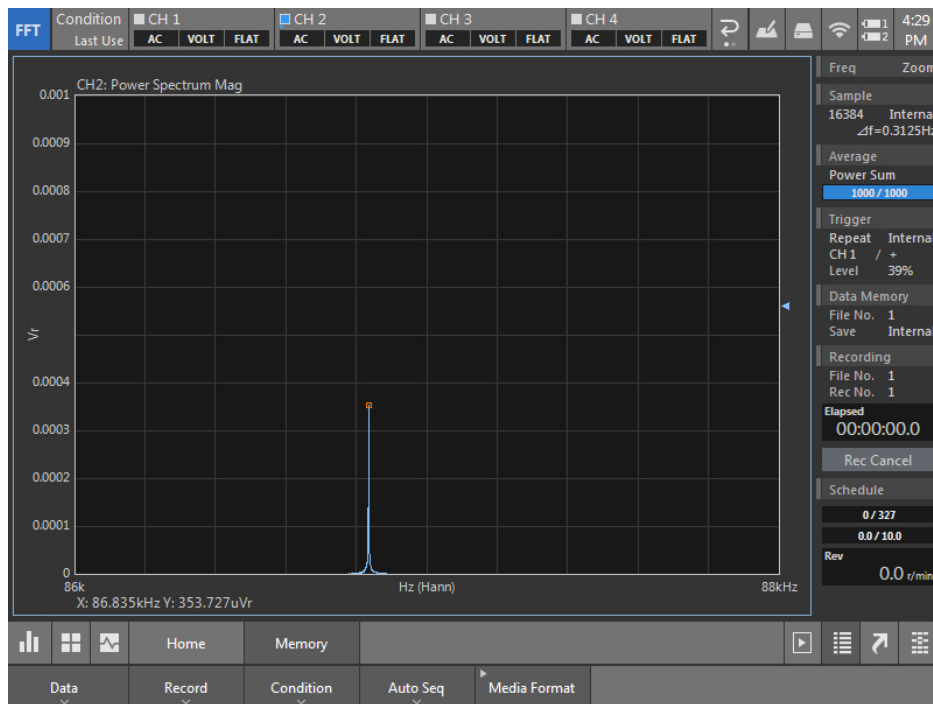


図 2-6-2 FFT アナライザの計測画面

2.7 スペクトラルアナライザ

図 2-7-1 にスペクトラルアナライザを示す。スペクトルアナライザは、数 10kHz から 5GHz までの高い周波数のスペクトルを計測できる。横軸の周波数分解能は、最大で 10Hz であるこの装置は、高周波数での計測を行うために入力抵抗が 50Ω である。

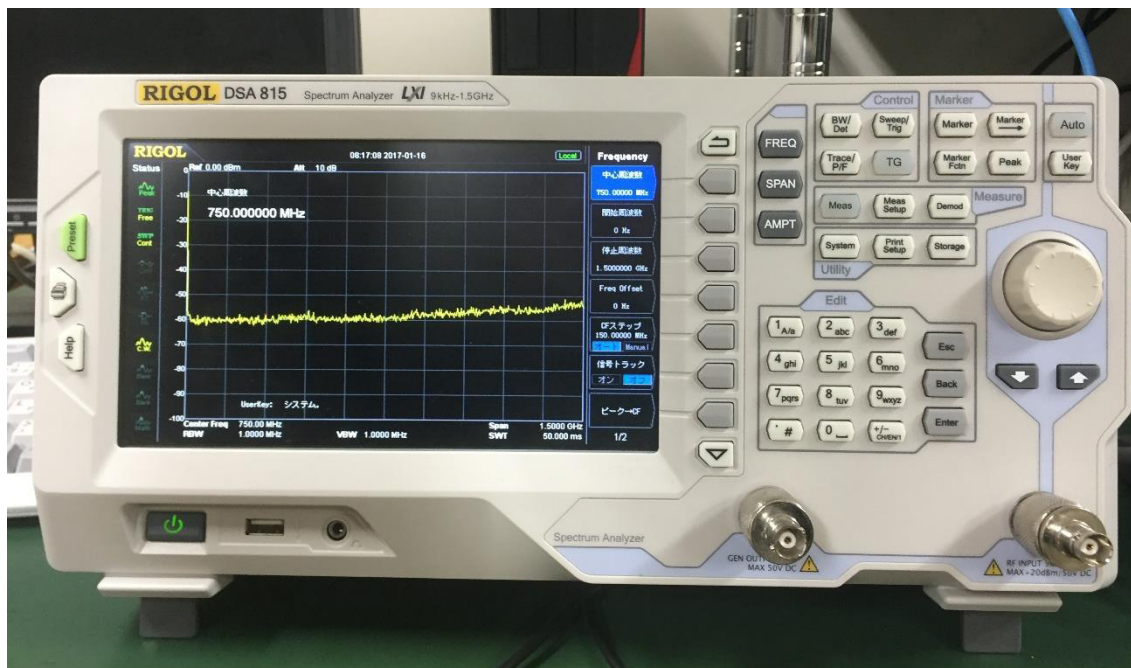


図 2-7-1 スペクトラルアナライザ外観

2.8 ロックインアンプ

2.8.1 概要

図 2-8-1 にロックインアンプを示す。ロックインアンプは、参照信号の周波数と同じ周波数の成分を入力信号から検出し DC 成分として出力する。出力される信号は、入力信号 \times (10V/測定レンジ(SENS)V) で表示され、出力信号は、実効値で表示される。また、積分時間 τ_c (時定数) を設定する必要がある。これは、入力したデータを何秒間で積分するかを設定するもので、この時定数で分解能が決定され、時定数が長ければ、分解能は上がり、短ければ分解能は下がる。またこの時定数は、入力信号の周期 T よりも十分に長くなるように設定する必要がある。

2.8.2 ロックインアンプを用いて自作した FFT アナライザ

既存の FFT アナライザは、100kHz より高い周波数の信号を計測することができなかったためロックインアンプを用いて 100kHz 以上の高い周波数の信号を計測できる機構を考えた。2.8.1 でも述べたように、ロックインアンプは参照信号と同じ周波数における信号しか

検波しない。しかし、参照信号の周波数を一定の速度で変化させることで FFT アナライザのように入力信号のスペクトルが得られる。ロックインアンプの参照信号を、ファンクションジェネレータを用いてスイープし、出力信号をオシロスコープで観測することで入力信号のスペクトルが計測できる。

図 2-8-2 にロックインアンプを用いて自作した FFT アナライザ概略を示す。実際に FFT アナライザとして機能するのか実験を行った。参照信号を、ファンクションジェネレータの ch2 からの信号を用いてスイープし、ch1 からの信号を入力し、その出力信号をオシロスコープで観測した。この時、入力信号は 1.25MHz である。参照信号の周波数移動速度は、周波数分解能よりも遅くなくてはならない。そのためスイープ時間は、

$$KT_s > \frac{\Delta f_s}{\Delta f_L^2} \quad (2-5)$$

となる。ここで、 K は倍率、 Δf_s はスイープする周波数範囲、 Δf_L^2 はロックインアンプの分解能である。

図 2-8-3 に違う倍率におけるスペクトルを示す。ロックインアンプの時定数は 2ms で、入力信号は 1.25MHz である。図 2-8-3 中の点線は、中心周波数 $f_c = 1.25\text{MHz}$ を示している。青と赤と黒の実線は、それぞれ $K=1$ 、 $K=3$ 、 $K=6$ の時の値であり、倍率が大きくなるほど中心周波数からのずれが少なくなっている。またこのスペクトルの半値幅は、ロックインアンプの周波数分解能を表す。



図 2-8-3 ロックインアンプ

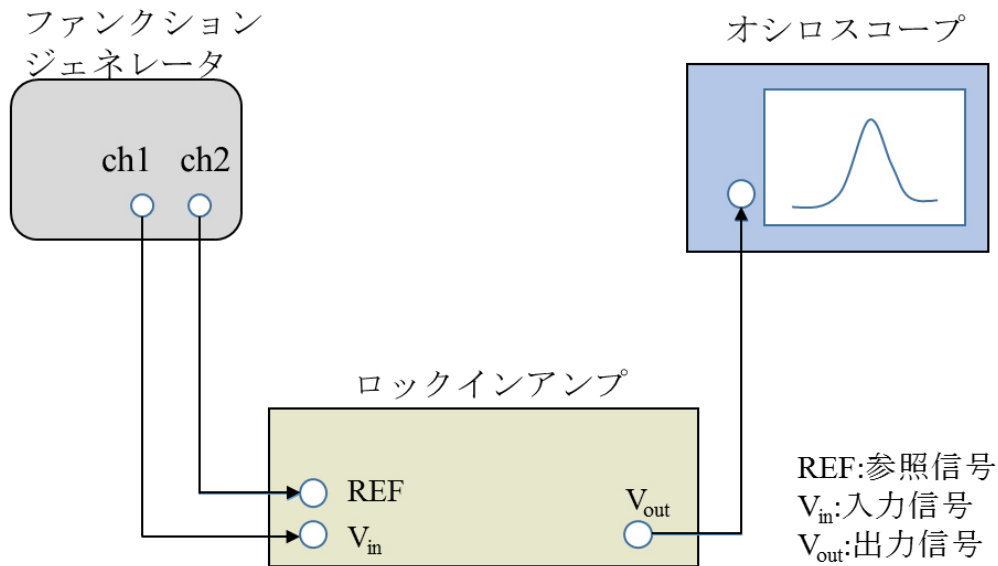


図 2-8-2 ロックインアンプを用いて自作した FFT アナライザの概略

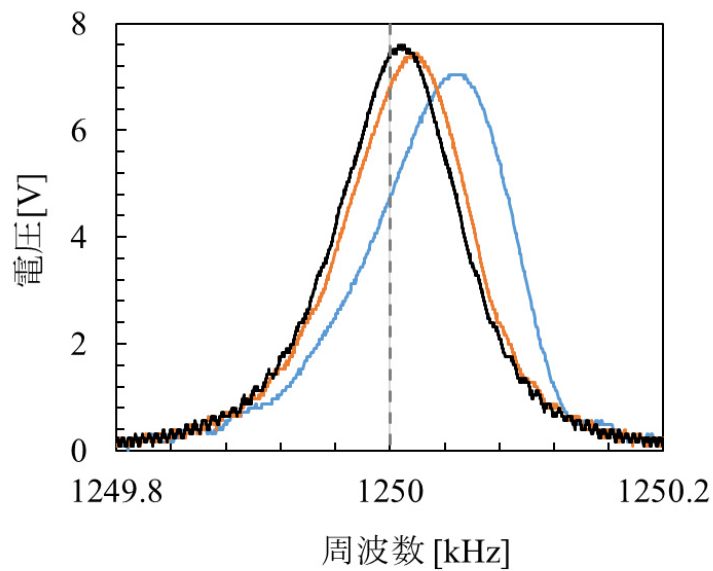


図 2-8-3 違う倍率におけるスペクトル

2.9 Dual channel programmable filter (DCPF)

図 2-9-1 に Dual channel programmable filter (DCPF)を示す。ハイパスフィルタ(HPF), ローパスフィルタ(LPF), バンドパスフィルタ(BPF)などのデジタルフィルタを設定できる。また, CH-A と CH-B の2つのチャンネルがあり, それぞれカットオフ周波数や中心周波数を調整することができる。CH-A と CH-B を内部で接続する CASCADE モードと, それぞれ別にする SEPARATE モードがある。また, CH-A と CH-B の周波数を調節することで, 入力信号と出力信号の位相をずらすことができる。

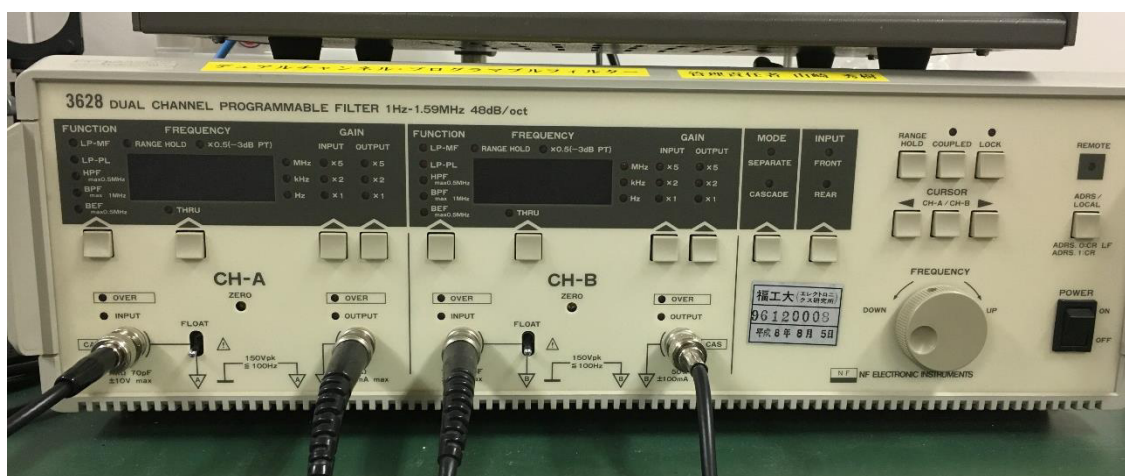


図 2-9-1 デュアルチャンネルプログラマブルフィルタ

第 3 章

熱振動制御の手法

3.1 熱振動制御装置

熱振動制御システムを図 3-1-1 に示す。片持ち梁は、精密に動かせるように単層圧電素子（以降 PZT）に取り付けられている。フィードバックループゲイン g を変化させるために、PZT への印加電圧を可変コンデンサで分圧している。分圧にコンデンサを使用した理由は、抵抗を使用して分圧した場合、位相遅れが生じる可能性があると考えたためである。片持ち梁の熱振動計測には、マイケルソン干渉計を用いていた。干渉計の光源として、出力約 1mW、波長 632.8nm の He-Ne レーザを使用している。また、片持ち梁の Q 値をより高くするために、マイケルソン干渉計全体を真空容器に入れ、 5×10^{-5} Pa の真空中で実験を行っている。本実験は全て室温でおこなった。

光検出器からの熱振動の信号($x+x_n$)は、周波数幅が約 10kHz のバンドパスフィルタ(BPF)を通り、片持ち梁が乗せられている PZT へと送られる。ここで、 x は片持ち梁の熱振動の振幅、 x_n は計測系が持っているフロアノイズである。バンドパスフィルタは、片持ち梁の共振周波数で位相が $\Delta\phi=90^\circ$ 遅れるように設定した。この位相を 90° 遅らせた熱振動の信号に、ループゲイン g を掛けたものを、片持ち梁を動かすための PZT に印加する。これにより、PZT が動くことで、梁に対して慣性力が生じる。この慣性力を利用して、片持ち梁の熱振動制御を行った。ここでの g は、片持ち梁の熱振動と PZT の振幅の比である。光検出器によって検出された信号は、FFT アナライザを用いて解析を行った。

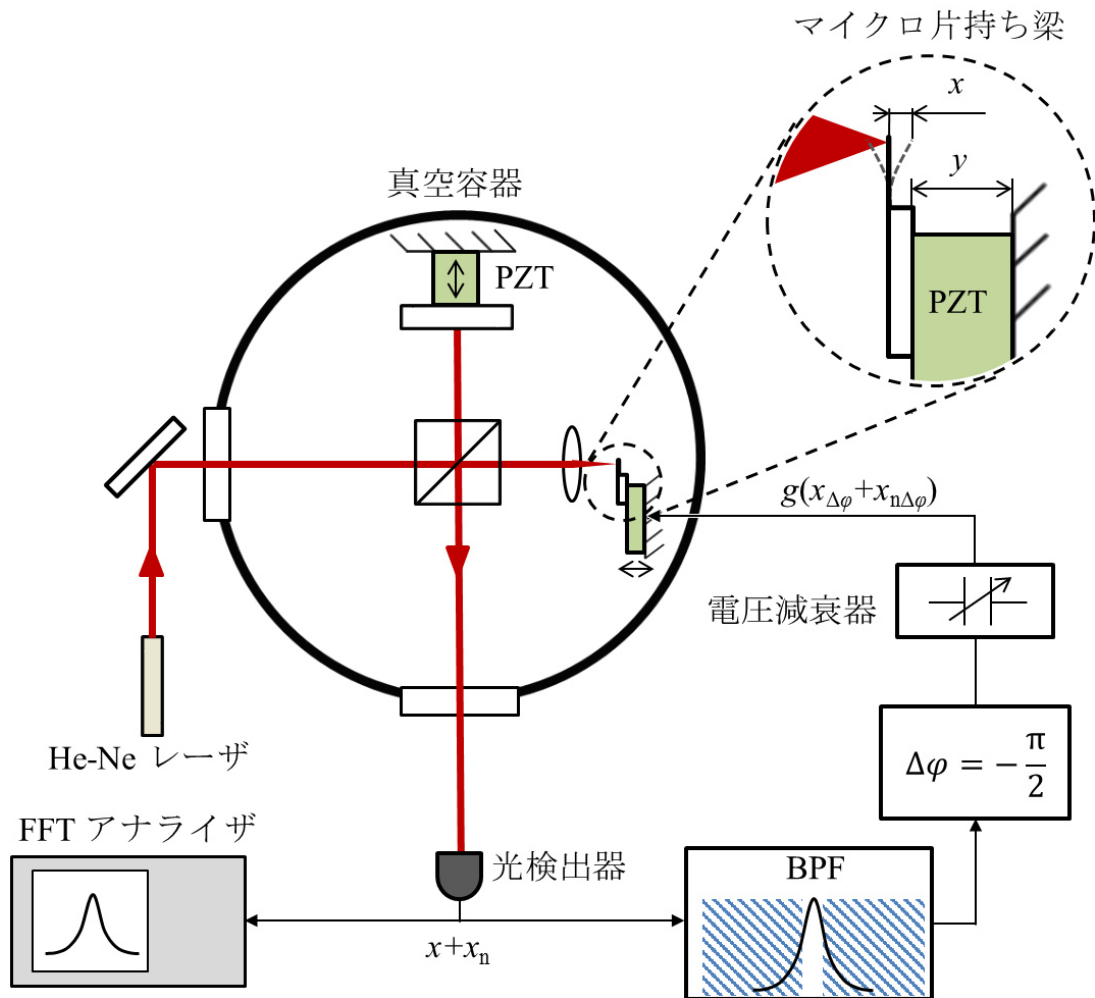


図 3-1-1 熱振動制御システム

3.2 圧電素子の校正

図 3-2-1 に実験方法の概略を、図 3-2-2 に使用した単層型 PZT の特性を、図 3-2-3 に可変コンデンサで分圧した場合の単層型 PZT の特性を示す。実験は、片持ち梁の土台部分にレーザーを集光し、PZT 自体の振動を計測した。この特性は、正弦波の電圧を PZT へ印加した際の、PZT の振幅を示したものである。図 3-2-2 において、点は実測値、点線は近似直線である。PZT の振幅は、FFT アナライザを用いて観測した。実験値は、全て 1,000 回平均を行っている。印加した正弦波の周波数は、片持ち梁の固有振動数に近い 80kHz である。また、実験値は、切片が 0 になるように補正している。

図 3-2-2 の近似直線の傾きから感度を求めると、390pm/V となった。近似直線からの標準偏差は、0.2pm である。図 3-2-3 において、印加される電圧は、可変コンデンサを用いて分圧しており、PZT に実際に印可される電圧は、約 1/260 になっている。実験結果は、高い直

線性を示しており，近似直線からの標準偏差は，約 0.05pm である．図 3-2-3 の近似直線の傾きより感度を求めると，PZT の感度は 1.47pm/V となった．可変コンデンサで分圧することで感度は約 $1/30$ となった．

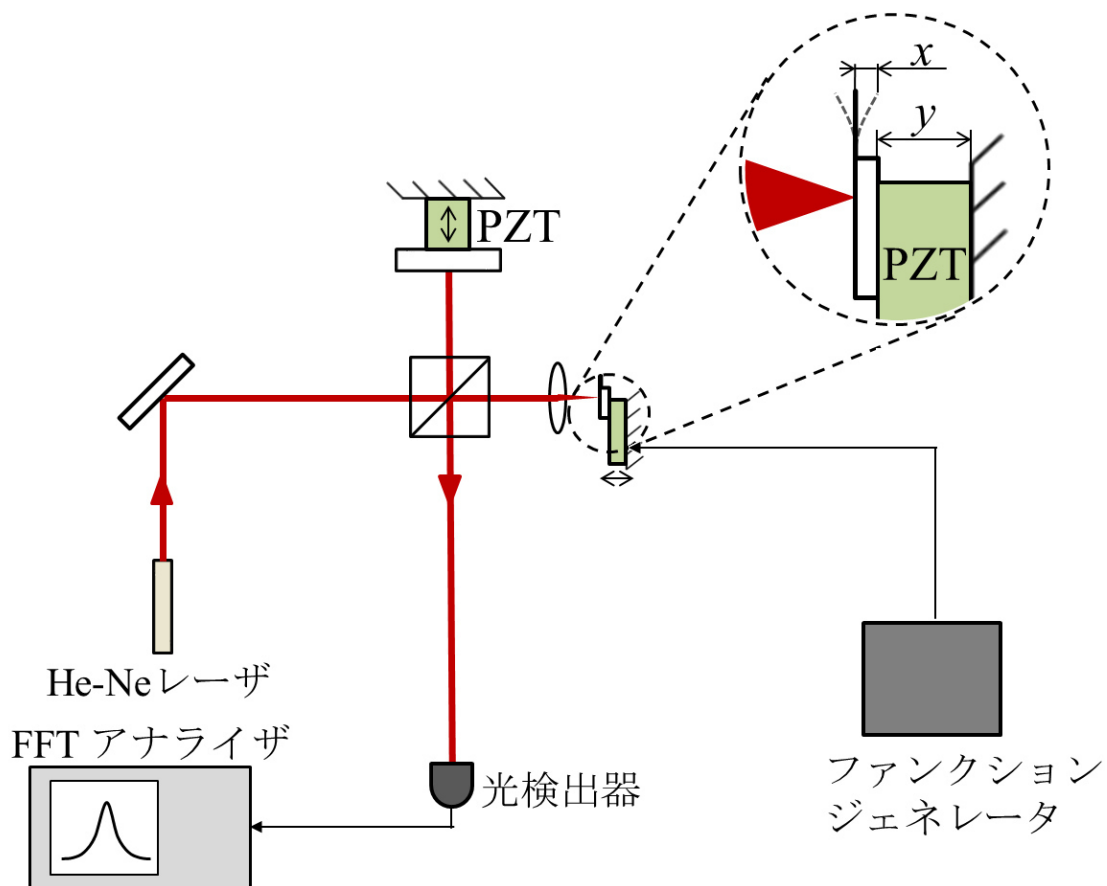


図 3-2-1 校正の実験方法の概略

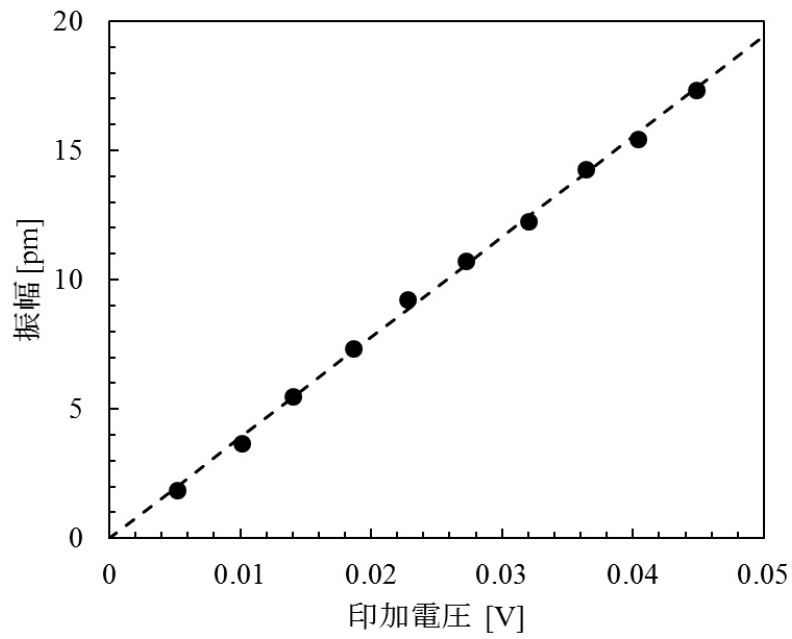


図 3-2-2 単層型 PZT の特性

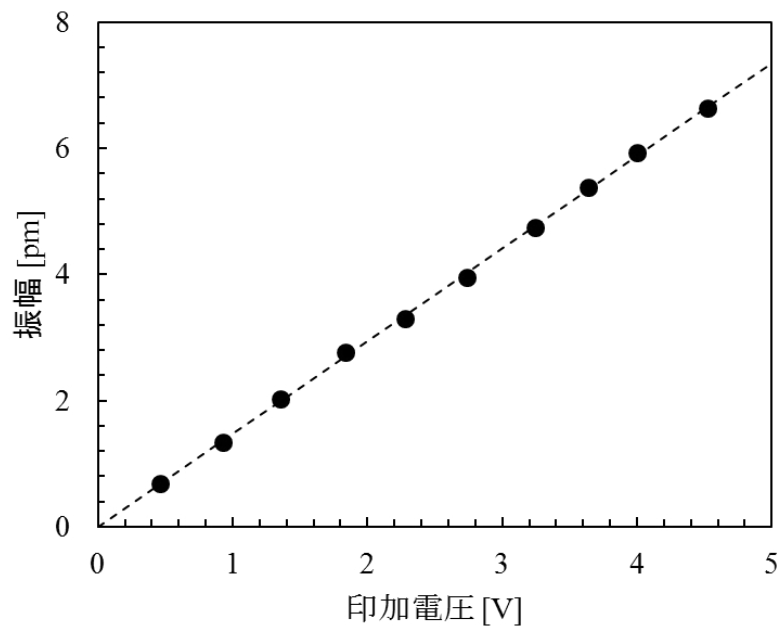


図 3-2-3 可変コンデンサで分圧した場合の単層型 PZT の特性

3.3 熱振動の制御方法

マイクロ片持ち梁の熱振動の平均振幅の理論値は、熱平衡状態のとき熱統計力学のエネルギー等分配の法則より、

$$\langle x_t \rangle = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} \quad (3-1)$$

で求めることができる[16]。ここで、 $\langle x_t \rangle$ は熱振動の平均の振幅、 k_B はボルツマン定数、 T は温度、 k はバネ定数である。

図 3-3-1 に制御時の片持ち梁の運動モデルを示す。片持ち梁の先端が質点であると仮定すると、片持ちの熱振動の運動方程式は、単純なマスバネダンパ系と仮定することができる。よって、片持ち梁の熱振動の振幅を制御しているときの運動方程式は、

$$f(t) = m\ddot{x}(t) + m\dot{y}(t) + \mu\dot{x}(t) + kx(t) \quad (3-2)$$

と表すことができる。ただし、 $f(t)$ は熱振動を引き起こす力(ランジュバン力)、 $x(t)$ は計測される片持ち梁の変位、 $y(t) = g[x_{\Delta\varphi}(t) + x_{n\Delta\varphi}(t)]$ は PZT の変位、 $x_{\Delta\varphi}(t)$ は PZT に印加される位相を 90° 遅らせた片持ち梁の変位、 $x_{n\Delta\varphi}(t)$ は PZT に印加される位相を 90° 遅らせた計測系のフロアノイズ(増幅器の抵抗が持つジョンソンノイズや、光検出器が持つショットノイズなど)、 g はフィードバックループゲイン、 m は等価質量、 μ は減衰係数、 k はばね定数である。この時、常に $x(t)$ と $y(t)$ の間に $x(t) \gg y(t)$ が成り立っているため、計測される PZT の変位は無視できるものとする。さらに、

$$f(t) = \hat{f}(t)e^{j\omega t} \quad (3-3)$$

$$x(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \quad (3-4)$$

$$x_n(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (3-5)$$

$$x_{\Delta\varphi}(t) = \hat{x}(\omega)e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (3-6)$$

$$x_{n\Delta\varphi}(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \quad (3-7)$$

$$\mu = \frac{m\omega_0}{Q} \quad (3-8)$$

$$k = m\omega_0^2 \quad (3-9)$$

とおく．ここで， ω_0 は片持ち梁の共振周波数， Q は Q 値であり， $\hat{x}(\omega)$ や $\hat{f}(\omega)$ は，位相を含んだ複素振幅である．また，熱振動を引き起こしている力 $\hat{f}(\omega)$ と，ランダムな計測系のノイズである $\hat{x}_n(\omega)$ の間に相関性はないものとする．上記のように(3-2)式を置き換えると，実際の熱振動の複素振幅 $\hat{x}(\omega)$ は，

$$\hat{x}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - jg\omega^2\hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)} \quad (3-10)$$

となる．計測される熱振動の複素振幅は，計測した際，実際の熱振動の複素振幅に計測系のノイズがさらに加わる[5]ので，この $\hat{x}(\omega)$ に $\hat{x}_n(\omega)$ を加えたものとなり， $\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)$ を考えると，

$$\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \left[(\omega_0^2 + \omega^2) + j\frac{\omega_0\omega}{Q}\right]\hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)} \quad (3-11)$$

となる．以上より，実際の熱振動のパワースペクトル密度の理論値は，

$$\begin{aligned} |\hat{x}(\omega)|^2 = & \left[\frac{\frac{1}{m^2}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \right] |\hat{f}(\omega)|^2 \\ & + \left[\frac{g^2\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \right] |\hat{x}_n(\omega)|^2 \end{aligned} \quad (3-12)$$

となる．次に，計測される熱振動のパワースペクトル密度の理論値は，

$$\begin{aligned} |\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)|^2 = & \left[\frac{\frac{1}{m^2}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \right] |\hat{f}(\omega)|^2 \\ & + \left[\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \right] |\hat{x}_n(\omega)|^2 \end{aligned} \quad (3-13)$$

となる[5]．また，固有振動数($\omega = \omega_0$)における熱振動の振幅密度は，式(3-12)，(3-13)より，

$$|\hat{x}(\omega_0)| = \frac{1}{1 + \frac{1}{gQ}} \sqrt{\frac{1}{m^2 \omega_0^4 g^2} |\hat{f}(\omega_0)|^2 + |\hat{x}_n(\omega_0)|^2} \quad (3-14)$$

$$|\hat{x}(\omega_0) + \hat{x}_n(\omega_0)| = \frac{1}{1 + gQ} \sqrt{\frac{Q^2}{m^2 \omega_0^4} |\hat{f}(\omega_0)|^2 + |\hat{x}_n(\omega_0)|^2} \quad (3-15)$$

と表すことができる。ただし、 $|\hat{x}(\omega_0)|$ は、固有振動数における実際の熱振動の振幅密度、 $|\hat{x}(\omega_0) + \hat{x}_n(\omega_0)|$ は、固有振動数における計測される熱振動の振幅密度である。式(3-14)、(3-15)から分かるように、計測される熱振動は、 g が大きくなると $|\hat{x}(\omega_0)| > |\hat{x}(\omega_0) + \hat{x}_n(\omega_0)|$ となり、実際の熱振動よりも小さく見えてしまうということが分かっている[5,16]。このように、実際の熱振動に計測系のノイズを加えた信号のほうが、実際の熱振動の信号よりも小さくなる原因は、 $\hat{x}(\omega_0)$ と $\hat{x}_n(\omega_0)$ の間に相関性があるためと考えられる。 $\hat{x}(\omega_0)$ と $\hat{x}_n(\omega_0)$ は、位相を含む振幅(複素振幅)であるため、この二つの位相に相関性があり、かつその位相が 180° ずれているために、互いに打ち消しあい実際の信号よりも小さく見えてしまうと考えられる。

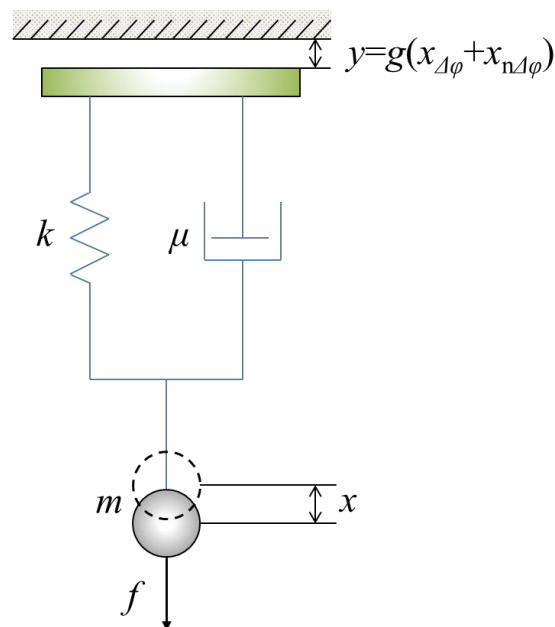


図 3-3-1 熱振動制御時の片持ち梁の運動モデル

第 4 章

熱振動制御実験

4.1 単結晶シリコン片持ち梁(梁 A)の熱振動制御

4.1.1 Q 値の真空度依存性

我々は、マイクロ片持ち梁の Q 値の真空度依存性を測定した。Q 値は、熱振動の制御において重要な要素であり、先行研究においても様々な検証が行われている[18,19]。

図 4-1-1 に Q 値の真空度依存性を示す。垂直点線は、真空容器内の残留空気の平均自由行程が片持ち梁の代表長(40 μm)に等しくなる時の真空度を示す。この点線は、分子流と粘性との境界を示し、この時のクヌーセン数 Kn は 1 である。この時の真空度は、約 160Pa である。クヌーセン数 Kn は、平均自由行程と代表長の比である。平均自由行程は、真空度と比例しており、真空度が上がるにつれて大きくなる。そのため、真空度が高くなるにつれて Kn も大きくなる。

図 4-1-1 から分かるように、 Kn が 1 より小さくなる真空度においては、Q 値と真空度の依存性は低い。一方、 Kn が 1 より大きくなる真空度においては、Q 値は真空度と反比例しはじめ、最終的に飽和し一定の値になる。この飽和した値を、水平の実線で示す。Q 値の飽和は、片持ち梁固有の振動エネルギー分散によるものであると考えられる。本研究は、 $5 \times 10^{-3} \text{Pa}$ で実験を行い、この時の Q 値は 1.2×10^5 である。

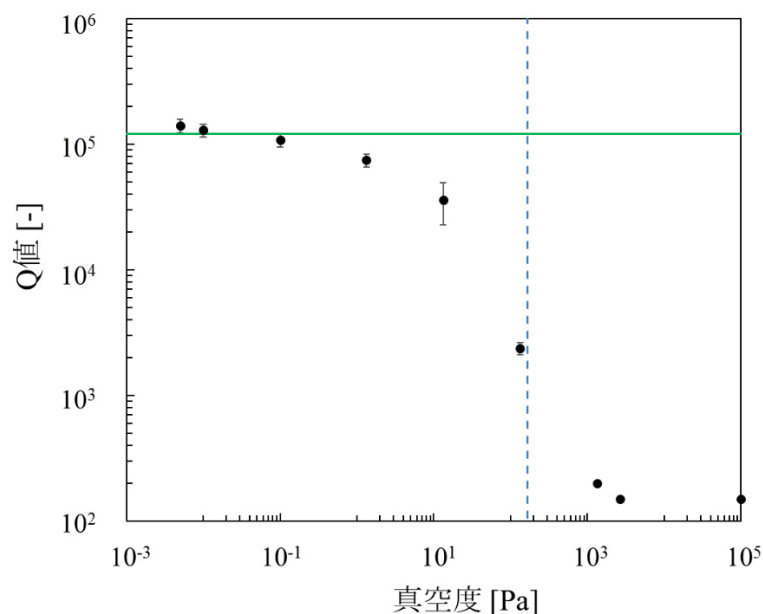


図 4-1-1 Q 値の真空度依存性

4.1.2 熱振動制御

図 4-1-2(a) に、ループゲインを増加させた際の、計測された熱振動のパワースペクトル密度 ($|\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)|^2$) の変化を示す。図 4-1-2(a) において、点は実験値であり、それぞれ 1,000 回平均を行っている。FFT アナライザの周波数分解能は、0.3Hz で計測をおこなった。実線は、式(3-13)から得られた計算値である。実験値と計算値は、よく一致している。実験値は、最もピークの大きいスペクトルは、制振を行っていない時の熱振動のパワースペクトル密度である ($g = 0$)。この時の熱振動の固有振動数におけるピーク値は、 $40\text{pmHz}^{-1/2}$ である。パワースペクトル密度のピーク値は、ループゲインが大きくなるにつれて下がっており、フロアノイズ以下まで減衰している。最も減衰しているときのパワースペクトル密度のピーク値は、 $0.04\text{pmHz}^{-1/2}$ である。熱振動のパワースペクトル密度の半値幅は、減衰するに従い広がっている。これは、PZT により片持ち梁に与えられる慣性力が減衰係数 μ と同じような働きをすることで、梁の持つ本来の減衰を増加させるため、見かけ上の Q 値が減少してしまうためであると考えられる。また、計測された熱振動のパワースペクトル密度のピーク値が、フロアノイズ以下まで減衰される理由は、 $|\hat{x}(\omega)|$ と $|\hat{x}_n(\omega)|$ の間に相関性があることが原因の 1 つであると考えられる。しかし、見かけ上ノイズ以下まで減衰しているが、実際の振幅はノイズ以下には減衰されない。

図 4-1-2(b) に、ループゲインを増加させた際の、計測された熱振動のパワースペクトル ($|\hat{x}(\omega)|^2$) の変化を示す。図 4-1-2(b) において、薄い灰色は実験値、実線は式(3-12)から得られた計算値である。点線は g を増加させた際の最終的な値を示す。この実際の熱振動の理論曲線は、熱振動の振幅をフロアノイズ近くまで減衰させると実験値からずれており、最終的にフロアノイズレベル以下には減衰されておらず、計測器の持つノイズレベルで減衰が制限されている。この時の値は、 $0.12\text{pmHz}^{-1/2}$ である。

図 4-1-3 に、固有振動数におけるパワースペクトル密度の減衰を示す。黒丸は実験値、点線は式(3-15)より得られた計測されたパワースペクトル密度の計算値、赤の実線は式(3-14)より得られた実際のパワースペクトル密度の計算値、黒の実線は計測器の持っているフロアノイズレベルである。実験値は、理論曲線とよく一致している。計測されたパワースペクトル密度のピーク値は、最大で約 $0.04\text{pmHz}^{-1/2}$ まで減衰しているが、実際のパワースペクトル密度のピーク値は、計測器の持つノイズにより制限されているため、 $0.12\text{pmHz}^{-1/2}$ までしか減衰されていないことが分かる。

図 4-1-4(a) に、実際の熱振動の振幅を示す。実際の熱振動の振幅は、パワースペクトル密度の面積から求めることができる。この面積は、

$$\langle x \rangle = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int |\hat{x}(\omega)|^2 d\omega} \quad (4-1)$$

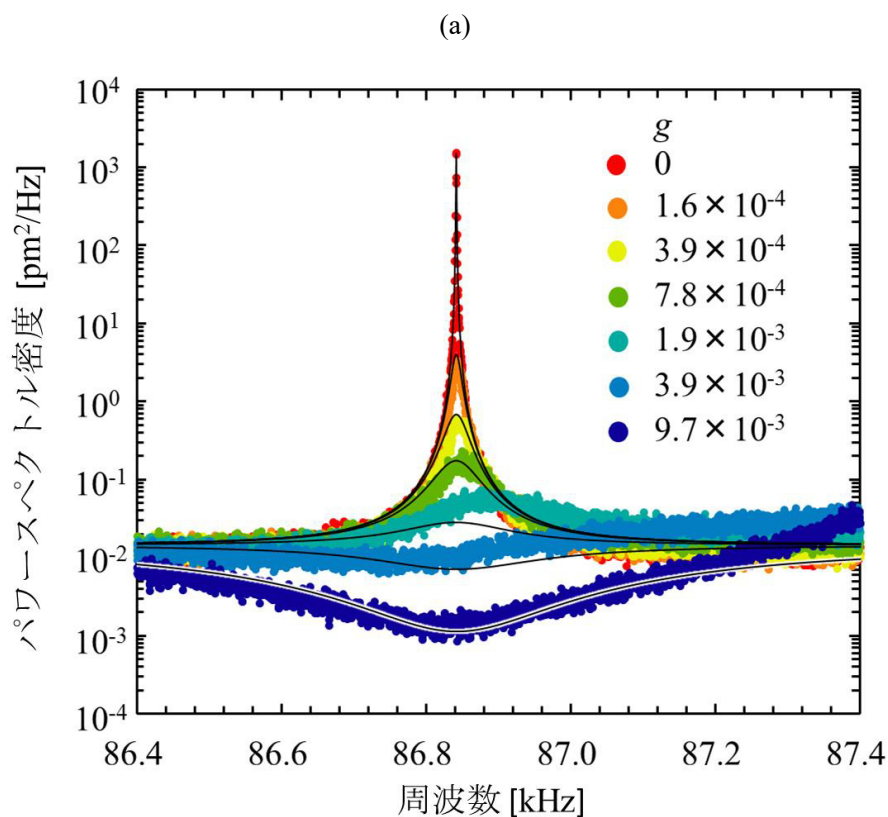
で求めることができる[5,17]. ループゲインが0の時の実際の熱振動の振幅は, 55pmであった. 梁Aの熱振動の振幅の理論値は, 式(3-1)より45pmであり, 実験結果を理論値に近い値を示した. 制御時の熱振動の振幅は, $g=1.9 \times 10^{-3}$ の時最小となり, この時の振幅は4.4pmである. また, さらにループゲインを大きくすると, 実際のパワースペクトル密度の面積が大きくなるため, 振幅の増加がみられた.

図4-1-4(b)に実行温度を示す. 片持ち梁の実効温度は, 式(3-1)より熱振動の振幅から求めることができる. 点線は, 実効温度の理論的冷却限界を示し. この値は,

$$T_{\text{eff,min}} = \frac{2T_0}{|\hat{x}(\omega_0)|/|\hat{x}_n(\omega_0)|} \quad (4-2)$$

から求めることができる[17]. ここで, T_0 は, 室温である. 我々の実験装置における理論的限界は, 1.8Kであった. 実験結果から得られた最小の実効温度は, 熱振動の振幅4.4pmから2.8Kと計算された. これは, 理論的冷却限界に近い値を示している.

この実験において, 我々の実験装置で制振可能な限界まで熱振動の振幅を減衰させることに成功した.



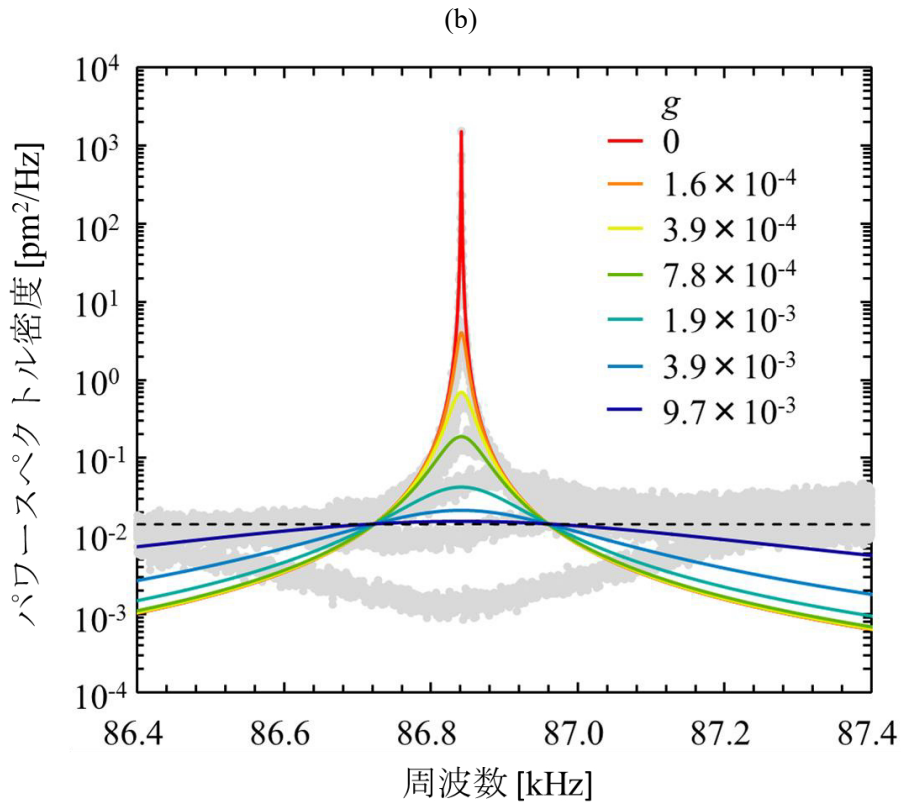


図 4-1-2 ループゲインを増加させた際の熱振動のパワースペクトル密度の変化. (a) 計測されるパワースペクトル密度 $|\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)|^2$. (b) 実際のパワースペクトル密度 $|\hat{x}(\omega)|^2$.

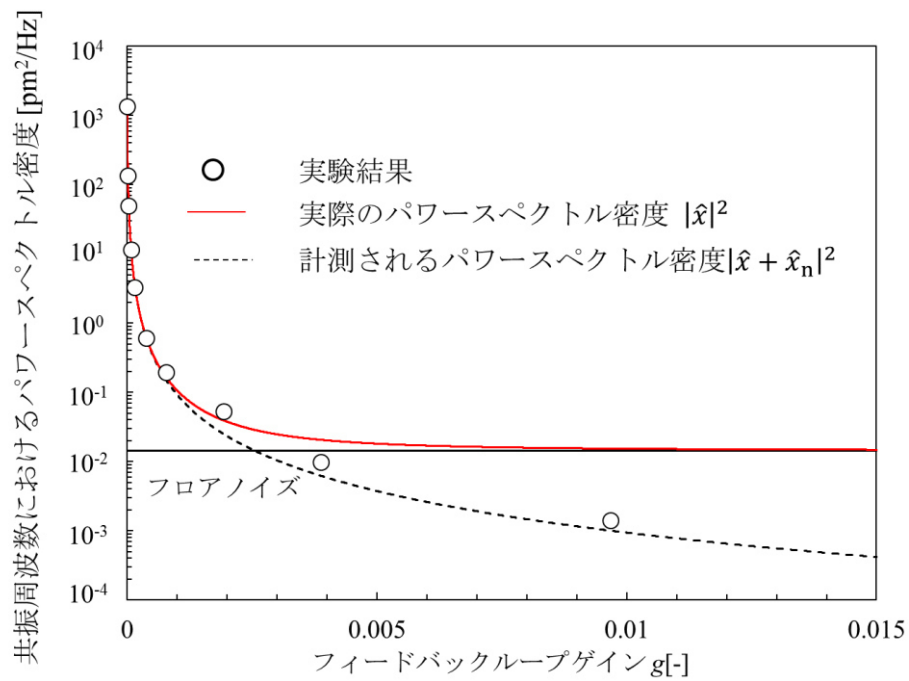


図 4-1-3 共振周波数におけるパワースペクトル密度の減衰

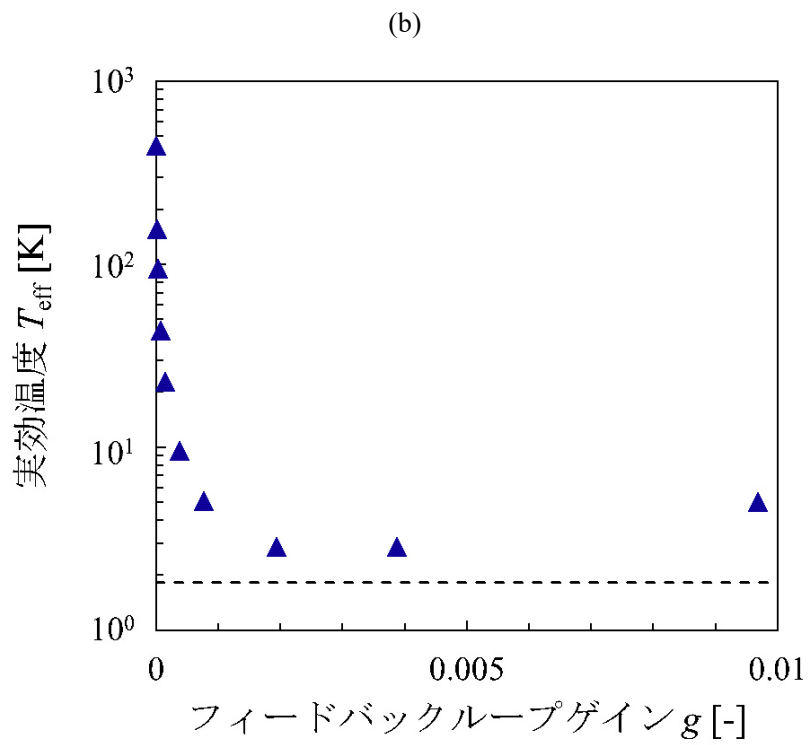
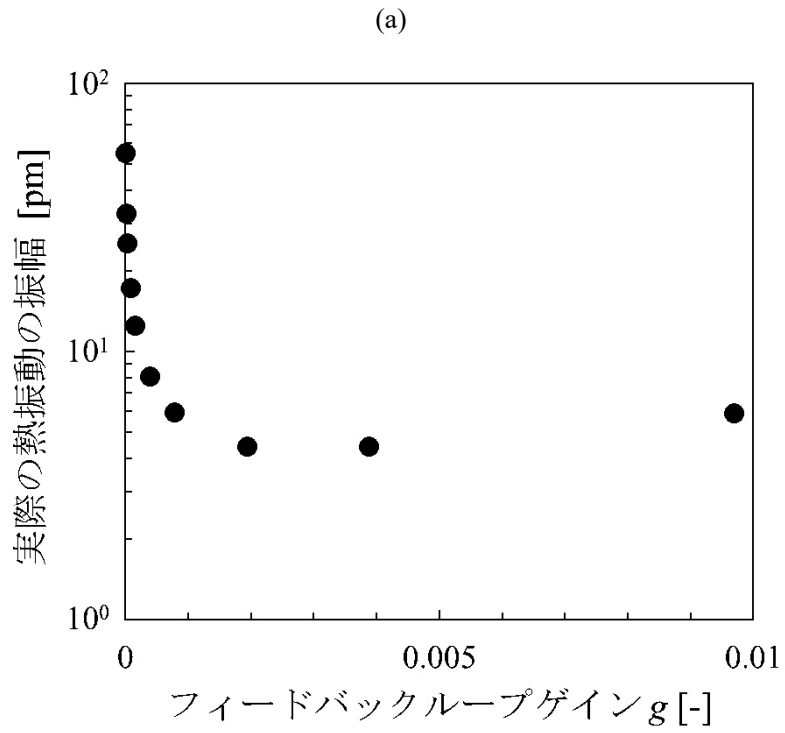


図 4-1-4 (a) それぞれのループゲインにおける実際の熱振動の振幅. (b) それぞれのループゲインにおける実行温度

4.1.3 熱振動制御の時間応答

図 4-1-5 に、共振周波数における熱振動制御の時間応答計測実験の概略を示す。実験は、フィードバックループにリレー回路を組み込み、そのリレー回路はファンクションジェネレータを用いて操作することで、熱振動制御の ON と OFF を繰り返した。繰り返し周波数は、0.5Hz である。そして、光検出器からの信号を、ロックインアンプを用いて解析し、ロックインアンプから出力された信号を、オシロスコープを用いて計測した。オシロスコープ上の信号を、ファンクションジェネレータの信号でトリガすることで、熱振動制御の過渡応答を計測した。実験値は、100 回平均を行っている。

図 4-1-6 に、共振周波数における異なるループゲインに対する振幅の減衰を示す。図中の緑と青の実線は実験値、黒い点線は、理論曲線である。冷却時間の理論値は、式(3-13)より、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{gQ + 1} \quad (4-3)$$

で求めることができる。ここで、 τ_0 は片持ち梁の振動エネルギーの散逸により決定される、梁本来の減衰時間である。この時間は、 Q 値によって決まり、 $\tau_0 = Q\omega_0^{-1}$ と表すことができる。

図 4-1-6(a)に、 $g = 1.5 \times 10^{-4}$ の時の冷却を示す。この時の冷却時間は、16ms である。これは、式(4-3)より得られる理論値 13ms と近い値を示した。図 4-1-6(b)に、 $g = 3.6 \times 10^{-4}$ の時の冷却を示す。この時の冷却時間は、6ms であり、これは、式(4-3)より得られる理論値 5ms と近い値を示した。実験結果からも分かるように、ループゲインが大きいほど冷却時間は短くなる。

図 4-1-7 に、制御した状態からの典型的な振幅の回復を示す。実線は、実験結果であり、回復時間は 120ms であった。冷却時間よりはるかに長い時定数であることが分かる。参考までに、片持ち梁が持っている本来の時定数 $\tau_0 = 240\text{ms}$ で振幅が回復すると仮定した場合の回復曲線を点線で示す。

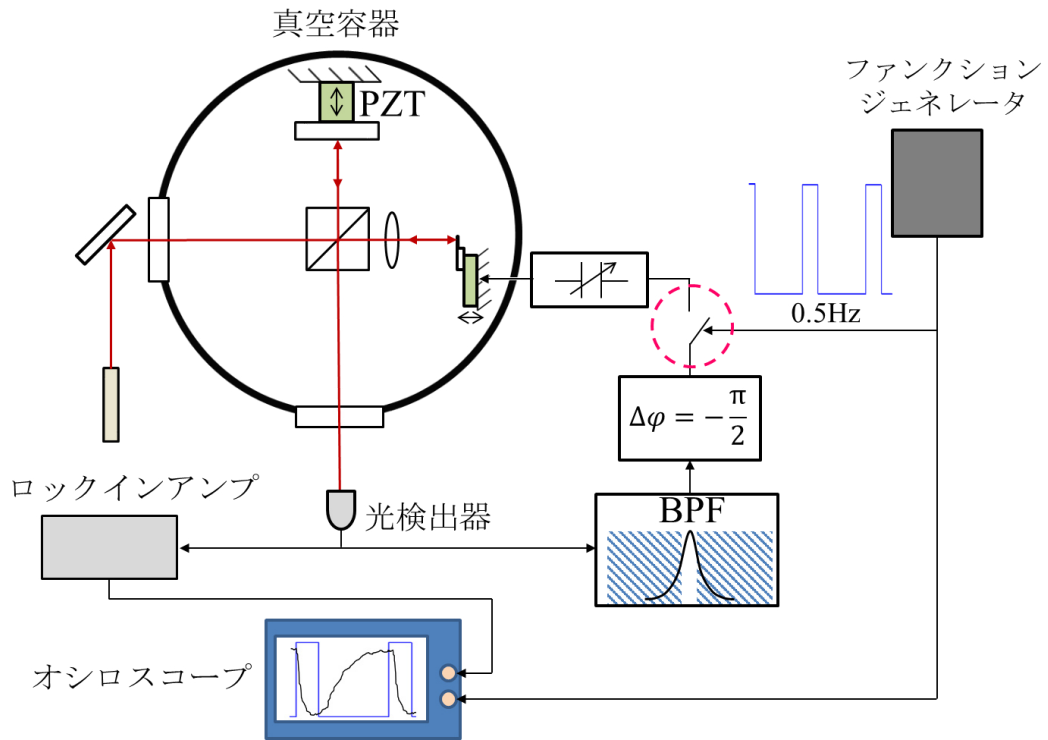
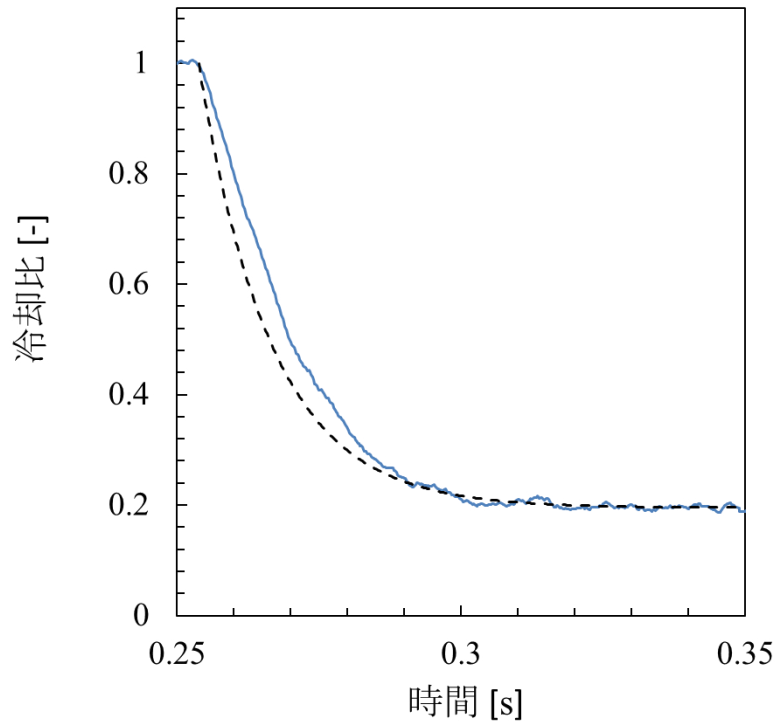


図 4-1-5 に、共振周波数における熱振動制御の時間応答計測システム

(a)



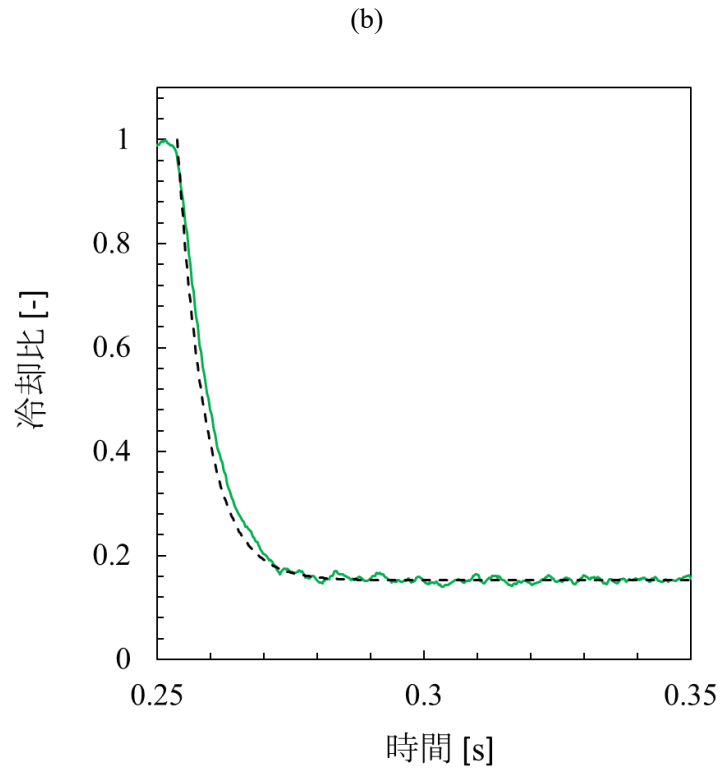


図 4-1-6 共振周波数における異なるループゲイン g に対する振幅の減衰. (a) $g = 1.5 \times 10^{-4}$ の時の冷却. (b) $g = 3.6 \times 10^{-4}$ の時の冷却.

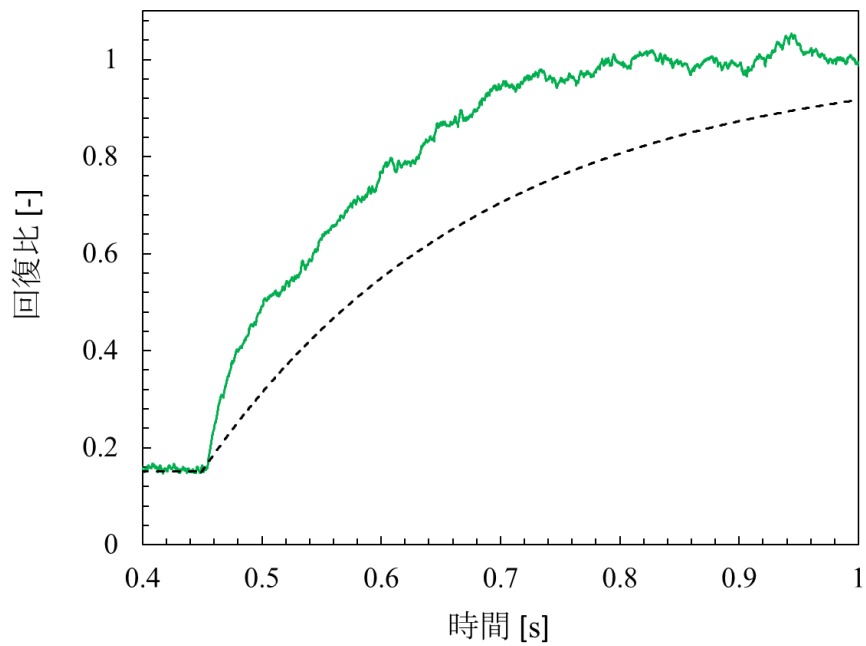


図 4-1-7 制御した状態からの典型的な振幅の回復

4.2 低周波数窒化シリコン片持ち梁(梁 B)の2モード同時制振

4.2.1 片持ち梁の振動モード

図 4-2-1 に、片持ち梁の様々な振動モードのモデルを示す。片持ち梁の熱振動は、無数の振動モードを持っており、一次振動モード(基本振動モード)が最も周波数が低く振幅も大きい。二次振動モード、三次振動モードと高次のモードになるにつれて周波数が高くなり、振幅は小さくなる。各振動モードにおける片持ち梁の周波数は、連続体の振動の式、

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_n}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (4-4)$$

より求めることができる[20]。ここで、 λ_n は境界条件、 L は梁の長さ、 E はヤング率、 I は断面二次モーメント、 ρ は密度、 A は断面積である。式(4-4)から、片持ち梁の二次振動モードの周波数は、一次振動モードの周波数の 6.3 倍になることが分かった。

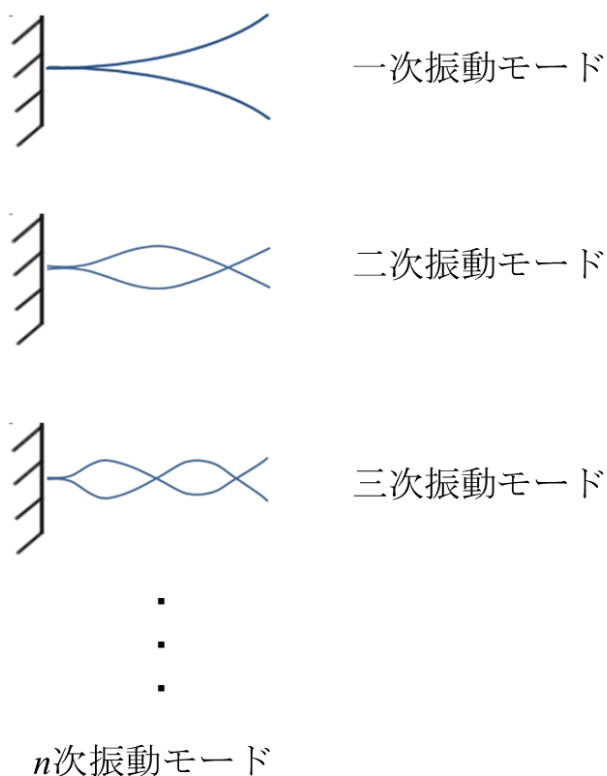


図 4-2-1 片持ち梁の様々な振動モードのモデル

4.2.2 熱振動の2モード同時計測

図4-2-1から分かるように、片持ち梁は度に振動モードにおいても先端部分は振動している。そのため、マイケルソン干渉計で振動を計測する際に、梁の先端にレーザを集光し計測することで、一次振動モードと二次振動モードの同時計測を行った。梁Bの一次振動モードの固有振動数は低いため、二次振動モードの固有振動数が100kHz以下となり、二つの振動モードをFFTアナライザで同時に解析することができる。

図4-2-2に一次振動モードと二次振動モードの周波数の同時計測の結果を示す。図中の赤い矢印は一次振動モードを、青い矢印は二次振動モードを指し示す。梁Bの一次振動モードの周波数は約15kHzであり、カタログ値と近い値を示した。二次振動モードの周波数は約95kHzであり、これは、式(4-4)から予想されたように一次振動モードの約6.3倍の周波数であった。

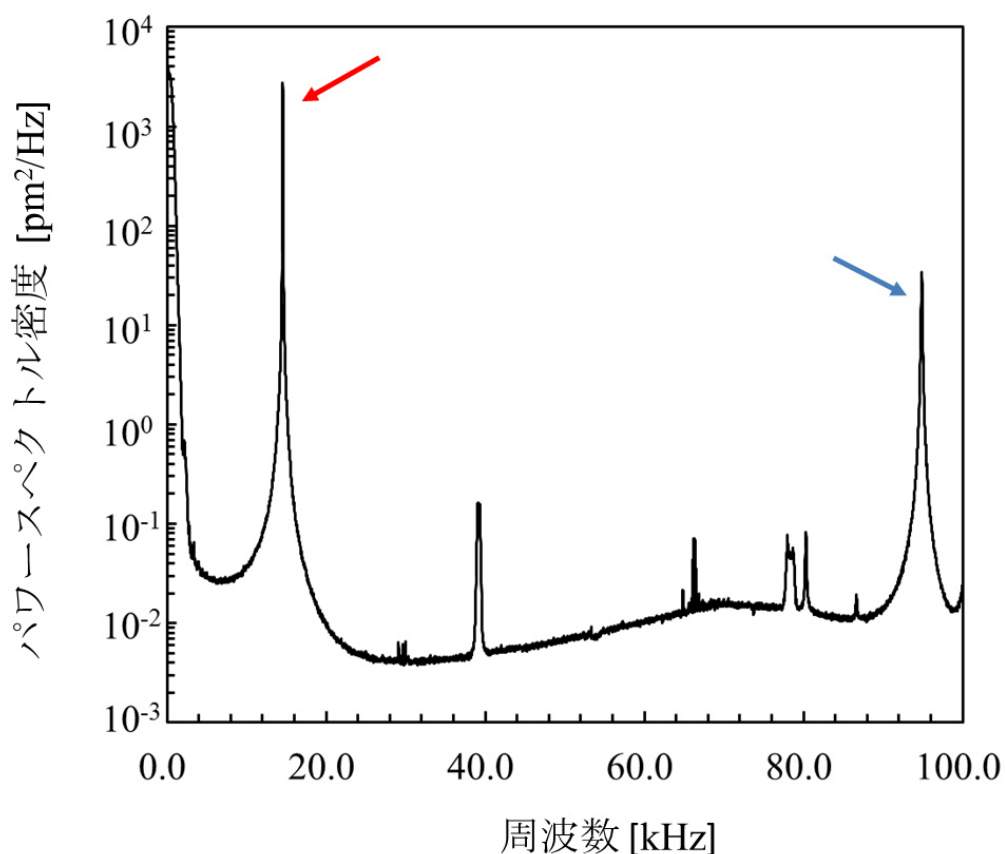


図4-2-2 梁Bの一次振動モードと二次振動モードの熱振動の同時計測結果

4.2.3 振動モードの個別制振

図 4-2-3 に選択した振動モードのみを制振するシステムを示す。片持ち梁は無数の振動モードで振動しているが、冷凍機を用いて熱振動を抑えた場合、全ての振動モードについて熱振動は減衰されると考えられる。そこで、フィードバック冷却を用いて、一つの振動モードののみを選択して制振した場合、他の振動モードに影響を及ぼすかを確認した。フィードバックする振動モードは、バンドパスフィルタを用いて選択した。

図 4-2-4 に一次振動モードのみを制振した実験結果を、図 4-2-5 に二次振動モードのみを制振した実験結果を示す。図中の点は実験値、黒い実線は式(3-13)から得られた計算値である。梁 B の熱振動は、選択した振動モードのみが制振されていることが分かる。一方で、制振されている振動モード以外は、まったく制振されておらず、それぞれの振動モードは完全に独立していることが分かった。

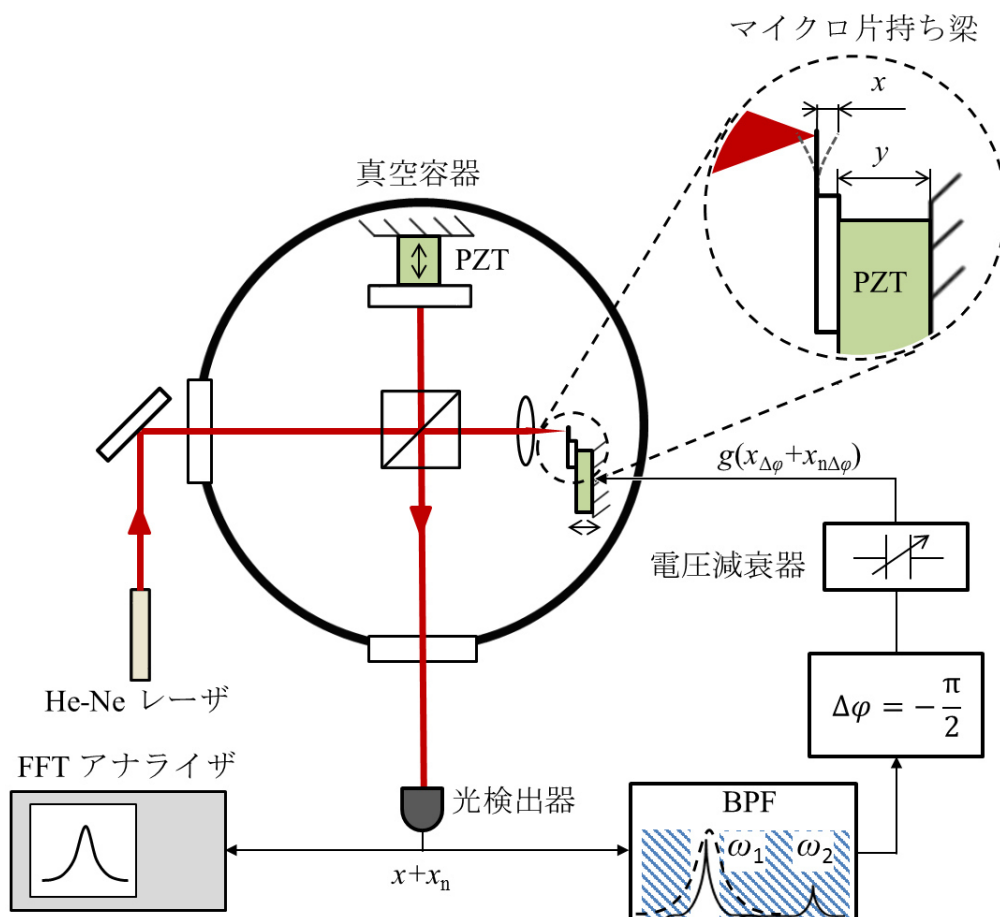


図 4-2-3 バンドパスフィルタを用いた熱振動の選択制振システム

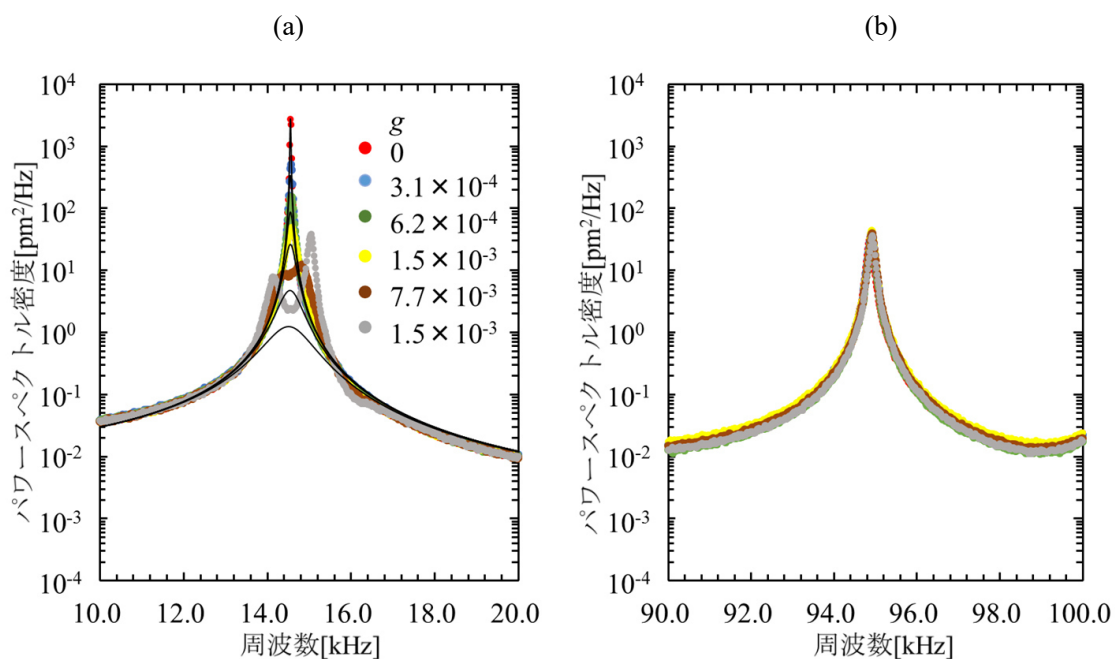


図 4-2-5 一次振動モードのみ制振した場合の二次振動モードへの影響. (a) 一次振動モードのパワースペクトル密度. (b) 二次振動モードのパワースペクトル密度.

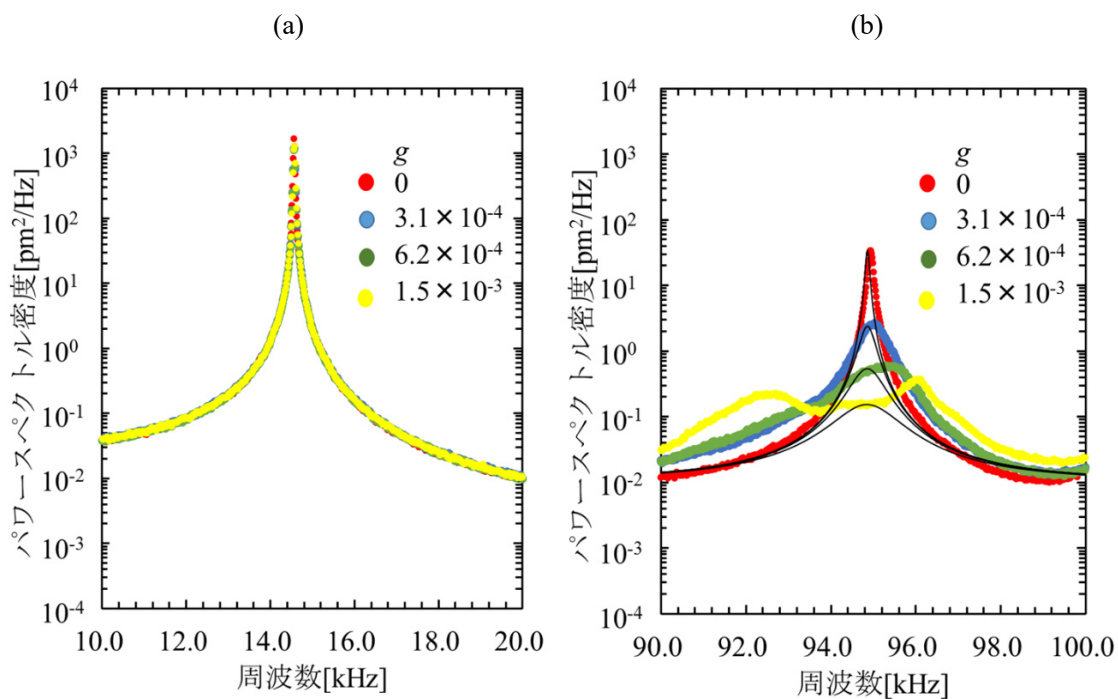


図 4-2-5 二次振動モードのみ制振した場合の一次振動モードへの影響. (a) 一次振動モードのパワースペクトル密度. (b) 二次振動モードのパワースペクトル密度.

4.2.4 熱振動の2モード同時制振

図4-2-6に、熱振動の同時制振システムを示す。一つの振動モードのみを抽出して制振する場合は、バンドパスフィルタを用いて振動モードを選択し制振を行ってきた。二つの振動モードを同時の同時制振を行う場合は、バンドパスフィルタをローパスフィルタに変更し、複数の振動モードを同時に片持ち梁へフィードバックして制振を行った。また、二つの振動モードの位相をそれぞれの周波数において 90° 遅らせるために、微分回路を用いた。

図4-2-7に熱振動の二つの振動モードのそれぞれのループゲインにおけるパワースペクトル密度を示す。図中の点は実験値、実線は式(3-12)から得られた理論値である。実験値と計算値は、よく一致している。図4-2-7から分かるように、二つの振動モードをフィードバックすることで、一次振動モードと二次振動モードのパワースペクトル密度が同時に減衰している。

図4-2-8に熱振動の二つの振動モードのそれぞれのループゲインにおけるパワースペクトル密度のピーク値を示す。図中の丸は一次振動モード、三角が二次振動モードのピーク値である。二つの振動モードは同時に制振されており、一次振動モードは $390\text{pmHz}^{-1/2}$ から $130\text{pmHz}^{-1/2}$ まで、二次振動モードは $8.7\text{pmHz}^{-1/2}$ から $1.8\text{pmHz}^{-1/2}$ まで減衰させることに成功した。

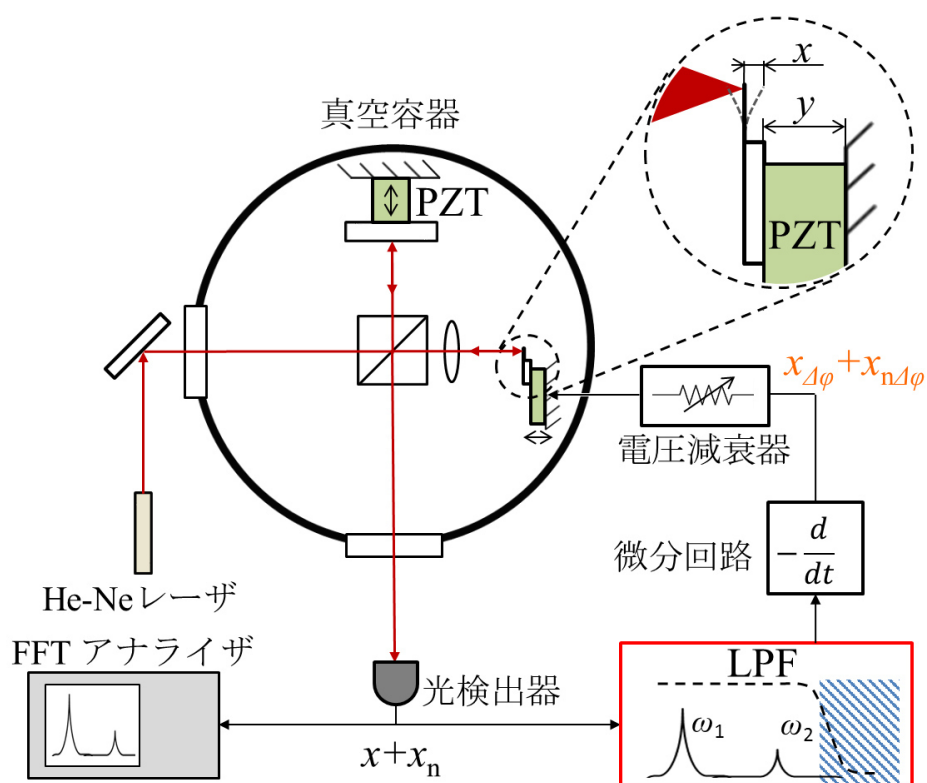


図4-2-6 熱振動の2モード同時制振システム

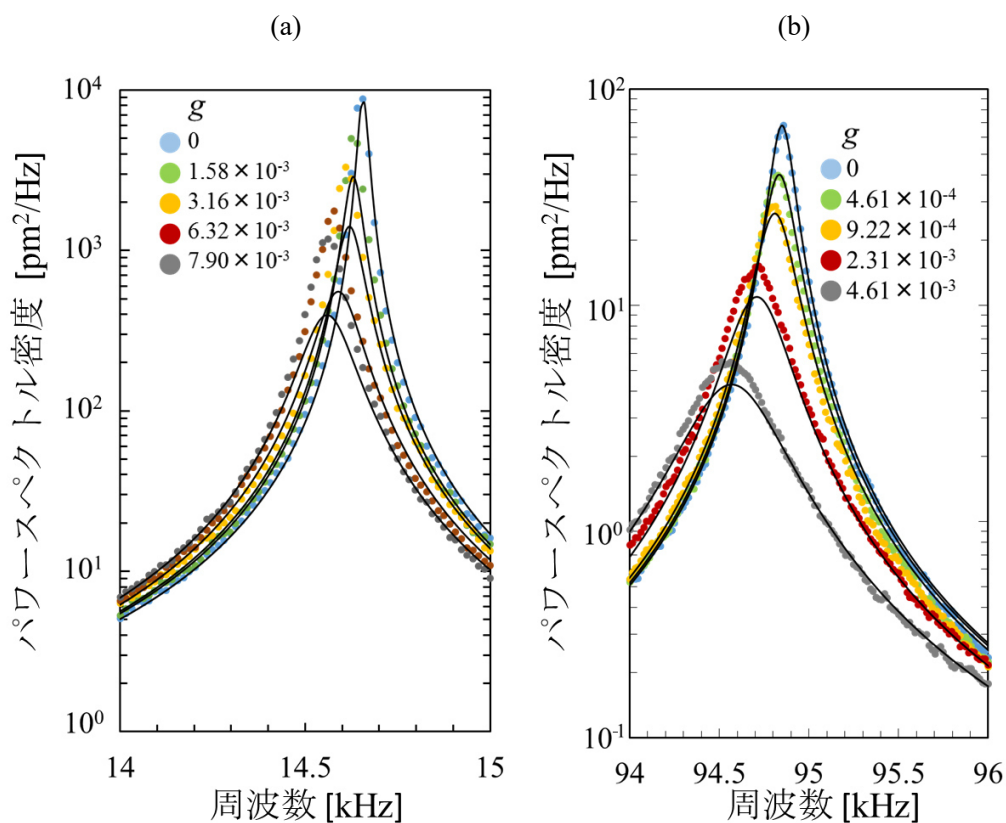


図 4-2-7 2 つの振動モードの同時制振. (a) 一次振動モードのパワースペクトル密度. (b) 二次振動モードのパワースペクトル密度

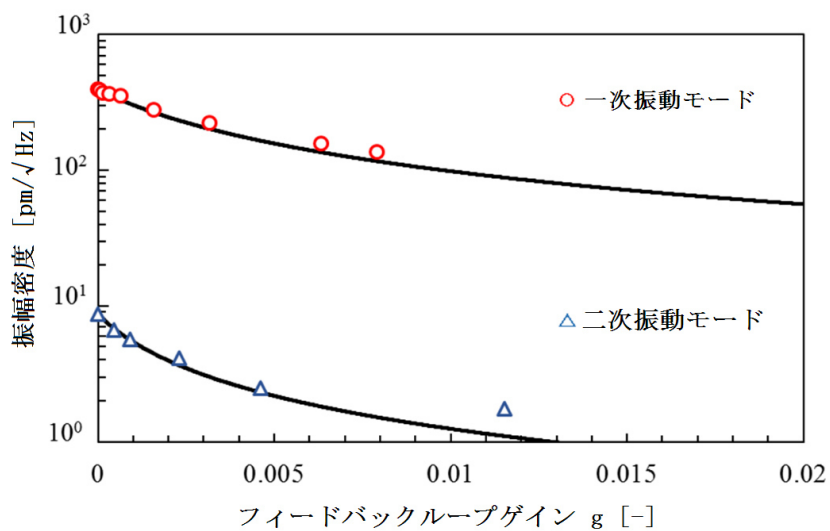


図 4-2-8 2 つの振動モードのそれぞれのループゲインにおけるパワースペクトル密度のピーク値

4.3 高周波数窒化シリコン片持ち梁(梁 C)の制振

4.3.1 積層型電歪素子を用いた片持ち梁の精密位置調節機構の改良

図4-3-1(a)に精密位置制御装置外観を, 図4-3-1(b)に装置の概略を示す. 梁 C は, 長さ $9\mu\text{m}$, 幅 $2\mu\text{m}$ と梁 A, B と比べて小さいため, 片持ち梁の先端に He-Ne レーザの光を当てるのが困難であった. そこで, 梁を, 焦点方向, 梁の長さ方向, 梁の幅方向に精密に動かせるように, 架台である単層型電歪素子に三軸の積層型電歪素子を取り付けた. 積層型電歪素子の感度は, 焦点方向が 40nm , 梁の幅方向が 60nm , 梁の長さ方向が 70nm である. これにより, 梁の位置を 1nm 以下の精度で調整することが可能になった.

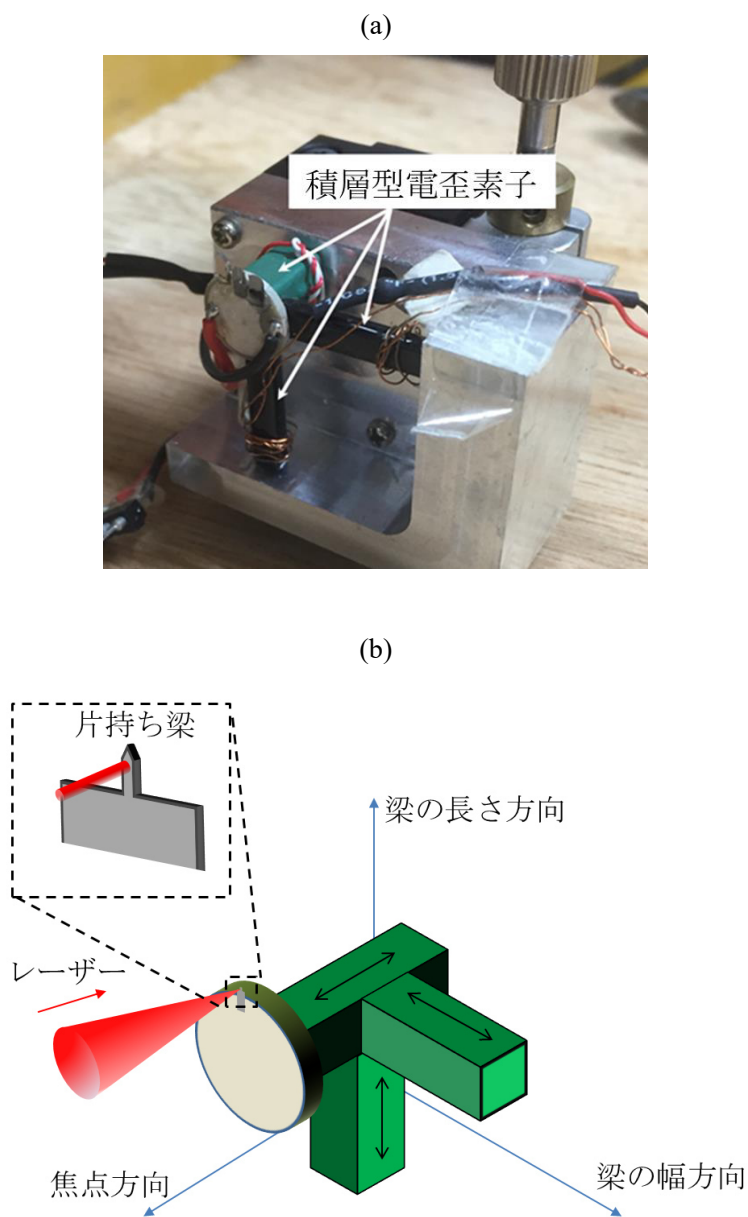


図 4-3-1 片持ち梁の精密位置制御装置. (a) 位置制御装置の外観. (b) 位置制御装置の概略

4.3.2 光検出器の改良

図 4-3-2 に改良した光検出器を，図 4-3-3 に典型的な熱振動の信号を示す．これまで使用してきた光検出器の周波数応答は，約 100Hz であった．梁 C は，固有振動数が数 MHz であり，数 MHz の周波数を検出できる光検出器が必要となった．そこで，MHz の熱振動を計測できるように，光検出器の改良を行った．光検出器の改良にあたって，使用する増幅器の検討を行った．比較した増幅器は，自作したトランジスタによる増幅器，電圧増幅器(エフェヌ回路設計ブロック製 SA-220F5)，電流増幅器(エフェヌ回路設計ブロック製 SA-604F2)，アバランシェフォトダイオード(APD，松定プレジジョン製 APS-1R00VF)の 4 種である．この 4 種類の中から，周波数応答，増幅率，フロアノイズレベルなどを比較した結果，APD を用いた光検出器を作成した．

図 4-3-4 に改良した光検出器の周波数特性を示す．使用した APD は，DC から検出することができ，周波数応答は約 750kHz である．これは，カタログ値の 10MHz よりも低い値を示した．原因として，実際に光検出器を組んだ際に発生している浮遊容量などが考えられる．しかし，1MHz 付近においても感度は十分高い．

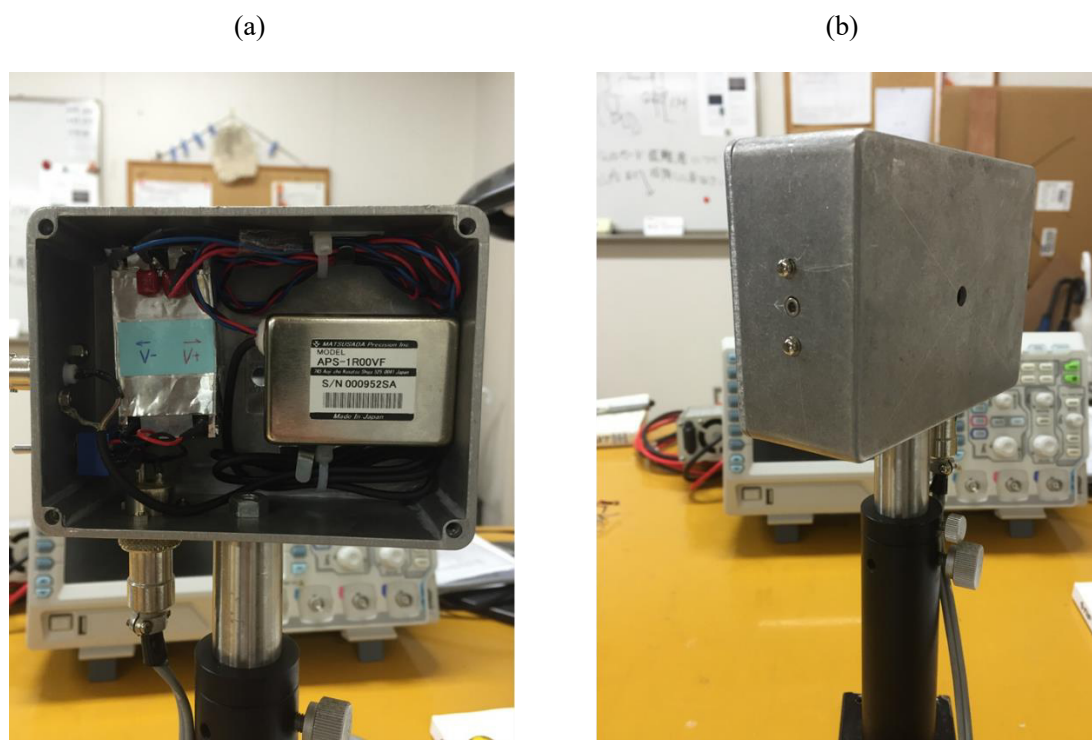


図 4-3-2 改良した光検出器. (a) 光検出器の内観. (b) 光検出器の外観.

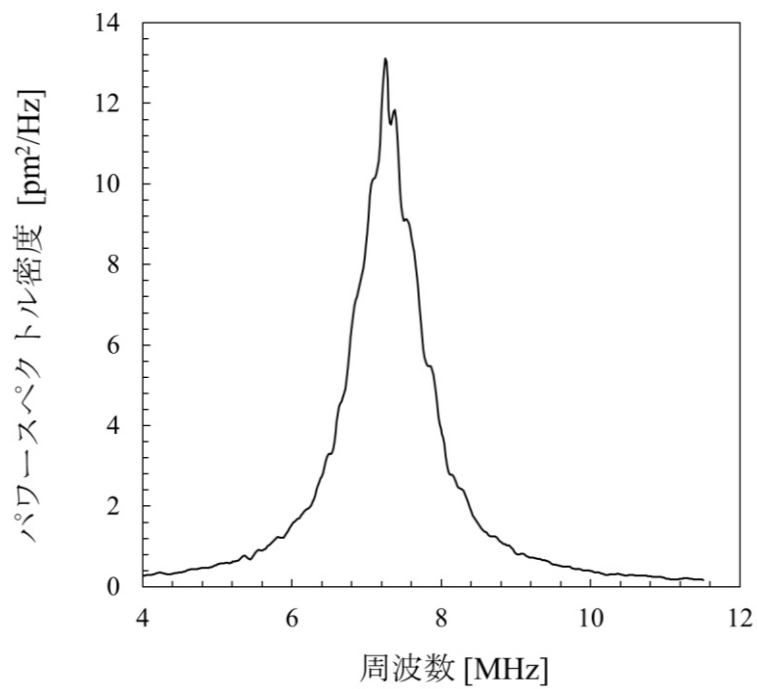


図 4-3-3 典型的な梁 C の熱振動のパワースペクトル密度

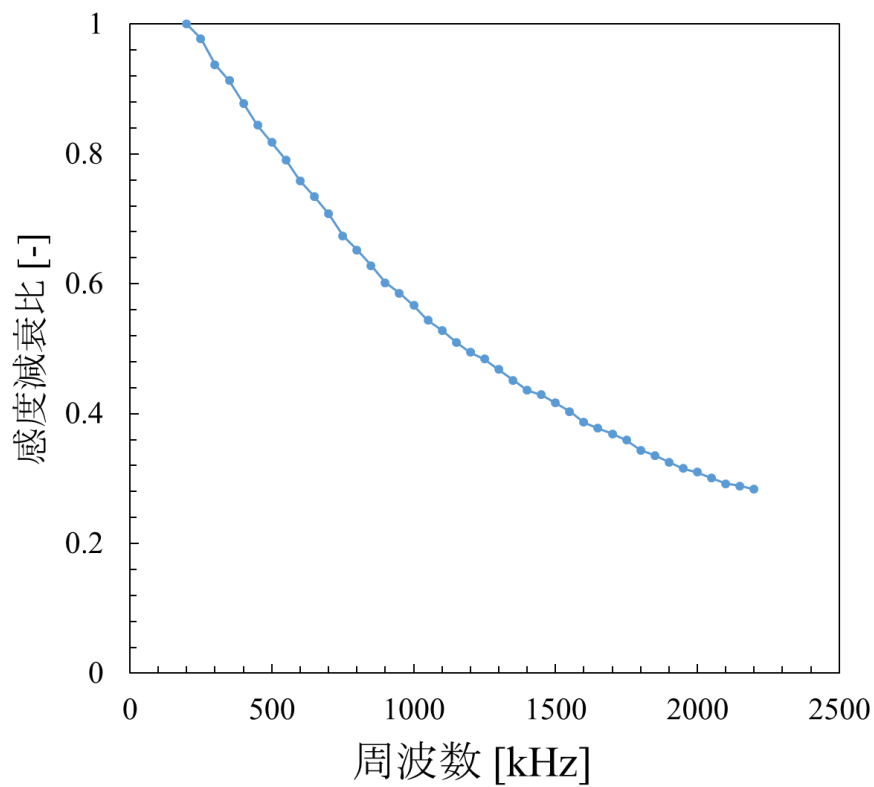


図 4-3-4 改良した光検出器の周波数特性

4.3.3 梁 C の熱振動の制振

図 4-3-5 に梁 C の熱振動制振システムを示す。梁 C は、固有振動数が約 1MHz のためスペクトラムアナライザを用いて計測を行った。スペクトラルアナライザの周波数分解能は、30Hz であり、実験結はそれぞれ 100 回平均を行った。また、熱振動を制振するためのフィードバックループの中に、カットオフ周波数 500kHz のハイパスフィルタ(HPF)を入れて位相を 90°遅らせている。

図 4-3-6 に様々なループゲインにおけるパワースペクトル密度を示す。図中の点は実験値、点線は式(3-12)から得られた計算値、実線はフロアノイズレベルである。熱振動の固有振動数は、約 1.3MHz であり、ループゲインが増加するにつれてパワースペクトル密度のピーク値が減衰していることが分かる。しかし、計測系のノイズにより制限される制振限界に達する前に発振が見られた。

図 4-3-7 にそれぞれのループゲインにおけるパワースペクトル密度のピーク値を示す。点は実験値、実線は式(3-12)から得られた計算値である。パワースペクトル密度のピーク値は、ループゲインが増加するにつれて減衰しているが、計測系のフロアノイズで制振が制限される前に発振していることが分かる。パワースペクトル密度のピーク値は、 $3.5\text{pmHz}^{-1/2}$ から $0.85\text{pmHz}^{-1/2}$ まで制振することに成功した。

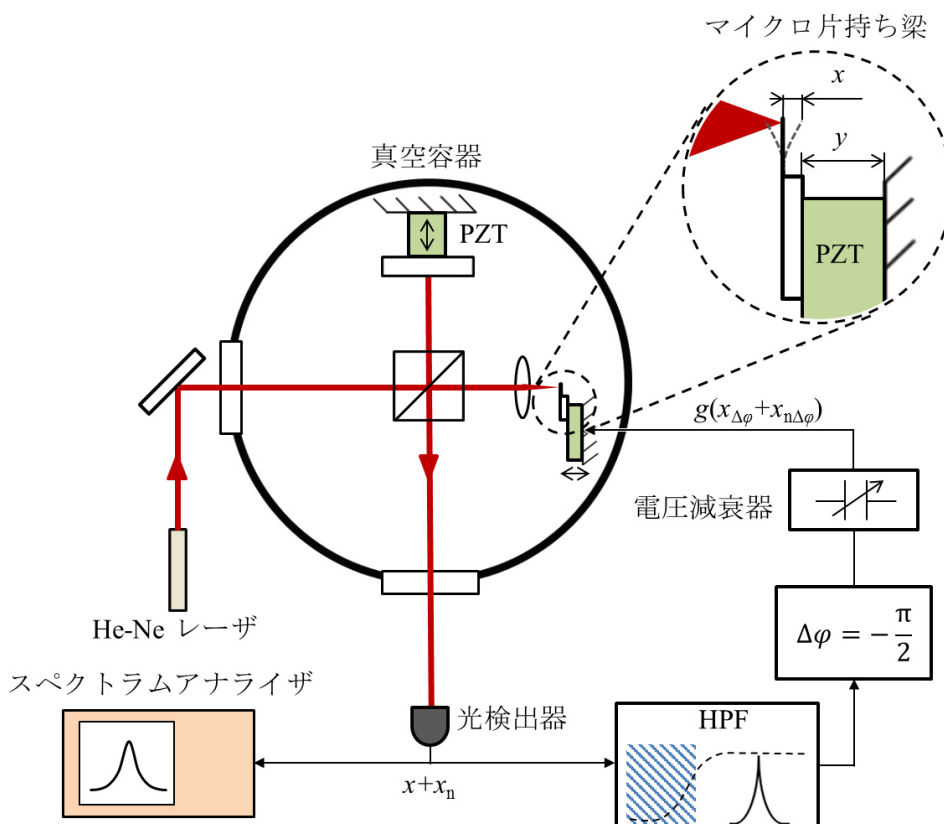


図 4-3-5 固有振動数が MHz の片持ち梁の熱振動制振システム

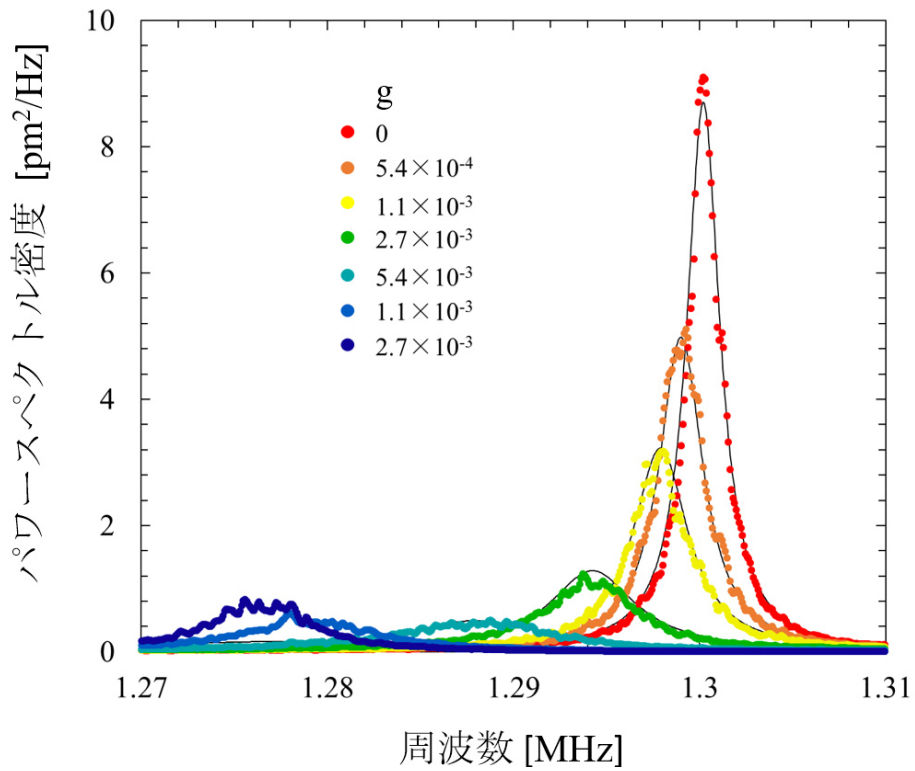


図 4-3-6 それぞれのループゲインにおけるパワースペクトル密度

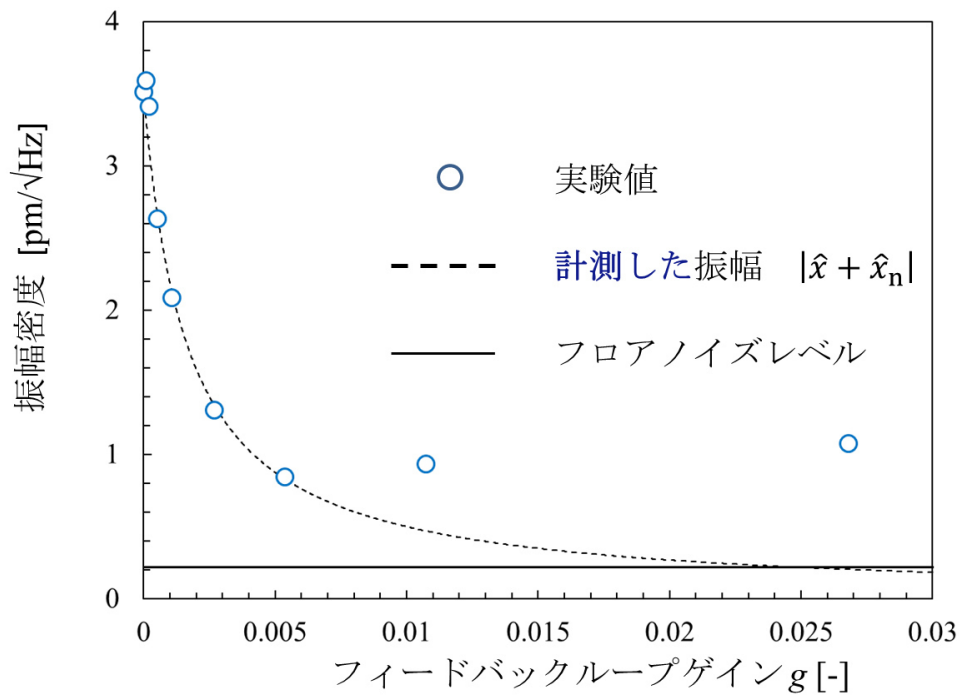


図 4-3-7 それぞれのループゲインにおけるパワースペクトル密度のピーク値

第 5 章

結論

今回の実験では、マイケルソン干渉計で三種の片持ち梁の熱振動を計測し、その振動をフィードバック制御することで、冷凍機を用いない熱振動の制振を行った。

梁 A の熱振動の制振実験では、片持ち梁の熱振動の振幅を $4.4\mu\text{m}$ まで制振することに成功した。これは、 2.8K まで実行温度を下げたことに相当する。また、この熱振動制振は、計測系の持つフロアノイズによって制限される。我々は、使用した実験装置で実現可能な限界まで熱振動を制振することに成功した。熱振動制振における減衰時間は、ループゲインが大きくなるほど早くなる。

梁 B の熱振動制振実験では、片持ち梁の振動モードがそれぞれ独立していることが分かった。また、それぞれの振動モードをフィードバック制御することで、複数の振動モードの同時制振が可能であることが分かった。本研究では、熱振動の一次振動モードと二次振動モードのパワースペクトル密度のピーク値を、それぞれ $1/5$ と $1/3$ まで同時に制振することに成功した。

梁 C の制振実験では、片持ち梁の位置を精密に調節するために圧電素子による精密位置制御を行った。これにより、 $1\mu\text{m}$ 以下で片持ち梁の位置の調節が可能になった。また、光検出器に APD を用いることで、 MHz の固有振動数の信号が検出可能になった。この梁の熱振動は、パワースペクトル密度のピーク値を $1/3$ まで制振することに成功した。

参考文献

- [1] K. C. Schwab and M. L. Roukes, "Putting Mechanics into Quantum Mechanics," *Physics Today*, **58**, pp. 36-42, 2005.
- [2] A. D. O'Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann, Radoslaw C. Bialczak, M. Lenander, Erik Lucero, M. Neeley, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, John M. Martinis and A. N. Cleland, "Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator," *Nature*, **464**, pp. 697-702, 2010.
- [3] F. Marquardt, Joe P. Chen, A. A. Clerk, and S. M. Girvin, "Quantum Theory of Cavity-Assisted Sideband Cooling of Mechanical Motion," *Physical Review Letters*, **99**, pp. 093902-1-093902-4, 2007.
- [4] H. J. Mamin and D. Rugar, "Sub-attoneutron force detection at millikelvin temperatures," *Applied Physics Letters*, **79**, pp. 3358-3360, 2001.
- [5] M. Poggio, C. L. Degen, H. J. Mamin and D. Rugar, "Feedback cooling of a cantilever's fundamental mode 5mK," *Physical Review Letters*, **99**, pp. 017201-1-017201-4, 2007.
- [6] Y. Kawamura and R. Kanegae, "Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level", *Scientific Reports*, **6**, pp1-5, 2016.
- [7] O. Arcizet, P.-F. Cohadon, T. Briant, M. Pinard and A. Heidmann, "Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror," *Nature*, **444**, pp. 71-74, 2006.
- [8] D. Kleckner, W. Marshall, Michiel J. A. de Dood, K. N. Dinyari, B. J. Pors, W. T. M. Irvine and D. Bouwmeester, "High Finesse Opto-Mechanical Cavity with a Movable Thirty-Micron-Size Mirror," *Physical Review Letters*, **96**, pp. 173901-1-173901-4, 2006.
- [9] D. Kleckner and D. Bouwmeester, "Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical," *Nature*, **444**, pp. 75-78, 2006.
- [10] A. Vinante, M. Bionotto, M. Bonaldi, M. Cerdonio, L. Conti, P. Falferi, N. Liguori, S. Longo, R. Mezzena, A. Ortolan, G. A. Prodi, F. Salemi, L. Taffarello, G. Vedovato, S. Vitale, and J.-P. Zendri, "Feedback Cooling of the Normal Modes of a Massive Electromechanical System to Submillikelvin Temperature," *Physical Review Letters*, **101**, pp. 033601-1-033601-4, 2008.
- [11] M. Vogel, C. Mooser, K. Karrai, and R. J. Warburton, "Optically tunable mechanics of microlevers," *Applied Physics Letters*, **83**, pp. 1337-1339, 2003.
- [12] P. F. Cohadon, A. Heidmann, and M. Pinard, "Cooling of a Mirror by Radiation Pressure," *Physical Review Letters*, **83**, pp. 3174-3177, 1999.

- [13] H. Okamoto, T. Watanabe, R. Ohta, K. Onomitsu, H. Gotoh, T. Sogawa and H. Yamaguchi, "Cavity-less on-chip optomechanics using excitonic transitions in semiconductor heterostructures," *Nature Communications*, **6**, pp. 1-6, 2015.
- [14] S. Gigan, H. R. Böhm, M. Paternostro, F. Blaser, G. Langer, J. B. Hertzberg, K. Schwab, D. Bäuerle, M. Aspelmeyer and A. Zeilinger, "Self-cooling of a micro-mirror by radiation pressure," *Nature*, **444**, pp. 67-70, 2006.
- [15] C. H. Metzger and K. Karrai, "Cavity cooling of a microlever," *Nature*, **432**, pp. 1002-1005, 2004.
- [16] 米沢富美子, 「ブラウン運動」, 共立出版, pp. 80-105, 1986.
- [17] M. Poot, H. S. J. van der Zant, "Mechanical systems in the quantum regime," *Physics Reports*, **511**, p. 273–335, 2012.
- [18] P. Ouartchaiyapong, L. M. A. Pascal, B. A. Myers, P. Lauria, and A. C. Bleszynski Jayich, "High quality factor single-crystal diamond mechanical," *Applied Physics Letters*, **101**, pp. 163505-1-163505-4, 2012.
- [19] J. Yang, T. Ono and M. Esashi, "Surface effects and high quality factors in ultrathin single-crystal silicon cantilevers," *Applied Physics Letters*, **77**, pp. 3860-3862, 2000.
- [20] 国井隆弘, 「よくわかる構造振動学入門」, 工学出版, pp. 66-70, 1995.

謝辞

本研究を行うにあたって、多くの方々にご協力いただき、本修士論文を完成させることが出来ました。

河村良行教授には、終始御指導、御助言を賜りました。また、参考文献の調査や考察などとても熱心に指導していただきありがとうございました。勉強になりました。研究室に所属してから3年間、とてもお世話になりました、ありがとうございます。

M1の辻家君とは、研究の課題や実験の方法など様々な事を共に話し合い、考えた日々はよき思い出であり、最も有意義な大学生活を送ることが出来ました。短い間でしたが、1年間ありがとうございました。

学部生の皆さんには様々な質問を頂き、私自身も勉強になりました。また、実験装置の改良や、様々な実験を行い、膨大なデータの解析を共に行うことでこの論文を完成させることができました。本当にお疲れ様でした。

電子情報工学科の田中秀司教授には、研究に必要な薬品を御提供いただきました。ありがとうございました。

朱研究室の皆様には、微小シリコン片持ち梁の撮影に御協力頂きました。深く感謝の意を表します。

エレクトロニクス研究所の宋麗香先生には、計測機器の貸出やSEMを使った片持ち梁の撮影をしていただきました。お借りした計測機器で、実験データを解析し、この論文を完成させることができました。ありがとうございました。

修士の2年間は、学会発表など大変でしたが自身を一層成長させたと思います。この河村研究室に所属することが出来て本当に良かったと思います。

3年間、教授を始め研究室に在籍するみなさん本当にありがとうございました。

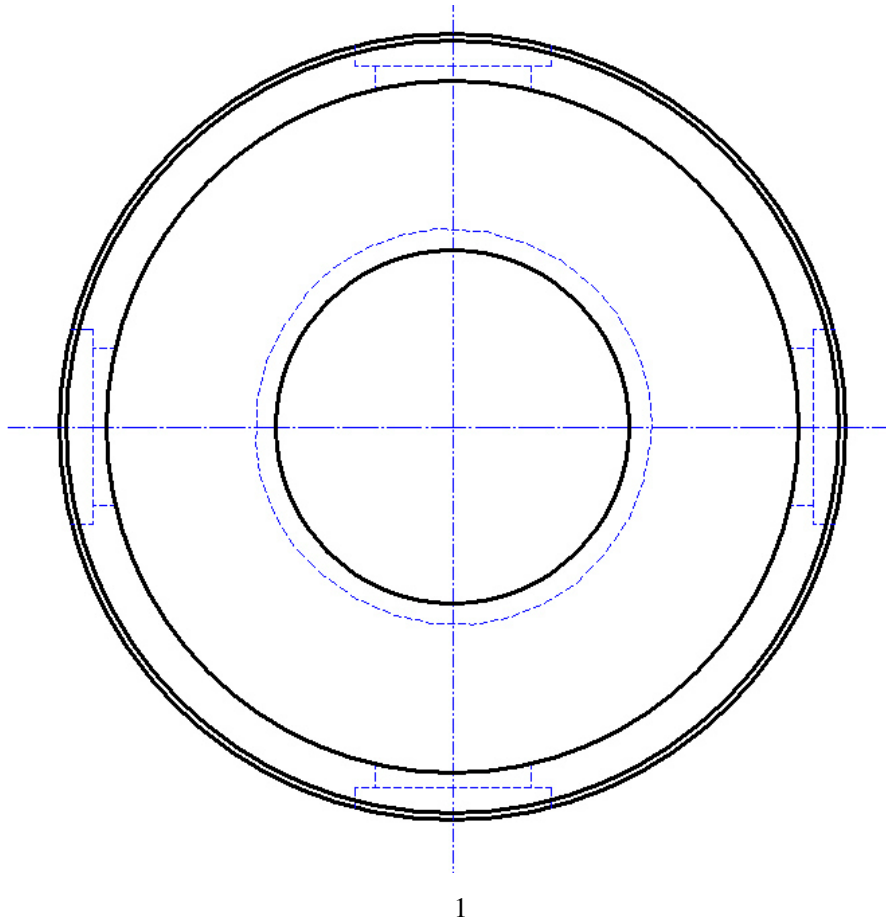
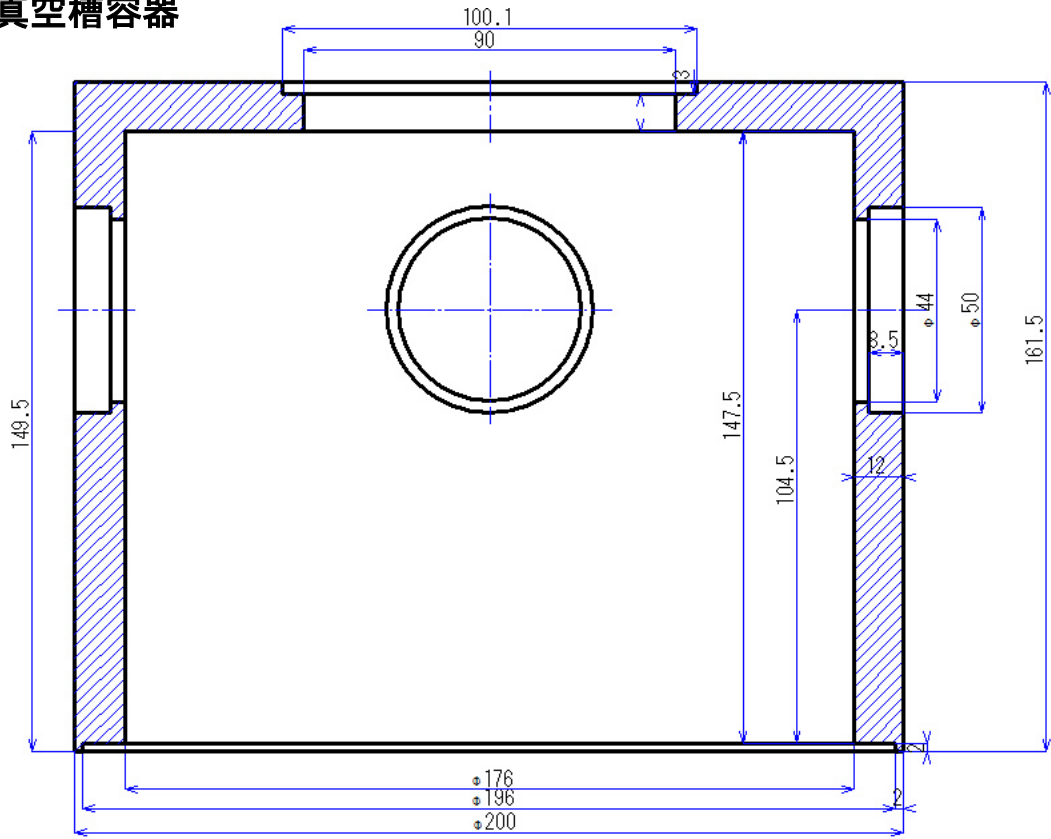
研究実績

- (1) 鐘ヶ江 力, 辻家 祐介, 今井 秀和, 河村 良行, マイクロ片持ち梁熱振動の2モード同時制振, 第77回応用物理学会秋季学術講演会(2016, 9).
- (2) 鐘ヶ江 力, 辻家 祐介, 今井 秀和, 河村 良行, 電歪素子を用いたフィードバック冷却によるマイクロ片持ち梁の熱振動制振, 第5回レーザー学会九州支部学生講演会(2016, 9).
- (3) 辻家 祐介, 鐘ヶ江 力, 今井 秀和, 河村 良行, 微小ファブリ・ペロー干渉計の開発, 第5回レーザー学会九州支部学生講演会(2016, 9).
- (4) 鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, 河村 良行, フィードバック冷却によるマイクロ片持ち梁の熱振動制振の限界, 第63回応用物理学会秋季学術講演会(2016, 3).
- (5) Y. Kawamura and R. Kanegae, “Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level”, *Scientific Reports*, **6**, pp1-5, 2016.
- (6) 鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, 河村 良行, 電歪素子も用いたマイクロシリコン片持ち梁の熱振動制御, 第72回応用物理学会秋季学術講演会(2015, 9).
- (7) 鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, 河村 良行, マイケルソン干渉計によるマイクロシリコン片持ち梁の熱振動の計測とその制御, 第4回レーザー学会九州支部学生講演会(2015, 9).
- (8) 河村 良行, 鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, マイクロ片持ち梁の熱振動の制御(2), レーザー学会第480回研究会, レーザー応用(2015, 9).

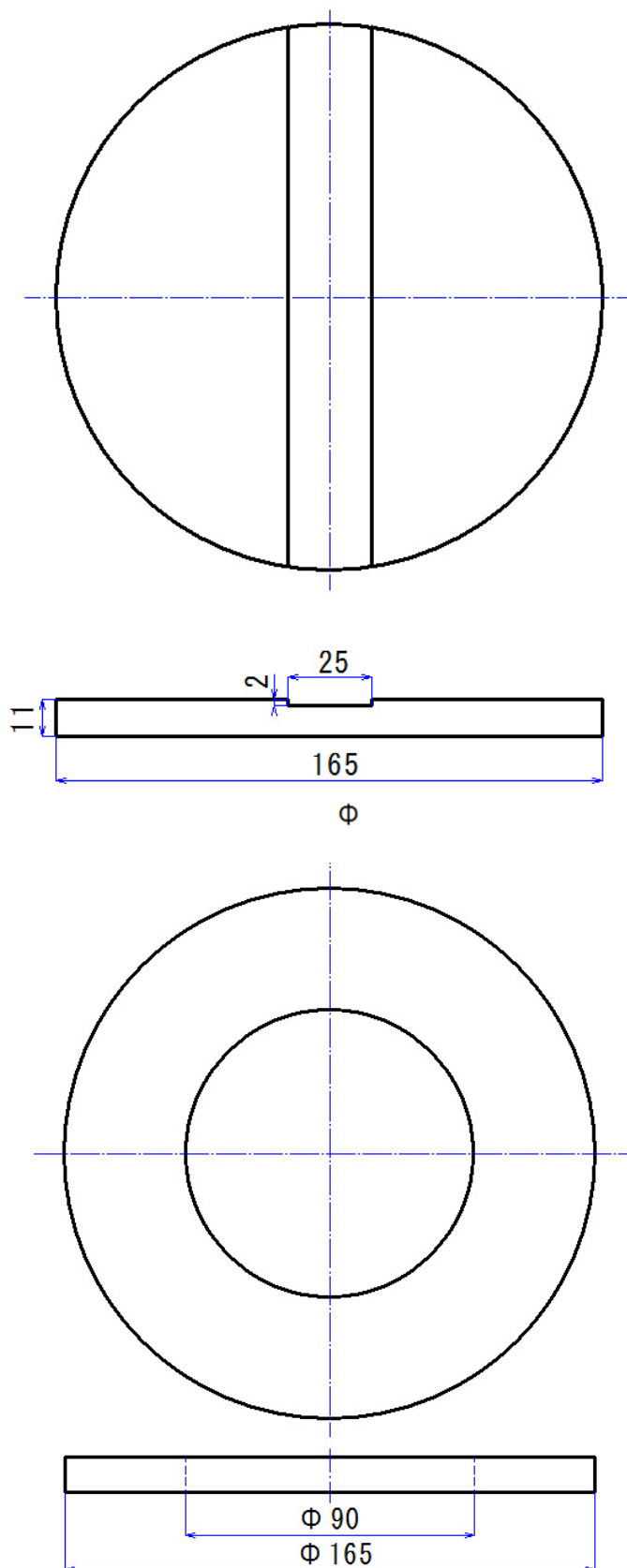
付録

1. 真空容器	1
2. 真空容器内の多段除振台	2
3. 実験装置の写真	3
4. ロータリーポンプの除振	6
5. 自作した光検出器	8
6. 電圧増幅器 SA-220F5 の主要定格	9
7. 電圧増幅器 SA-220F5 の特性	10
8. 電流増幅器 SA-604F2 の主要定格	11
9. 電流増幅器 SA-604F2 の特性	12
10. アバランシェフォトダイオード APS-1R00VF (1 ϕ)主要定格	13
11. 複素数を使わない熱振動制御の理論計算	14
12. 学会発表予稿	18
13. 投稿論文	24

1. 真空槽容器



2. 真空容器内の多段除振台

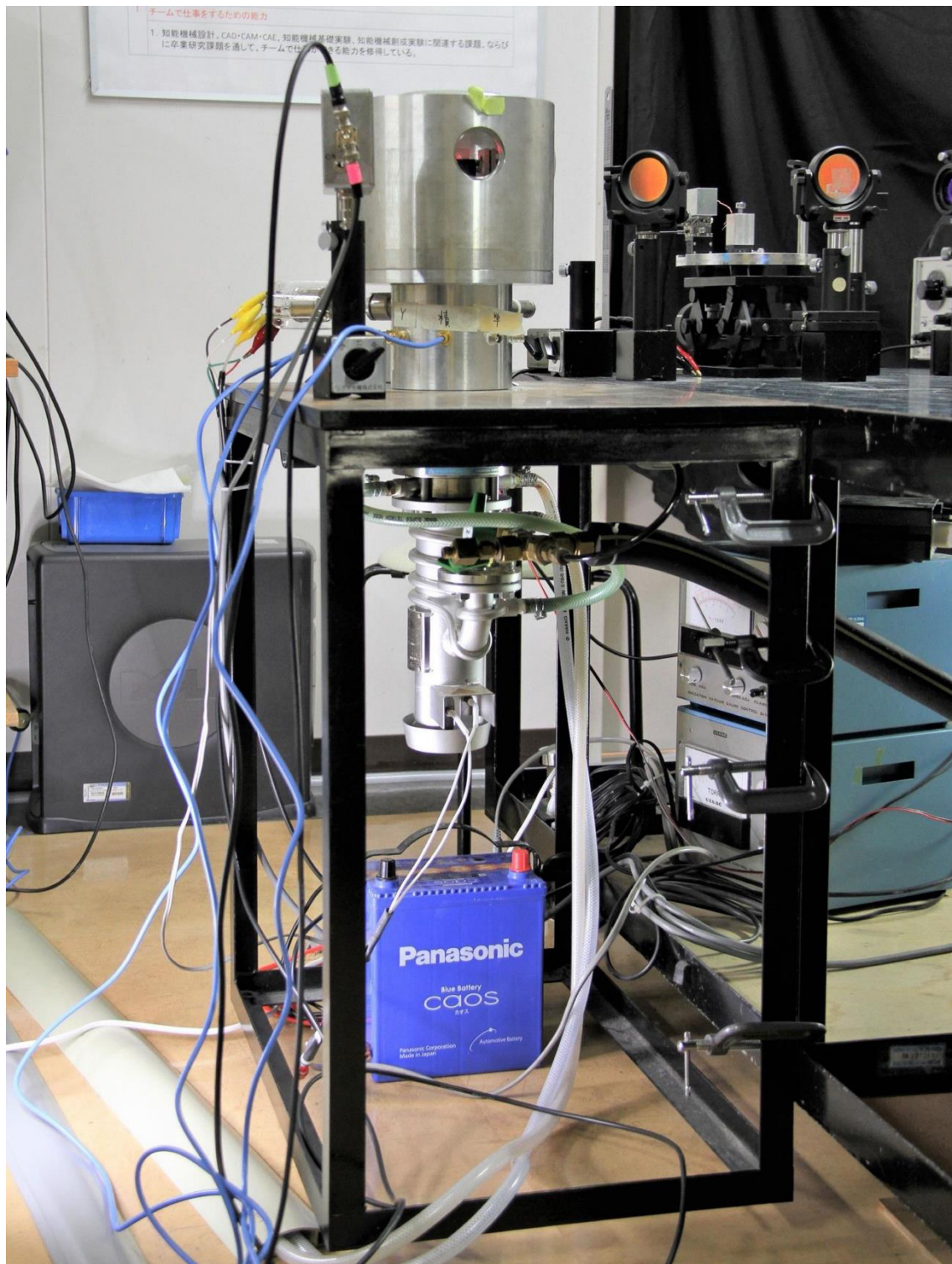


3. 実験装置の写真

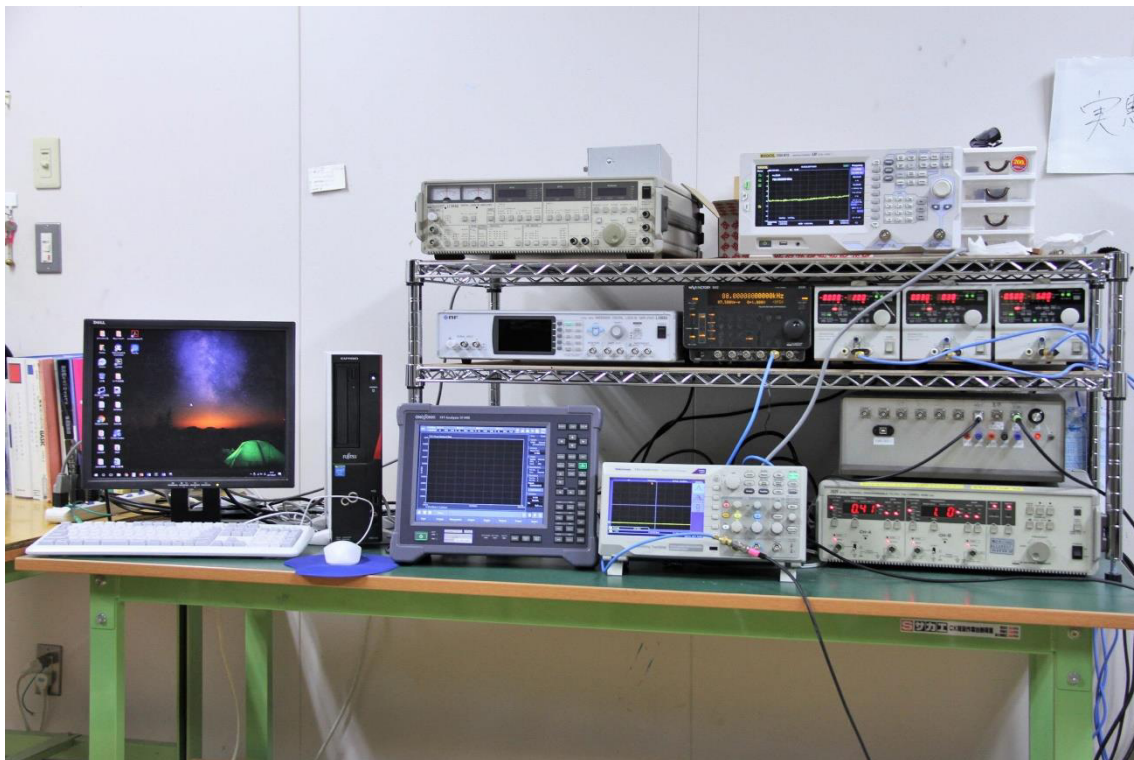
装置全体



真空容器と計測機構及びその架台



計測機器及び制御装置

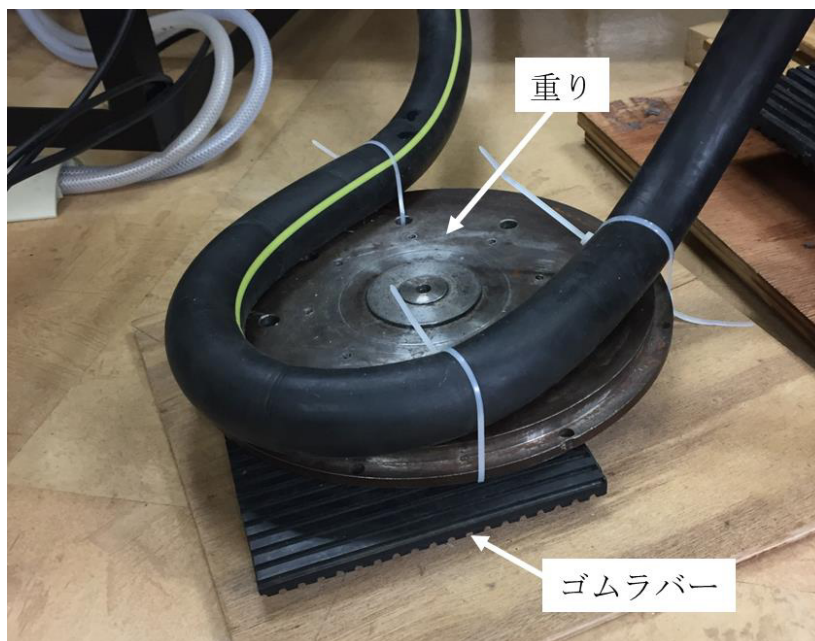


4. ロータリーポンプの振動の除振

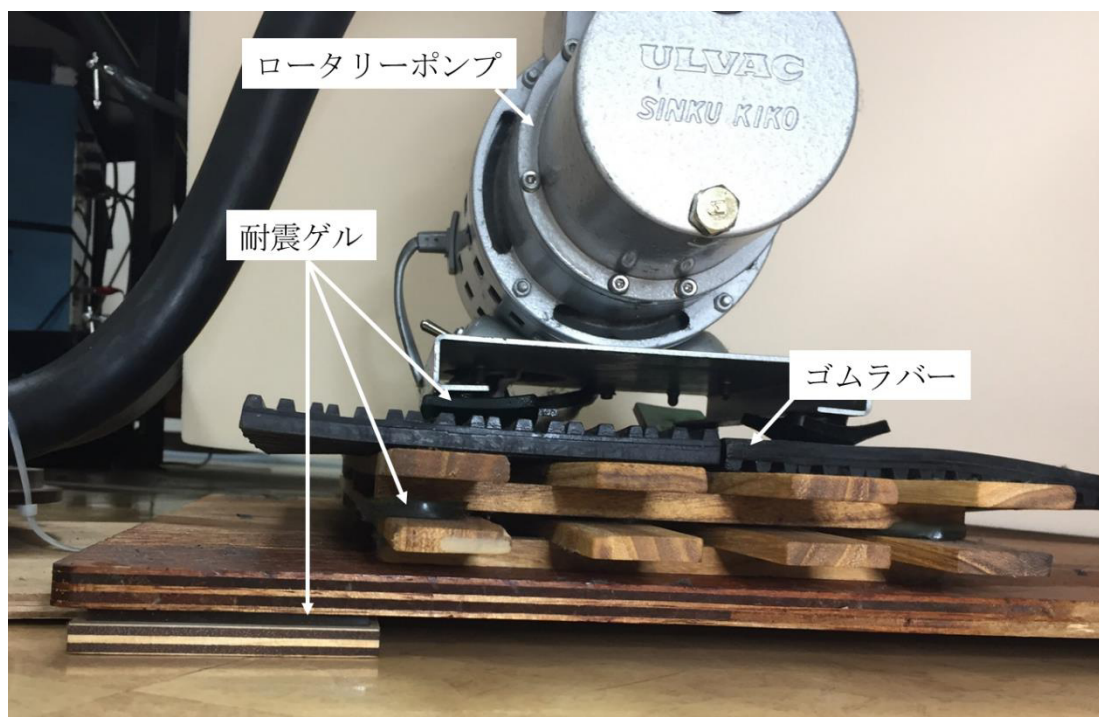
ロータリーポンプ全体の写真



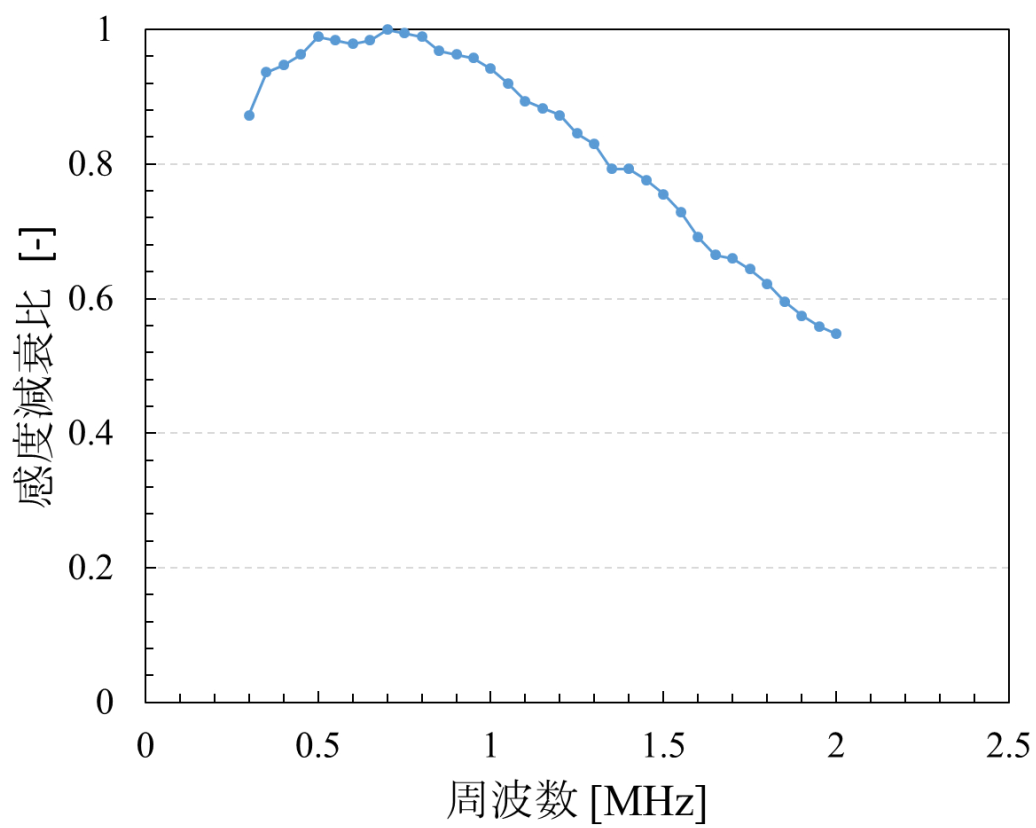
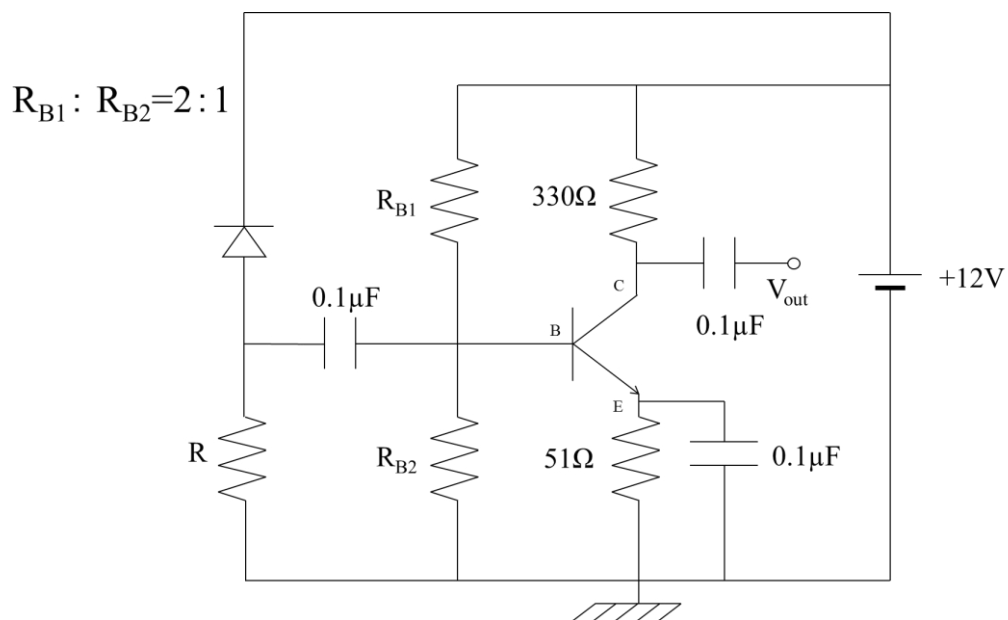
排気チューブの除振



ロータリーポンプ本体の除振



5. 自作した光検出器



6. 電圧増幅器 SA-220F5 の主要定格

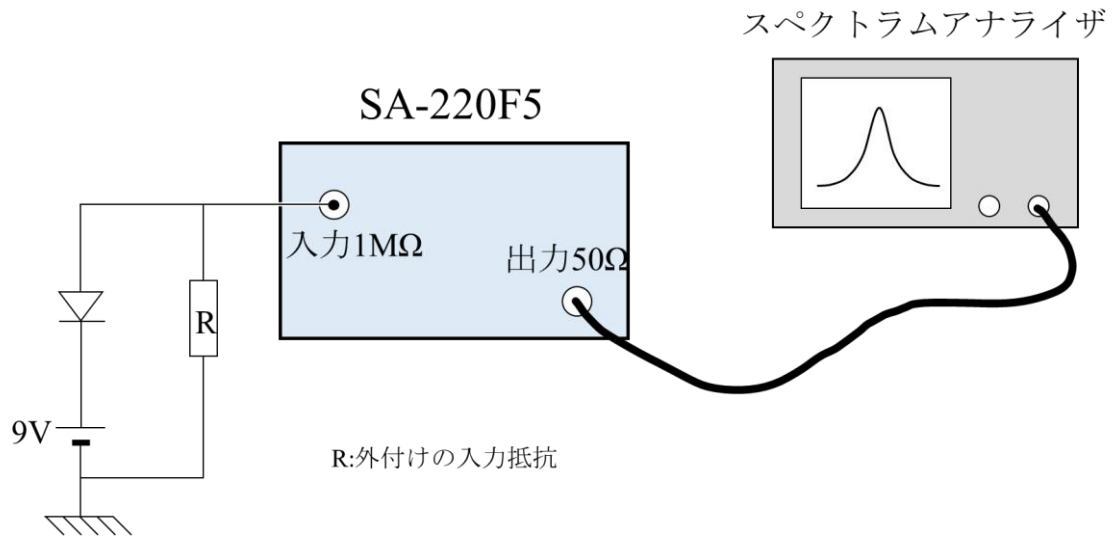


SA-220F5
超低雑音FET増幅器

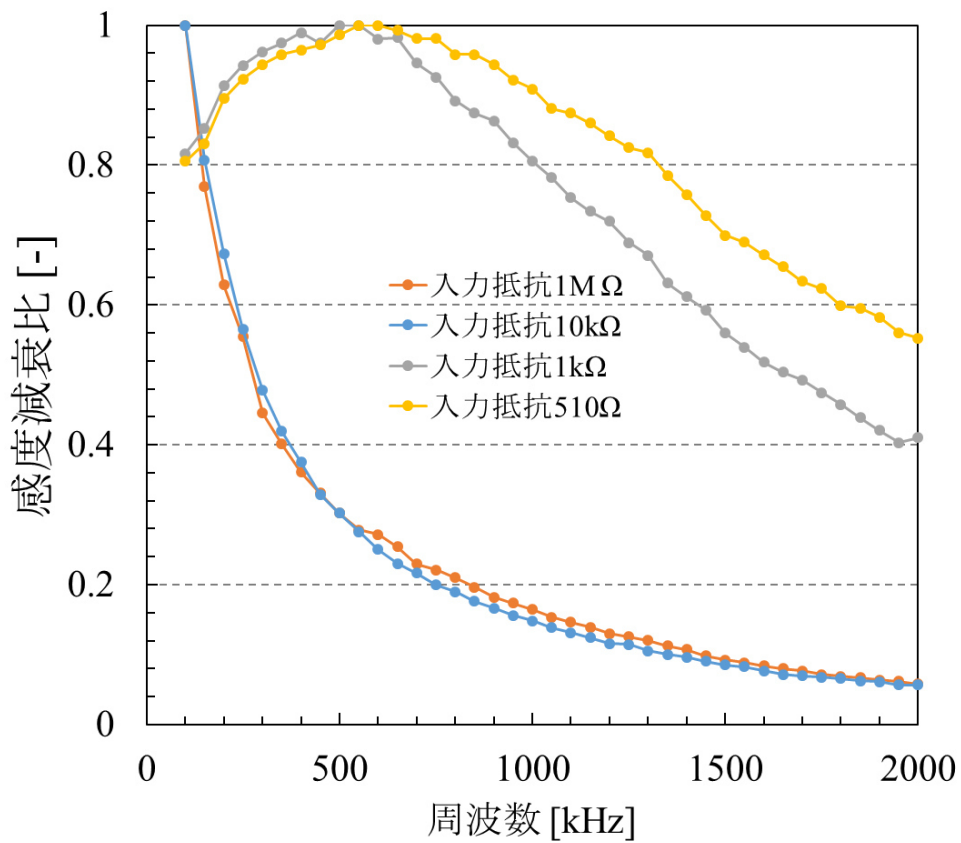
1kHz ~ 80MHz
交流結合、不平衡片線接地入力
1MΩ±5% (5kHz) // 57pF typ.
±1.0V
—
0.7nV/√Hz 以下 (100kHz)
0.5nV/√Hz typ. (10kHz ~ 1MHz)
200fA/√Hz typ. (100kHz)
—
2.0V _{p-p} /50Ω (1kHz ~ 20MHz)
50Ω±5% (100kHz)
46±0.5dB/50Ω (1MHz)
1kHz ~ 80MHz : +0.5dB, -3dB
—
—
±15V±5%
+65mA typ. +75mA 以下
-10mA typ. -15mA 以下
0°C ~ 40°C
-10°C ~ 50°C, 10% ~ 80% RH (結露なきこと)
68×43×28(突起物は含まず)
約130g

参照 : http://www.nfcorp.co.jp/pro/mi/lb/preamp/sa/pdf/spec_sa.pdf

7. 電圧増幅器 SA-220F5 の特性



実験方法



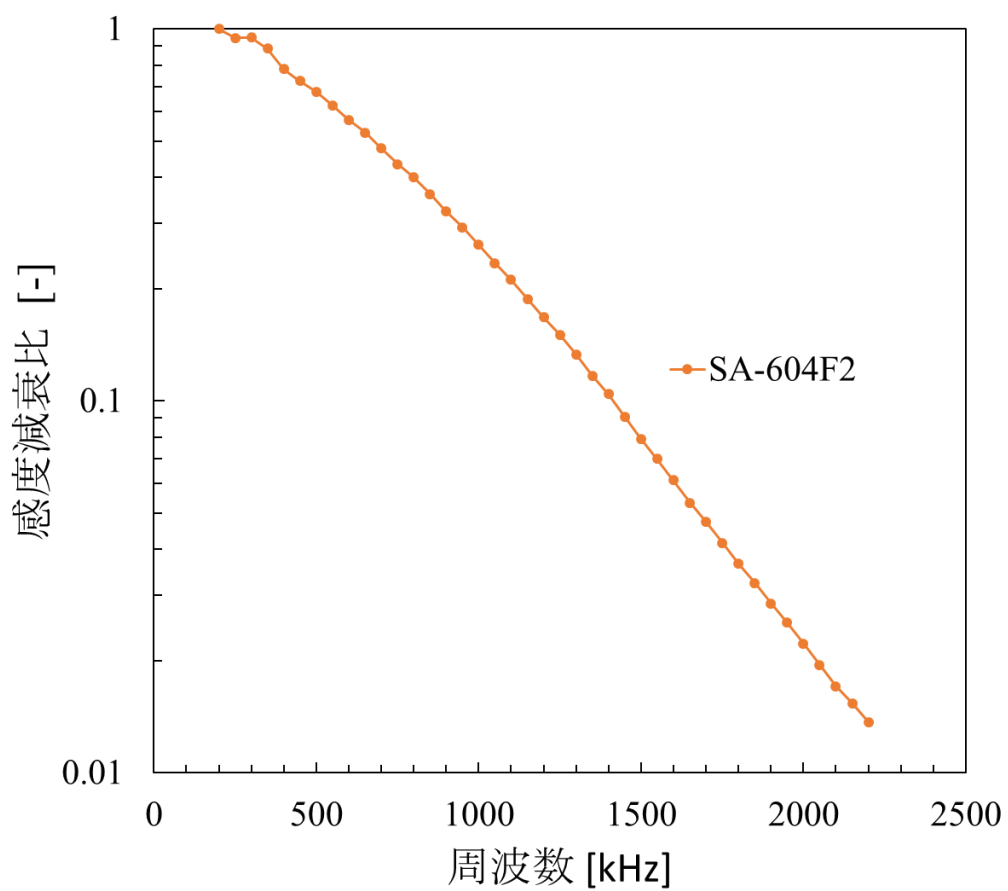
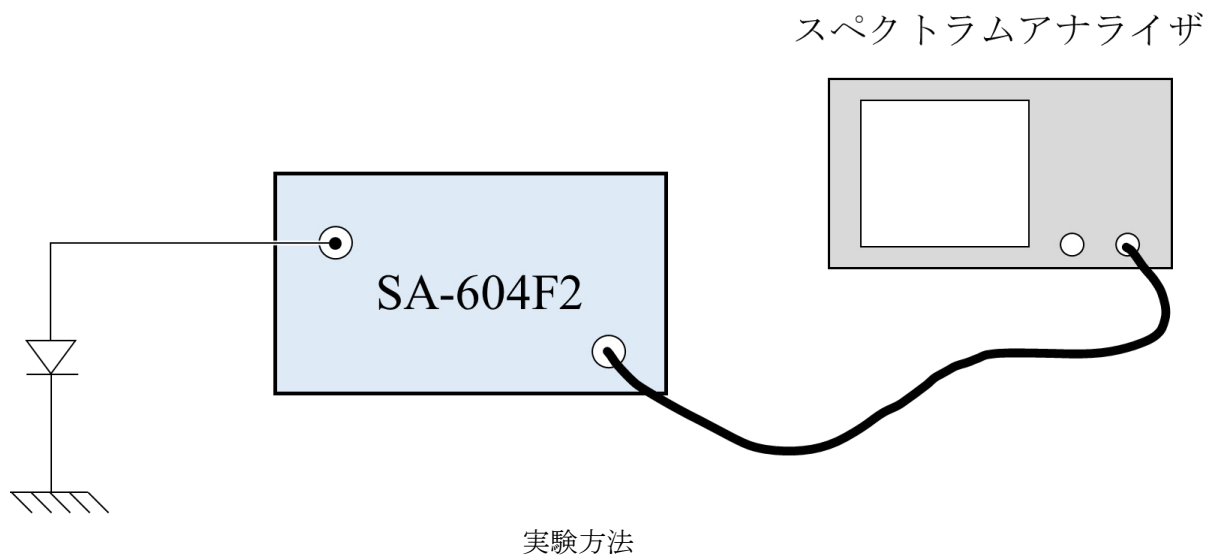
8. 電圧増幅器 SA-604F2 の主要定格

広帯域電流増幅器		CA-550シリーズ/CA-650シリーズ/SA-600シリーズ			
主要定格		パッケージタイプによって異なる仕様項目については、以下のマークで示します。 <small>DIP</small> デュアルインラインパッケージ <small>SIP</small> シングルインラインパッケージ <small>CASE</small> シールドケース			
絶対最大定格: 電源電圧(±Vs) ±18V、入力電流 ±30mA、オフセット調整端子入力電圧 ±Vs <small>※</small> 特記なき場合は、電源 ±15V、温度 23°C±5°C、出力負荷 RL=1MΩ					
型名		CA-554F2 <small>DIP</small> CA-654F2 <small>SIP</small> SA-604F2 <small>CASE</small>	CA-555F2 <small>DIP</small> CA-655F2 <small>SIP</small> SA-605F2 <small>CASE</small>	CA-556F2 <small>DIP</small> CA-656F2 <small>SIP</small> SA-606F2 <small>CASE</small>	CA-557F2 <small>DIP</small> CA-657F2 <small>SIP</small> SA-607F2 <small>CASE</small>
入力部	入力形式	直流結合不平衡片線接地入力			
	最大入力電流 *1	±1μA	±100nA	±10nA	±1nA
	入力インピーダンス *1	1kΩ	3kΩ	10kΩ	30kΩ
	推奨信号源抵抗	1MΩ以上	10MΩ以上	100MΩ以上	1GΩ以上
	入力バイアス電流 *2	±1pA(typ.)			
出力部	入力換算雑音電流密度 *3	45fA/√Hz (typ.)	15fA/√Hz (typ.)	6fA/√Hz (typ.)	2.5fA/√Hz (typ.)
	出力形式	直流結合不平衡片線接地出力			
	最大出力電圧 *4	±10V			
	最大出力電流 *4	±5mA			
	出力インピーダンス *1	50Ω			
増幅部	出力オフセット電圧 *5	±3mV		±5mV	±15mV
	出力オフセット電圧調整範囲	±15mV (typ.) *6			
	利得 (V/V) *7	1×10 ⁷ (10M)±1%	1×10 ⁶ (100M)±1%	1×10 ⁶ (1G)±1%	1×10 ¹⁰ (10G)±1%
	出力利得平坦性 (±0.5dB以内) *8 *9	DC~50kHz	DC~25kHz	DC~10kHz	DC~2kHz
	+0.5 -3 dB出力周波数特性 (Cs=10pF) *10	DC~500kHz	DC~250kHz	DC~100kHz	DC~20kHz
入出力位相	同相				
LPF出力	<small>DIP</small> <small>SIP</small> 遮断周波数 (-3dB)	10kHz (typ.) *11 外付けコンデンサにより変更可能			1kHz (typ.) *11 外付けコンデンサにより変更可能
	<small>CASE</small> 遮断周波数設定	30kHz/100kHz/300kHz/ THRU スイッチ切換え	10kHz/30kHz/100kHz/ THRU スイッチ切換え	3kHz/10kHz/30kHz/ THRU スイッチ切換え	1kHz/3kHz/10kHz/THRU スイッチ切換え
動作電源電圧範囲	±15V±1V				
消費電流 (無信号時)	<small>DIP</small> <small>SIP</small>	±40mA以下、±32mA (typ.)		±40mA以下、±27mA (typ.)	
	<small>CASE</small>	±40mA以下、±37mA (typ.)		±40mA以下、±32mA (typ.)	
性能保証温度範囲	23°C±5°C				
温湿度範囲	動作	<small>DIP</small> <small>SIP</small>	-20°C~60°C 10%~90%RH		
		<small>CASE</small>	0°C~40°C 5%~85%RH (ただし、絶対湿度は1g/m ³ ~25g/m ³ 結露なきこと)		
温湿度範囲	保存	<small>DIP</small> <small>SIP</small>	-30°C~80°C 10%~80%RH		
		<small>CASE</small>	-10°C~50°C 5%~95%RH (ただし、絶対湿度は1g/m ³ ~29g/m ³ 結露なきこと)		
RoHS	Directive 2011/65/EU				
外形寸法 (mm) / 質量	<small>DIP</small>	59 (W) × 39 (D) × 10 (H) / 約40g			
	<small>SIP</small>	66.7 (W) × 10.5 (D) × 40.8 (H) / 約40g			
	<small>CASE</small>	76 (W) × 50 (D) × 21.1 (H) / 約135g (ボトムプレート、突起部除く)			

*1: f=1kHz, CA-557F2/CA-657F2/SA-607F2は f=100Hzでの代表値 *2: 入力バイアス電流は+7°Cで約2倍増加 *3: f=1kHz, CA-557F2/CA-657F2/SA-607F2は f=100Hzで測定 (入力開放時、アジレント社89410A相当品にて測定) *4: f=1kHzの歪 (THD) 0.3%以下で規定、CA-557F2/CA-657F2/SA-607F2は f=100Hzの歪 (THD) 0.3%以下で規定 *5: 入力開放
 *6: 外付可変抵抗器による (DIP/SIP)、パネル面の可変抵抗器による (CASE) *7: 直流にて測定 *8: SA-600シリーズは遮断周波数THRU設定時
 *9: 基準周波数 f=10Hz, CA-557F2/CA-657F2/SA-607F2は f=1Hzで測定 *10: Csは入力-GND間容量 *11: 16番ピン開放時 (SA-600シリーズを除く)

参照: https://www.nfcorp.co.jp/pro/mi/lb/preamp/sa_600/pdf/spec_sa_600-20141218.pdf

9. 電圧増幅器 SA-604F2 の特性



10. アバランシェフォトダイオード APS-1R00VF (1φ) 主要定格



受光径	高速応答型			高感度型					単位	
	0.2φ	0.5φ	1.0φ	0.2φ	0.5φ	1.0φ	1.5φ	3.0φ		
遮断周波数	低域	10k	10k	10k	DC	DC	DC	DC	DC	Hz
	高域	100M typ 90M min	100M typ 90M min	100M typ 90M min	15M typ 14M min	10M typ 9M min	10M typ 9M min	10M typ 9M min	3M typ 2.7M min	
最低入射光量 (λ = 700nm)	3n typ 6n max			0.8n typ 1.6n max			1.2n typ 2n max	3n typ 6n max	Wrms	
光電変換感度 (λ = 700nm)	-1.5×10 ⁵ typ -1.4×10 ⁵ min	-1.0×10 ⁵ typ -0.9×10 ⁵ min	-1.0×10 ⁵ typ -0.9×10 ⁵ min	+5.0×10 ⁵ typ +4.5×10 ⁵ min					V/W	
最大振幅	-0.5 @RL=50Ω			+8 @RL=1MΩ					V	
入力電圧/電流	+5±5%/+70 typ			±12±1 ⁺⁷⁰ / ₋₁₀ typ					V/mA	
型名	リードタイプ	APS-R26VF	APS-R56VF	APS-1R06VF	APS-R20VF	APS-R50VF	APS-1R00VF	APS-1R50VF	APS-3R00VF	

FCコネクタ付も製作可能です。型名の末尾にFCとつけてご用命下さい。(ただし受光径1.0φ以下のみ対応)

■ 一般仕様

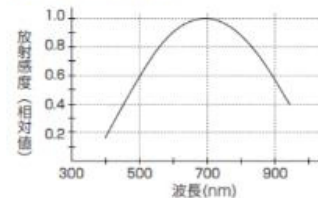
感度波長範囲**1) 400~950nm
 動作温度範囲 0~+50℃
 保存温度範囲 -20~+60℃
 出カインピーダンス 50Ω
 入出力線 50cm長(リードタイプ)
 ゲイン温度安定度 ±2.5%typ
 (+25℃±10℃)

*1) ゲイン温度安定度の保証される感度波長範囲です。

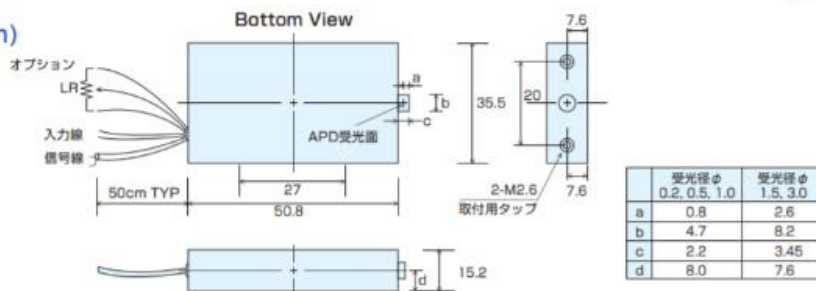
■ オプション

-LR : APDのゲイン可変
 外付5kΩのボリュームによる。
 (可変範囲1~100倍)
 仕様上の遮断周波数を得るには、
 50倍以上のゲインでご使用下さい。
 -LFC: FCコネクタ付(1.0φ以下のモデルのみ)
 <例> APS-R26VF-LFCR

■ 分光感度曲線



■ 外形寸法(mm)



参照 : <https://www.matsusada.co.jp/pdf/aps.pdf>

11. 複素数を使わない熱振動制御の理論計算

片持ち梁の先端が質点であるとする、制御中の片持ち梁の振動のモデルは、単純なマスバネダンパ系で表すことができる。この時の運動方程式は、

$$f(t) = m\ddot{x}(t) + m\ddot{y}(t) + \mu\dot{x}(t) + kx(t) \quad (1)$$

と表すことができる。ただし、 $f(t)$ は熱振動を引き起こす力(ランジュバン力)、 $x(t)$ は計測される片持ち梁の変位、 $y(t) = g[x_{\Delta\varphi}(t) + x_{n\Delta\varphi}(t)]$ はPZTの変位、 $x_{\Delta\varphi}(t)$ はPZTに印加される位相を 90° 遅らせた片持ち梁の変位、 $x_{n\Delta\varphi}(t)$ はPZTに印加される位相を 90° 遅らせた計測系のフロアノイズ(増幅器の抵抗が持つジョンソンノイズや、光検出器が持つショットノイズなど)、 g はフィードバックループゲイン、 m は等価質量、 μ は減衰係数、 k はばね定数である。この時、常に $x(t)$ と $y(t)$ の間に $x(t) \gg y(t)$ が成り立っているため、計測されるPZTの変位は無視できるものとする。さらに、

$$f(t) = f_0 \sin \omega t \quad (2)$$

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (3)$$

$$x_n(t) = x_{n,0} \sin(\omega t + \varphi_2) \quad (4)$$

$$x_{\Delta\varphi}(t) = x_0 \sin\left(\omega t + \varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

$$x_{n\Delta\varphi}(t) = x_{n,0} \sin\left(\omega t + \varphi_2 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6)$$

$$\mu = \frac{m\omega_0}{Q} \quad (7)$$

$$k = m\omega_0^2 \quad (8)$$

とおく。ここで、 f_0 はランジュバン力の振幅、 x_0 は梁の振幅、 $x_{n,0}$ はフロアノイズある。さらに、

$$x_0 \sin\left(\omega t + \varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) = -x_0 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (9)$$

$$x_{n,0} \sin\left(\omega t + \varphi_2 - \frac{\pi}{2}\right) = -x_{n,0} \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (10)$$

となる。ここで、 φ_1 と φ_2 はそれぞれの位相である。これらの式を、式(1)に代入すると、

$$\begin{aligned} f_0 \sin \omega t &= m \left\{ -x_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_1) \right. \\ &\quad \left. + g \left[x_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_1) + x_{n,0} \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_2) \right] \right\} \\ &\quad + m \frac{\omega_0 \omega}{Q} x_0 \cos(\omega t + \varphi_1) + m \omega_0^2 x_0 \sin(\omega t + \varphi_1) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。さらに、全体を m で割り x_0 と $x_{n,0}$ の項に分けると、

$$\begin{aligned} \frac{f_0}{m} \sin \omega t &= x_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \varphi_1) + \left(g\omega + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right) \cos(\omega t + \varphi_2) \right] \\ &\quad + x_{n,0} g \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (12)$$

となり、三角関数の合成を行い、そして \cos を \sin に変換すると、

$$\begin{aligned} \frac{f_0}{m} \sin \omega t &= x_0 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2} \sin(\omega t + \varphi_1 + \alpha) \\ &\quad + x_{n,0} g \omega^2 \sin \left(\omega t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここで、 $\varphi_1 + \alpha = 0$ 、 $\varphi_2 + \frac{\pi}{2} = 0$ とすると、

$$\frac{f_0}{m} = x_0 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2} + x_{n,0} g \omega^2 \quad (14)$$

となる。従って、実際の熱振動の振幅密度の理論値は、

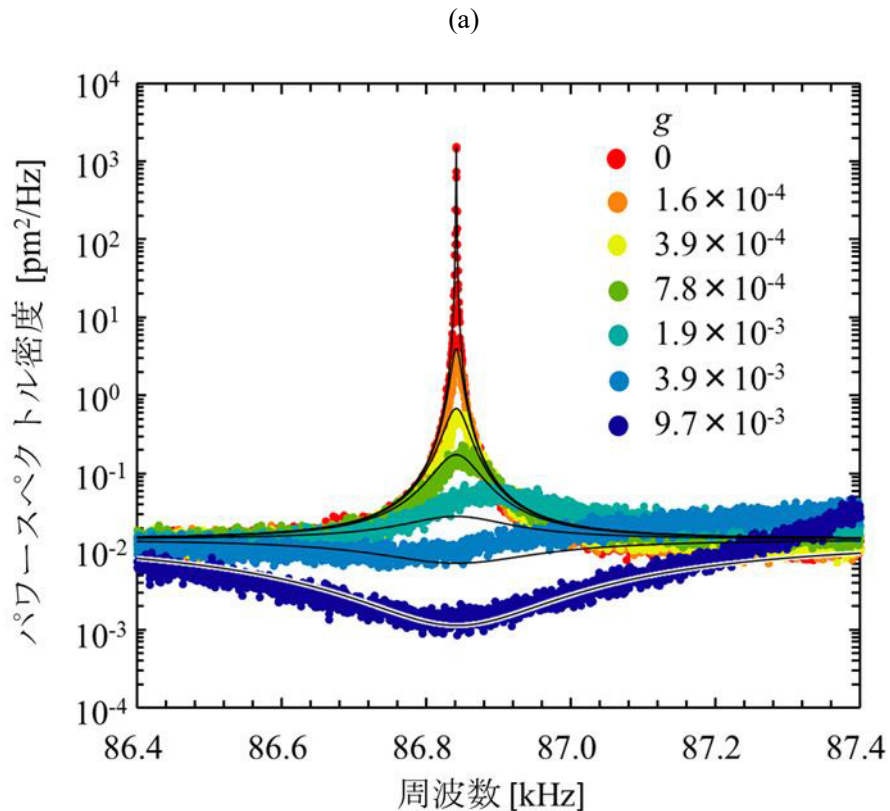
$$x_0 = \frac{\frac{f_0}{m} - x_{n,0} g \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega + \frac{\omega_0 \omega}{Q} \right)^2}} \quad (15)$$

となる。計測される熱振動の振幅密度は、式(15)に $x_{n,0}(\omega)$ を加えたものなので、

$$x_0 + x_{n,0} = \frac{\frac{f_0}{m} + x_{n,0} \left[\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} - g\omega^2 \right]}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2}} \quad (16)$$

となる。パワースペクトルの理論値は、式(15),(16)を二乗した値になる。

図1に梁Aの制振実験結果を示す。図1(a)の点は実験値、黒の実線は式(3-13)から得られた理論曲線、図1(b)の点は実験値、黒の実線は式(16)の二乗から得られた理論曲線である。理論曲線は、実験結果と同様フロアノイズレベル以下まで減衰しているが、複素数を使った式(3-13)の理論曲線と比べるとスペクトルの裾の部分を実験値から離れていることが分かる。複素数を使った理論曲線の方が実験結果とよく一致しているが、理論曲線は共にノイズレベル以下まで減衰している。



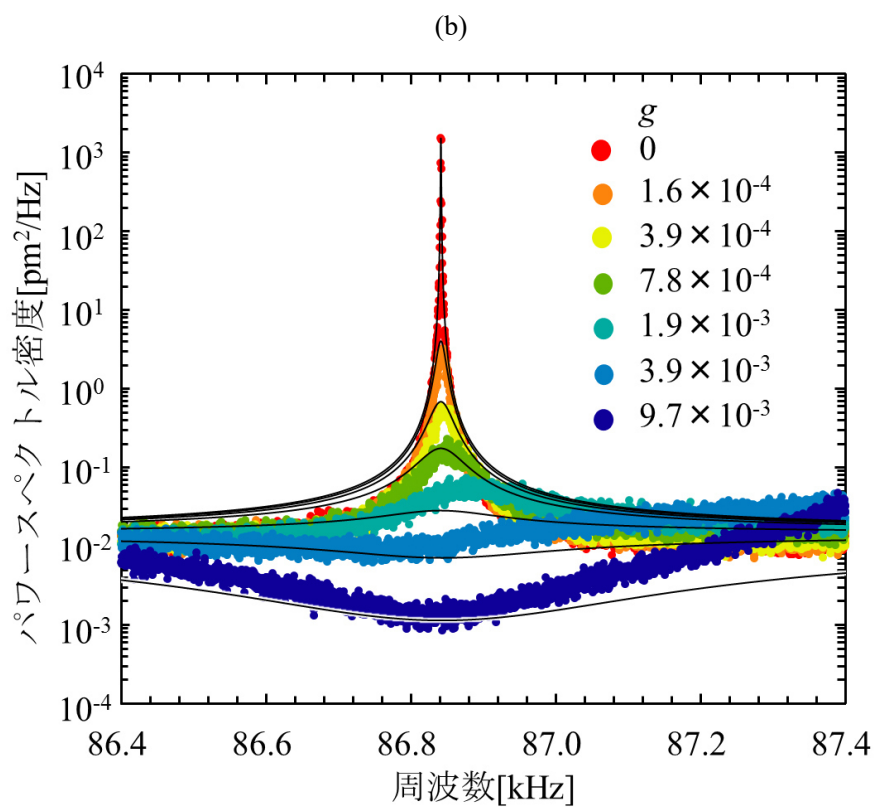


図 1 計測した熱振動のパワースペクトル密度. (a) 複素数を使ったパワースペクトル密度.
 (b) 複素数を使わないパワースペクトル密度.

12. 学会発表予稿集

応用物理学会

- ・鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, 河村 良行., 電歪素子も用いたマイクロシリコン片持ち梁の熱振動制御, 第 76 回応用物理学会秋季学術講演会(2015, 9).
- ・鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, 河村 良行., フィードバック冷却によるマイクロ片持ち梁の熱振動制振の限界, 第 63 回応用物理学会秋季学術講演会(2016, 3).
- ・鐘ヶ江 力, 辻家 祐介, 今井 秀和, 河村 良行., マイクロ片持ち梁熱振動の 2 モード同時制振, 第 77 回応用物理学会秋季学術講演会(2016, 9).

レーザー学会九州支部学生講演会

- ・鐘ヶ江 力, 鍛冶 元晴, 高城 亮馬, 河村 良行., マイケルソン干渉計によるマイクロシリコン片持ち梁の熱振動の計測とその制御, 第 4 回レーザー学会九州支部学生講演会(2015, 9).
- ・鐘ヶ江 力, 辻家 祐介, 今井 秀和, 河村 良行., 電歪素子を用いたフィードバック冷却によるマイクロ片持ち梁の熱振動制振, 第 5 回レーザー学会九州支部学生講演会(2016, 9)

電歪素子を用いたマイクロシリコン片持ち梁の熱振動制御

Control of thermal vibration of a micro silicon cantilever using a PZT actuator

○鐘ヶ江 力、鍛治 元晴、高城 亮馬、河村 良行(福工大工)

°Riki Kanegae, Motoharu Kaji, Ryouma Takagi, Yoshiyuki Kawamura (Fukkou Univ.)

E-mail: mcm15004@bene.fit.ac.jp

1. 緒言

現在微小機械振動子は、加速度計、振動ジャイロ、原子間力顕微鏡などの超精密計測器に用いられている。しかし、振動子は熱により常に振動しており、この熱雑音が計測限界の一つの要因になりうる。この熱雑音を限界まで抑制することで、計測機器の計測限界を極限まで引き上げることができる。本研究では、この熱振動を限界まで抑制し零点振動を計測することを目的とする。

2. 実験内容

計測には、長さ 240 [μm]、幅 30 [μm]、厚さ 3.2 [μm]、ばね定数 1.56~3.47 [N/m] 共振周波数 68.0~89.6 [kHz]の単結晶マイクロシリコン片持ち梁を使用する。片持ち梁は、高真空中において、 Q 値約 130,000 [-]、熱振動の振幅約 50 [pm]である。熱振動は、真空容器内のマイケルソン干渉計を用いて計測し、その信号を利用して片持ち梁の熱振動制御を行う。熱振動の信号は、FFT アナライザを用いて観測する。計測用レーザーは、He-Ne レーザーを使用する。Fig. 1 に制御装置の概略、Fig. 2 に真空度 5×10^{-3} [Pa]における典型的な熱振動の信号を示す。干渉計の参照ミラーと片持ち梁の土台には、駆動できるようにそれぞれ電歪素子（以降 PZT）を用いている。計測された信号の低周波部分は、計測感度を最大に保つ為に参照ミラーの土台の PZT にフィードバックされる。熱振動の信号は、バンドパスフィルタ(BPF)を通し片持ち

梁の土台の PZT にフィードバックされる。この時、位相を 90° ずらした熱振動の信号を PZT にフィードバックすることで、慣性力を利用した片持ち梁の熱振動制御実験を行った。実験結果の詳細は、発表に譲る。

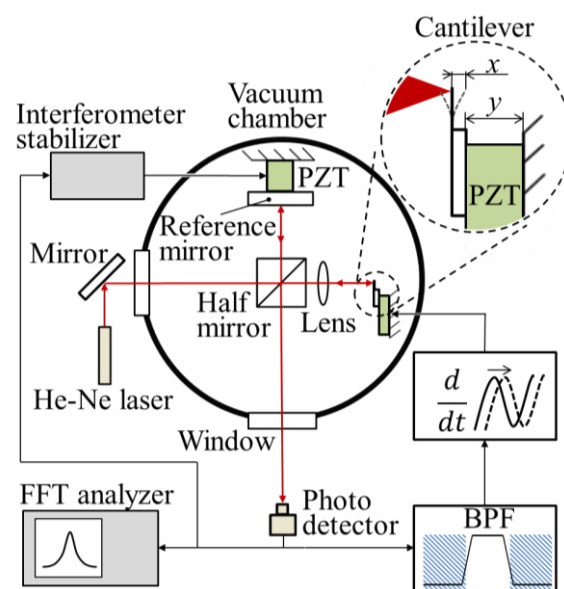


Fig. 1 熱振動制御システム概略

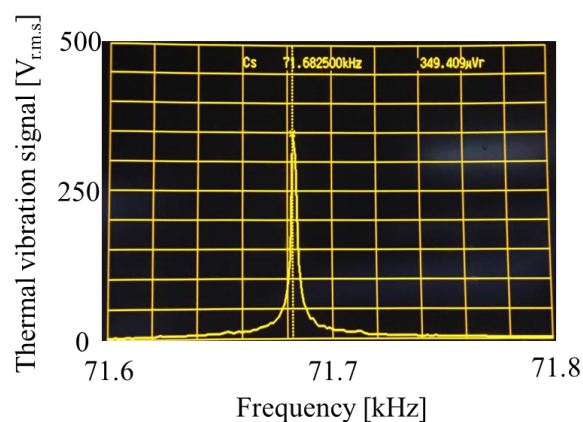


Fig. 2 高真空中での典型的な熱振動の信号
(100回平均)

フィードバック冷却によるマイクロ片持ち梁の熱振動制振の限界

Limit for suppression of thermal vibration of a micro-cantilever by feedback cooling

○鐘ヶ江 力¹、鍛治 元晴²、高城 亮馬²、河村 良行^{1,2} (1. 福岡工大院工、2. 福岡工大工)

○Riki Kanegae¹, Motoharu Kaji², Ryoma Takagi², Yoshiyuki Kawamura^{1,2}

(1.Grad. Sch. of Fukuoka Institute of Technology, 2.Fukuoka Institute of Technology)

E-mail: mcm15004@bene.fit.ac.jp

現在微小機械振動子は、加速度計、振動ジャイロ、原子間力顕微鏡などの超精密計測器に用いられている。しかし、振動子は熱により常に振動している。計測機器の小型化・高感度化が進んで行く中、この熱雑音が計測限界の一つの要因になりうる。この熱雑音を限界まで抑制することで、計測機器の計測限界を極限まで引き上げることができる。本研究では、この熱振動を限界まで制振することを目的とする。

本研究で使用したマイクロシリコン片持ち梁は、長さ 240 [μm]、幅 40 [μm]、厚さ約 2.3 [μm] である。ばね定数は 2[N/m]、共振周波数は 80.8[kHz] であり、等価質量は、 7.8×10^{-12} [kg] である。材質は、単結晶シリコンである。この片持ち梁の Q 値は、高真空中において、約 100,000 [-] である。図 1 に実験のシステム図を示す。片持ち梁は、精密に動かすために単層型電歪素子(以降 PZT)に取り付けられている。片持ち梁の熱振動計測には、マイケルソン干渉計を用いている。本実験では、マイケルソン干渉計全体を真空容器に入れ、 5×10^{-3} [Pa]の真空中で実験を行っている。観測用レーザーには、出力約 1[mW]、波長 632.8[nm]の He-Ne レーザを使用している。検出された熱振動の信号は、帯域フィルタ (BPF)を通り、位相は 90° 遅らせる。この熱振動の信号に、ループゲイン g を掛けたものを、片持ち梁を動かすための PZT に印加する。PZT が動くことで、片持ち梁に対して慣性力が生じる。この慣性力を利用して片持ち梁の熱振動制振を行った。計測される信号は、FFT アナライザを用いて解析した。Fig. 1 中の x は実際の熱振動、 x_n はバックグラウンドノイズ、 $x+x_n$ は計測される熱振動の信号である。

図 2 に、各ループゲインにおける、計測された熱振動のパワースペクトル密度の変化を示す。点は実験値、実線は理論曲線である。最もピークの大きいスペクトル密度が、制振を行っていない熱振動の振幅である($g=0$)。この時の熱振動の振幅は、58[pm]である。実験結果より、ループゲインが増加するに従って固有振動数

のピークが下がっており、熱振動の振幅($x+x_n$)が減衰していることが分かるが、真の振幅(x)は、バックグラウンドノイズ以下にはならないことが分かった¹。実験結果の解析の詳細は、発表に譲る。

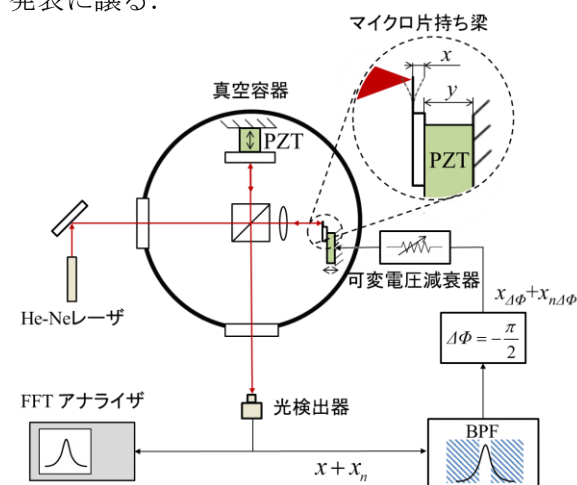


図 1 マイクロ片持ち梁の熱振動制振装置

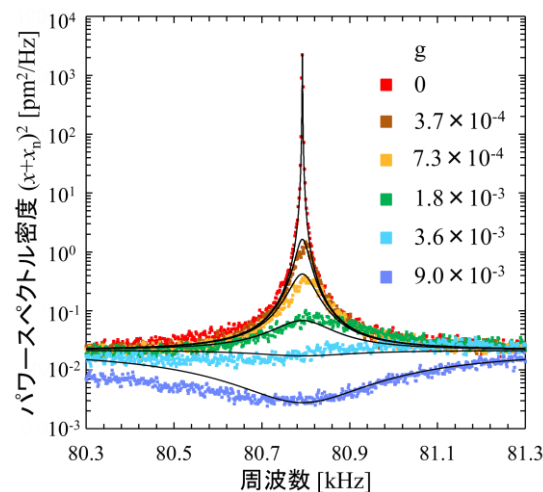


図 2 各フィードバックループゲインにおける計測されたパワースペクトル密度

[1] M. Poggio, C. L. Degen, H. J. Mamin and D. Ruger., “Feedback cooling of a cantilever’s fundamental mode below 5mK”, Phys. Rev. Lett., **99** 017201-4 (2007).

マイクロ片持ち梁熱振動の2モード同時制振

Simultaneous suppression of two thermal vibration modes of a micro-cantilever

○鐘ヶ江 力¹、辻家 祐介¹、今井 秀和²、河村 良行^{1,2} (1. 福岡工大院工、2. 福岡工大工)

○Riki Kanegae¹, Yusuke Tsujiie¹, Hidekazu Imai², Yoshiyuki Kawamura^{1,2}

(1. Grad. Sch. of Fukuoka Institute of Technology, 2. Fukuoka Institute of Technology)

E-mail: mcm15004@bene.fit.ac.jp

現在微小機械振動子は、加速度計、振動ジャイロ、原子間力顕微鏡などの超精密計測器に用いられている。しかし、振動子は熱により常に振動している。計測機器の小型化・高感度化が進んで行く中、この熱雑音が計測限界の一つの要因になりうる。この熱雑音を限界まで抑制することで、計測機器の計測限界を極限まで引き上げることができる。本研究では、この熱振動を限界まで制振することを目的とする。

本研究で使用したマイクロシリコン片持ち梁は、長さ 100 [μm]、幅 30 [μm]、厚さ約 0.18 [μm] である。ばね定数は 0.006 [N/m]、共振周波数は、一次振動モードが約 15 [kHz]、二次振動モードが約 95 [kHz] である。等価質量は、 7.2×10^{-13} [kg] である。材質は、窒化シリコンであり、表面には金がコーティングされている。この片持ち梁の Q 値は、高真空中において、約 500 [-] である。図 1 に実験のシステム図を示す。片持ち梁は、精密に動かすために単層型電歪素子 (以降 PZT) に取り付けられている。片持ち梁の熱振動計測には、マイケルソン干渉計を用いている。本実験では、マイケルソン干渉計全体を真空容器に入れ、 5×10^{-3} [Pa] の真空中で実験を行っている。観測用レーザーには、出力約 1 [mW]、波長 632.8 [nm] の He-Ne レーザを使用している。検出された熱振動の信号は、ローパスフィルタ (LPF) を通り、微分器を用いて位相を 90° 遅らせる。この熱振動の信号に、ループゲイン G を掛けたものを、片持ち梁を動かすための PZT に印加する。PZT が動くことで、片持ち梁に対して慣性力が生じる。この慣性力を利用して片持ち梁の熱振動制振を行った。計測される信号は、FFT アナライザを用いて解析した。Fig. 1 中の x は実際の熱振動、 x_n はバックグラウンドノイズ、 $x+x_n$ は計測される熱振動の信号である。

図 2 に、各ループゲインにおける、計測された熱振動のパワースペクトル密度の変化を示す。熱振動の二つの振動モードを同時減衰させている。ループゲインを上げていくごとに、二

つの振動モードのパワースペクトル密度が同時に減衰していることが分かる。また、バンドパスフィルタで一つの振動モードを選択し振動の減衰を行ったところ、選択した振動モードの振動は減衰させることに成功したが、他の振動モードの振動は一切減衰していないことが分かった。これより、一つの振動モードを減衰させることは、選択した振動モード以外の振動には影響を及ぼさないことが分かった。実験結果の解析の詳細は、発表に譲る。

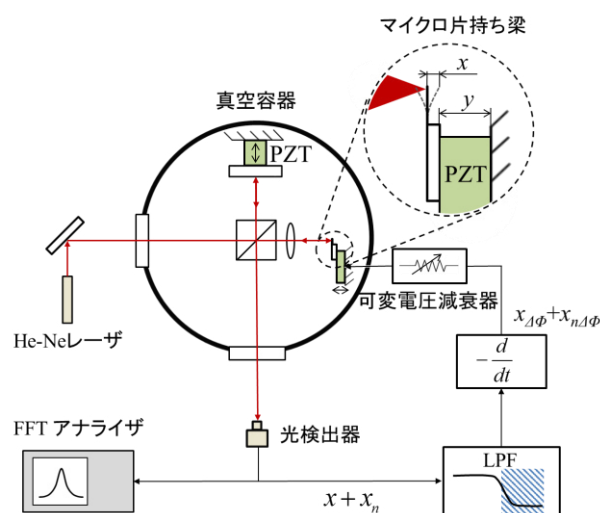


図 1 マイクロ片持ち梁の熱振動制振装置

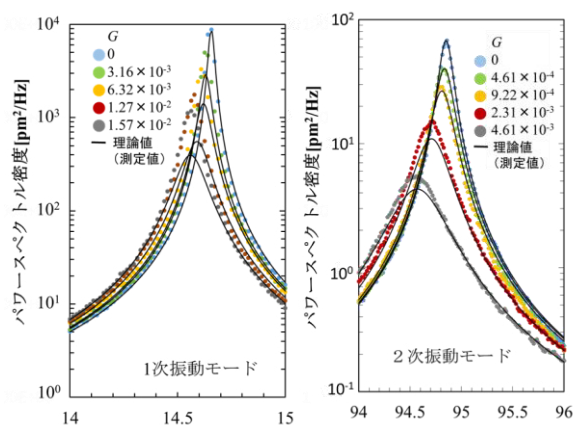


図 2 二つの振動モードのパワースペクトル密度の同時減衰

マイケルソン干渉計によるマイクロシリコン片持ち梁の熱振動の計測とその制御

Measurement and control of a micro silicon cantilever using Michelson interferometer

福岡工大院工¹, 福岡工大工², °鐘ヶ江 力¹, 鍛冶 元晴², 高城 亮馬², 河村 良行^{1,2}

¹Grad. Sch. of Fukuoka Institute of Technology., ² Fukuoka Institute of Technology., °R. Kanegae¹, M. Kaji², R. Takagi¹, and Y. Kawamura^{1,2}

E-mail: mcm15004@bene.fit.ac.jp

現在微小機械振動子は、加速度計、原子間力顕微鏡などの超精密計測器に用いられている。しかし、振動子は熱により常に振動しており、この熱雑音が計測限界の一つの要因になりうる。この熱雑音を計測し限界まで抑制することで、計測機器の計測限界を極限まで引き上げることができる。本研究では、この熱振動を限界まで抑制し零点振動を計測することを目的とする。

計測には、長さ 240 [μm]、幅 30 [μm]、厚さ 2.3 [μm]、ばね定数 1.56~3.47 [N/m] 共振周波数 68.0~89.6 [kHz]の単結晶マイクロシリコン片持ち梁を使用する。片持ち梁は、高真空中において、 Q 値約 130,000 [-]、熱振動の振幅約 50 [pm]である。熱振動は、真空容器内のマイケルソン干渉計を用いて計測し、その信号を利用して片持ち梁の熱振動制御を行う。熱振動の信号は、FFT アナライザを用いて観測する。計測用レーザーは、He-Ne レーザーを使用する。Fig. 1 に制御装置の概略、Fig. 2 に真空度 5×10^{-3} [Pa]における典型的な熱振動の信号を示す。干渉計の参照ミラーと片持ち梁の土台には、駆動できるようにそれぞれ電歪素子（以降 PZT）を用いている。計測された信号の低周波部分は、計測感度を最大に保つ為に参照ミラーの土台の PZT にフィードバックされる。熱振動の信号は、バンドパスフィルタ(BPF)を通し片持ち梁の土台の PZT にフィードバックされる。この時、位相を 90° ずらした熱振動の信号を PZT にフィードバックすることで、慣性力を利用した片持ち梁の熱振動制御実験を行った。実験結果の詳細は、発表に譲る。

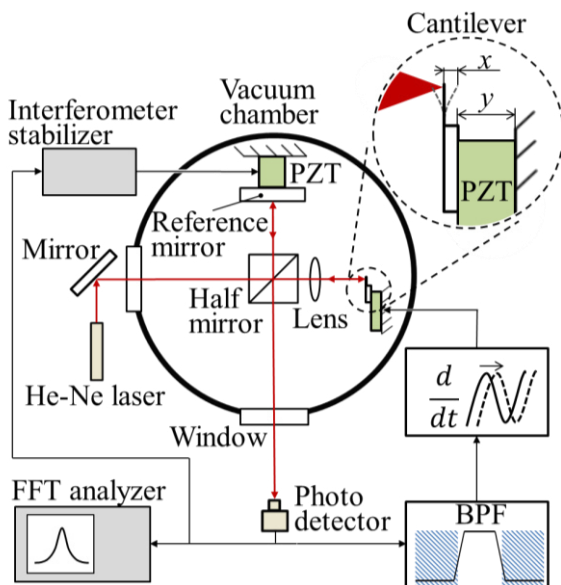


Fig1.Measurement and control system of thermal vibration

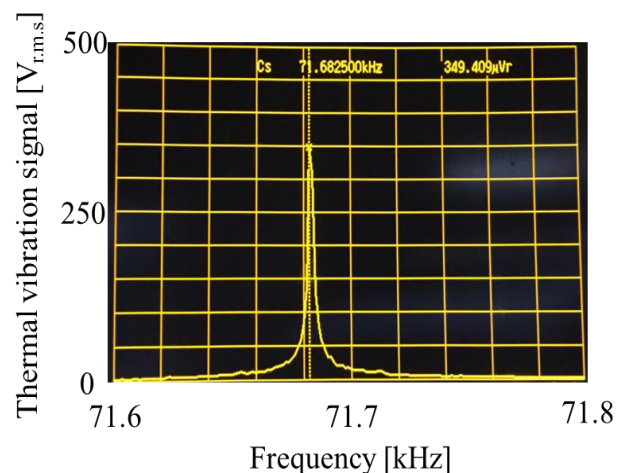


Fig2. Typically Thermal vibration signal in vacuum

電歪素子を用いたフィードバック冷却によるマイクロ片持ち梁の熱振動制振

Suppression of thermal vibration of micro-cantilever by feedback cooling using PZT

福岡工大院工¹, 福岡工大工², °鐘ヶ江 力¹, 辻家 祐介¹, 今井 秀和², 河村 良行^{1,2}

Grad. Sch. of Fukuoka Institute of Technology¹, Fukuoka Institute of Technology²,

°R. Kanegae¹, Y. Tsujiie¹, H. Imai², Y. Kawamura^{1,2}

E-mail: mcm15004@bene.fit.ac.jp

現在微小機械振動子は、加速度計、振動ジャイロ、原子間力顕微鏡などの超精密計測器に用いられている。しかし、振動子は熱により常に振動しており、この熱雑音が計測限界の一つの要因になりうる。この雑音を限界まで抑制することで、計測機器の計測精度の限界を極限まで引き上げることができる。本研究では、この熱振動を限界まで制振することを目的とする。

本研究では、二種類のマイクロ片持ち梁を使用した。一つは、長さ 240 [μm]、幅 40 [μm]、厚さ約 2.3 [μm]、ばね定数は 2[N/m]、共振周波数は 80.8[kHz]である。材質は、単結晶シリコンであり、Q 値は、 5×10^3 [Pa]の真空中において、約 100,000 [-]である(以降、梁 A)。もう一つは、長さ 100 [μm]、幅 30 [μm]、厚さ約 0.18 [μm]である。ばね定数は 0.006[N/m]、共振周波数は、一次振動モードが約 15[kHz]、二次振動モードが約 95 [kHz]である。材質は、窒化シリコンであり、表面には金がコーティングされている。この片持ち梁の Q 値は、高真空中において、約 500 [-]である(以降、梁 B)。後者の梁は、複数の振動モードの同時制振実験のために、基本共振周波数が低いものを選択した。片持ち梁は、精密に動かすために単層型電歪素子(以降 PZT)に取り付けられている。片持ち梁の熱振動計測には、マイケルソン干渉計を用いている。本実験では、マイケルソン干渉計全体を真空容器に入れ、 5×10^{-3} [Pa]の真空中で実験を行っている。観測用レーザには、出力約 1[mW]、波長 632.8[nm]の He-Ne レーザを使用している。検出された熱振動の信号の位相を 90° 遅らせ、この信号にループゲイン G を掛けたものを、片持ち梁を動かすための PZT に印加する。PZT が動くことで、片持ち梁に対して慣性力が生じる。この慣性力を利用して梁の熱振動制振を行った。計測される信号は、FFT アナライザを用いて解析した。

図 1 に、梁 A の各ループゲインにおける、計測された熱振動のパワースペクトル密度の変化を示す。点は実験値、実線は理論曲線である。最もピークの大きいスペクトル密度が、制振を行っていない熱振動の振幅である($G = 0$)。この時の熱振動の振幅は、40[pm]である。実験結果より、ループゲインが増加するに従って固有振動数のピークが下がっており、熱振動の振幅が減衰していることが分かるが、真の振幅は、フロアノイズ以下にはならないことが分かった。図 2 に、梁 B の 2 つの振動モードの同時制振の結果を示す。ループゲインを上げていくごとに、二つの振動モードのパワースペクトル密度が同時に減衰していることが分かる。また、一つの振動モードを選択し振動の減衰を行ったところ、選択した振動モードの振動は減衰させることに成功したが、他の振動モードの振動は一切減衰されないことが分かった。これより、一つの振動モードを減衰させることは、選択した振動モード以外の振動には影響を及ぼさないことが分かった。実験結果の解析の詳細は、発表に譲る。

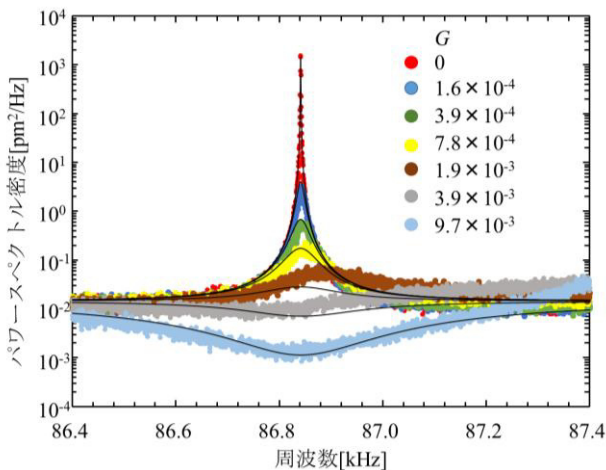


図 1 梁 A の熱振動基本振動モードの制振

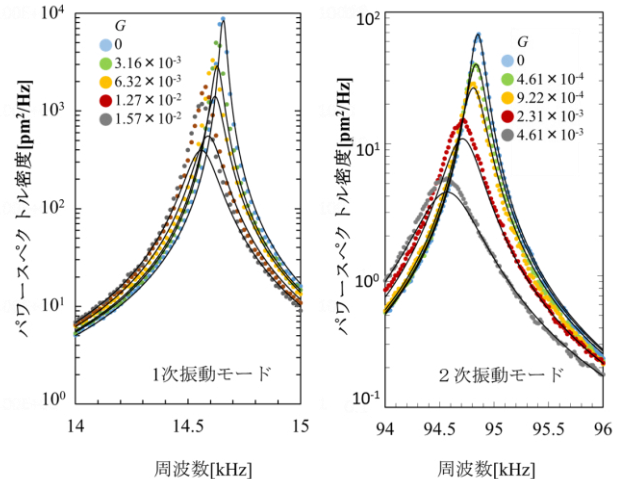



図 2 梁 B の二つの振動モード同時制振

13. 投稿論文

Yoshiyuki Kawamura and Riki Kanegae, “Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level”, *Scientific Reports*, **6**, pp1-5, 2016.

SCIENTIFIC REPORTS



OPEN

Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level

Received: 25 February 2016

Accepted: 24 May 2016

Published: 17 June 2016

Y. Kawamura & R. Kanegae

Cooling the vibration amplitude of a microcantilever as low as possible is important to improve the sensitivity and resolutions of various types of scanning type microscopes and sensors making use of it. When the vibration amplitude is controlled to be smaller using a feed back control system, it is known that the obtainable minimum amplitude of the vibration is limited by the floor noise level of the detection system. In this study, we demonstrated that the amplitude of the thermal vibration of a microcantilever was suppressed to be about $0.15 \text{ pmHz}^{-1/2}$, which is the same value with the floor noise level, without the assistance of external cryogenic cooling. We think that one of the reason why we could reach the smaller amplitude at room temperature is due to stiffer spring constant of the lever, which leads to higher natural frequency and consequently lower floor noise level. The other reason is considered to be due to the increase in the laser power for the diagnostics, which lead to the decrease in the signal to noise ratio determined by the optical shot noise.

Cooling the vibration amplitude of micromechanical resonators as low as possible has been a common interest of physics and engineering from a wide range of scientific perspectives^{1–4}. There have been two main approaches followed.

One is the regime represented by a “nano”-resonator with relatively high natural frequencies (several tens of MHz–several GHz) and quantum methods for the detection of the displacement, such as a quantum bit spectroscopy. The purpose in this regime is to decrease the amplitude of the vibration sufficient to reach the quantum ground state^{5–11}, and therefore the physical interests.

The other is the regime represented by a “microcantilever” with relatively low natural frequencies (several kHz–several tens of kHz) and classical methods of detection, such as an optical interferometry^{11–21}. In this case, the minimum for the quantum number obtained was large at 2.1×10^4 , which was achieved aided by cryogenic cooling of the resonator to several Kelvins¹⁵.

The objective of the former regime was mainly the physical demonstration of the existence of the quantum zero-energy point and its application in studies on basic physical phenomena. For the latter regime, the concern was mainly the applications of the silicon micro-cantilever to the more sensor detecting technologies^{18–21}.

The study in this paper belongs to the latter regime. we demonstrated that the amplitude of the power spectrum density of the thermal vibration of a microcantilever was suppressed to be about $0.02 \text{ pm}^2/\text{Hz}$, which is the same value with the floor noise level, without the assistance of external cryogenic cooling. This value is two orders of magnitude smaller than that of the previous work¹⁵, although the experiment was performed at room temperature, while the previous work was done at 4.2 K.

Methods

The experimental system (Fig. 1) employs a commercially available silicon micro-cantilever used as a resonator, with length, width, and thickness of $240 \mu\text{m}$, $40 \mu\text{m}$, and about $2.3 \mu\text{m}$, respectively. The catalog value of the spring

Department of Intelligent Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Fukuoka Institute of Technology, 3-30-1 Wajirohigashi, Higashiku, Fukuoka, 811-0295, Japan. Correspondence and requests for materials should be addressed to Y.K. (email: kawamura@fit.ac.jp)

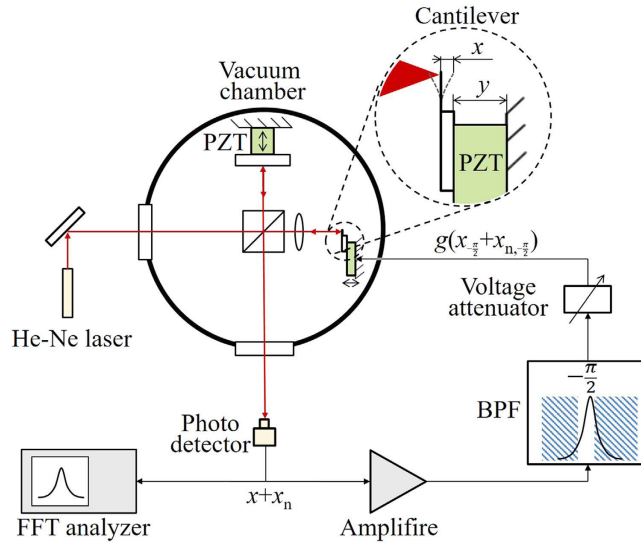


Figure 1. Experimental setup for feedback cooling of the thermal vibration of a micro-silicon cantilever. (PZT: piezoelectric actuator, BPF: band pass filter, FFT: fast Fourier transformer).

constant, k , is 2 N/m. The natural frequency of the microlever, f_0 , was measured at 80.8 kHz. The cantilever was mounted on a single layer piezoelectric actuator (PZT) to be able to change the amplitude relative to the inertial frame ($x + y$ in Fig. 1). The amplitude of the actuator (y) is small enough compared with the amplitude of the cantilever (x) and neglected in this experiment. The system was placed in a vacuum chamber, which was evacuated down to 5×10^{-3} Pa using an oil diffusion vacuum pump.

The vibration amplitude of the silicon microlever (x) was measured by Michelson interferometry. A He-Ne laser of 1 mW was used as the light source of the interferometer. To be free of fluctuations of the interferometer, the operation point is set automatically at its most responsive point and controlled.

The output signal of the interferometer was passed through a band pass filter with a band width of about 10 kHz. The central frequency of the window range was adjusted to obtain the phase shift of $\varphi = 90^\circ$.

To change the loop gain, (g) of the feedback control, the drive signal of the PZT actuator was changed by the voltage attenuator. The voltage attenuator was a capacitive type making use of the capacity of the PZT. g was defined as the loop gain, therefore it is defined as the ratio of the movement of the PZT to that of the cantilever.

The vibration control method used here is fundamentally the same as that used for normal mechanical systems including large-scale ones, such as high-rise buildings^{22,23}. The whole experimental system was placed on an anti-vibration table having a natural frequency of about one second, and the resonator system of the silicon lever was placed on a rubber block in the vacuum chamber for greater vibrational isolation.

The output signal from the photodetector was recorded and processed using a Fourier transform spectrum analyzer. The quality factor of the resonance, Q , was measured to be around 1.0×10^5 . The Q was also measured for the same silicon cantilever with aluminum coating. It was only about 3000, which means that the aluminum coating operates as the dumping factor.

According to a mathematical analysis of feedback cooling with noise signal added to the feedback loop^{4,15}, the power spectral density for the *actual* vibration amplitude is calculated to be

$$|\hat{x}(\omega)|^2 = \left[\frac{1}{m^2} \right] |\hat{f}(\omega)|^2 + \left[\frac{g^2 \omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2} \right] |\hat{x}_n(\omega)|^2, \quad (1)$$

and the power spectral density for the *measured* vibration amplitude is calculated to be

$$|\hat{x}(\omega) + \hat{x}_n(\omega)|^2 = \left[\frac{1}{m^2} \right] |\hat{f}(\omega)|^2 + \left[\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2} \right] |\hat{x}_n(\omega)|^2, \quad (2)$$

where $\hat{x}(\omega)$ and $\hat{x}_n(\omega)$ are the complex amplitude of vibration of the cantilever and the noise signal. $\hat{f}(\omega)$ is the averaged Langevin force, which generates the thermal vibration in the micro cantilever. ω_0 and Q are the natural angular frequency and the quality factor, respectively, of the fundamental vibration mode of the microlever, and m is the equivalent mass of the cantilever. g is the feedback loop gain. Here, “*actual*” means the real value of the amplitude, which does not include the noise signal of the detection system, and “*measured*” means the apparent value of the amplitude, which appears in the detection system including the noise signal. It is noted that the former is larger than the latter, and $|\hat{x}(\omega)|^2 \approx |\hat{x}_n(\omega)|^2$ at the limit of large value of g .

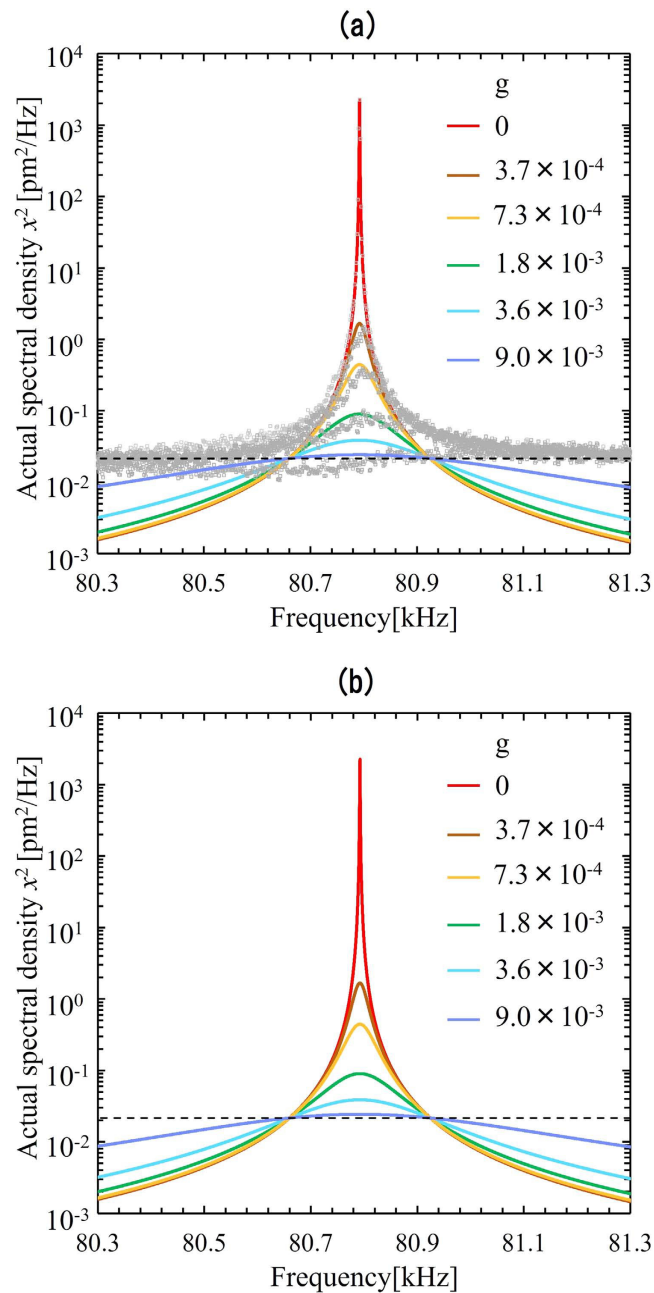


Figure 2. Power spectra of the vibration amplitude. (a) *Measured* power spectra of vibration amplitude of a micro-cantilever for various feedback loop gains. Solid lines are theoretical calculations obtained using Eq. (2). (b) *Actual* power spectrum of the vibration amplitudes of a micro-cantilever for various feedback loop gains. Solid lines are the theoretical calculations obtained by Eq. (1). Dotted line is the back ground noise level (x_n).

Results

Figure 2(a) presents the *measured* power spectrum ($(x + x_n)^2$) of the vibration of a micro-cantilever for various feedback loop gains. As the feedback gain increases, it decreases, and finally falls below that of floor noise level. The solid lines are the theoretical calculations for each feedback gain (see Eq. (2)). We find good agreement between the experimental results and the theoretical calculations for all values of the feedback gain.

The *actual* power spectrum (x^2) of the vibration amplitudes, which cannot be detected directly, are given for various loop gains in Fig. 2(b); the solid lines are the theoretical calculations (see Eq. (1)). For small values of gain, the experimental results are in good agreements with the theoretical calculation, whereas discrepancies appear for larger values of the loop gains. We can see that the *actual* amplitude converges to the floor noise level, as loop gain increases. Therefore the obtainable minimum actual amplitude must be larger than the floor noise.

The *actual* and the *measured* amplitude of the cantilever at the natural frequency are plotted in Fig. 3 as functions of the loop gain in comparison with the floor noise level and the amplitude for the shot noise due to the diagnostic laser. The position indicated by the vertical arrow on the red solid line at $g = 9.0 \times 10^{-3}$ shows the

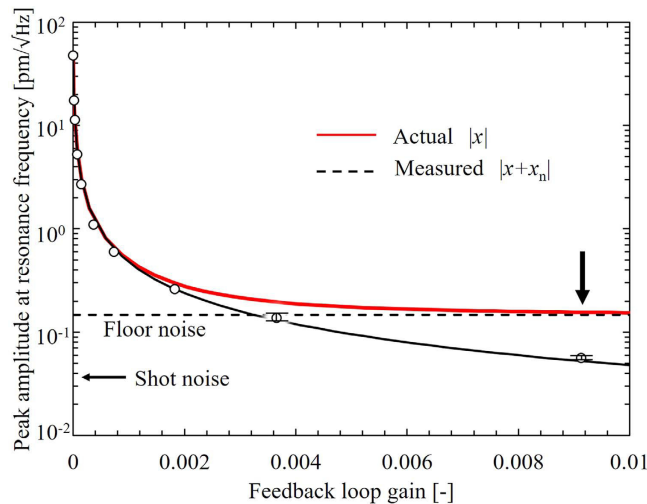


Figure 3. Amplitudes of the vibration at the natural frequency (f_0) as a function of the feedback loop gain (g). Open circles are *measured* values. Red solid and black dashed lines are obtained from theoretical calculations for the *actual* and *measured* values, using Eqs (1) and (2), respectively. The horizontal black dashed line shows the limitation determined by the floor noise level of the detection system. The shot noise level due to the diagnostic laser is indicated by the horizontal black arrow. The position indicated by the vertical arrow on the red solid line at $g = 9.0 \times 10^{-3}$ shows the minimum *actual* vibration amplitude obtained.

minimum *actual* vibration amplitude obtained. At this point, the power spectral density for the vibration amplitude is about $0.02 \text{ pm}^2 \text{ Hz}^{-1}$, which is two orders of magnitude smaller than that of the previous work¹⁵, even though this experiment was performed at room temperature and the previous work was done at 4.2 K.

Discussions

A theoretical value of the thermal vibration amplitude of the silicon lever was calculated to be $4.5 \times 10^{-11} \text{ m}$ (45 pm), assuming that energy $k_B T/2$ is distributed as averaged potential energy; here k_B is the Boltzmann constant and T is the temperature of the surrounding system (300 K). In this calculation, the cantilever was modelled as a mass-spring oscillator with the mass attached to the tip of the lever. The equivalent mass was calculated to be $7.8 \times 10^{-12} \text{ kg}$ setting $k = 2 \text{ N/m}$ and $f_0 = 80.8 \text{ kHz}$. The measured amplitude of the thermal vibration was 58 pm, which was larger than the theoretical calculation of 45 pm. Using the thermal and optical characteristics of Si, a heat transfer analysis gives a temperature rise estimate of about 10 K, by which the above discrepancy could not be fully explained. In this estimation, we assumed that the absorbed energy of the diagnostic laser beam was 0.60 mW considering that the absorption coefficient of silicon at visible wavelengths is about 60% (reflectivity: 40%). The dynamic vibration mode profile of the cantilever was simplified to that of the static bending profile of the cantilever, which may be the reason for the discrepancy.

The main features of this experiment compared with that of a previous study¹⁵ are the use of a micro-cantilever with large spring constant (relative ratio: about 23,000), consequently the natural resonance frequency was increased about 31 times, and the use of a relatively high power for the diagnostic laser (relative value: about 10,000).

The signal to noise ratio determined by the power of the diagnostic laser is inversely proportional to the root of the laser power, it is one of the reason why we could decrease the floor noise level comparing to the previous works¹⁵. Moreover, the increase in the spring constant increases the natural vibration frequency, which consequently decreases the mechanical vibration noise. These are considered to be the reasons why we could attain the minimum amplitude of a microcantilever vibration determined by a floor noise at room temperature.

Conclusions

In this study, we demonstrated that the amplitude of the thermal vibration of a microcantilever was suppressed to be about $0.15 \text{ pm Hz}^{-1/2}$, which is the same value with the floor noise level, without the assistance of external cryogenic cooling. We think that one of the reason why we could reach the smaller amplitude at room temperature is due to stiffer spring constant of the lever, which leads to higher natural frequency and consequently lower floor noise level. The other reason is considered to be due to the increase in the laser power for the diagnostics, which lead to the decrease in the signal to noise ratio determined by the optical shot noise.

References

1. Wilson-Rae, I., Zeller, P. & Imamoglu, A. Laser cooling of a nanomechanical resonator mode to its quantum ground state. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 075507-1–075507-4 (2004).
2. Marshall, W., Simon, C., Penrose, R. & Bouweester, D. Towards quantum superposition of a mirror. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 130401-1–130401-4 (2003).
3. Schwab, K. C. & Roukes, M. L. Putting mechanics into quantum mechanics. *Physics Today* **58**, 36–42 (2005).
4. Aspelmeyer, M., Kippenberg, T. J. & Marquardt, F. Cavity optomechanics. *Rev. Mod. Phys.* **86**, 1391–1452 (2014).

5. LaHaye, M. D., Buu, O., Camarota, B. & Schwab, K. C. Approaching the Quantum Limit of a Nanomechanical Resonator. *Science* **304**, 74–77 (2004).
6. Knobel, R. G. & Cleland, A. N. Nanometre-scale displacement sensing using a single electron transistor. *Nature* **424**, 291–293 (2003).
7. Sazonova, V. *et al.* A tunable carbon nanotube electromechanical oscillator. *Nature* **431**, 284–287 (2004).
8. O’Connell, A. D. *et al.* Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator. *Nature* **464**, 697–703 (2010).
9. Poot, M., Fong, K. Y. & Tang, H. X. Deep feedback-stabilized parametric squeezing in an optoelectromechanical system. *New J. Phys.* **17**, 1–12 043056 (2015).
10. Poot, M., Fong, K. Y. & Tang, H. X. Classical non-Gaussian state preparation through squeezing in an optoelectromechanical resonator. *Phys. Rev. A* **90**, 063809–1–3 (2014).
11. Vogel, M., Mooser, C., Karrai, K. & Warburton, R. J. Optically tunable mechanics of microlevers, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 829–830 (2003).
12. Metzger, C. H. & Karria, K. Cavity cooling of a microlever. *Nature* **432**, 1002–1005 (2004).
13. Kleckner, D. & Bouwmeester, D. Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator. *Nature* **444**, 75–78 (2006).
14. Kleckner, D. *et al.* High finesse opto-mechanical cavity with a mobile thirty-micron size mirror. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 173901-1–173901-4 (2006).
15. Poggio, M., Degen, C. L., Mamin, H. J. & Rugar, D. “Feedback cooling of a cantilever’s fundamental mode below 5 mK. *Physical Review Letters* **99**, 017201 (2007).
16. Cohadon, P. F., Heidmann, A. & Pinard, M. Cooling of a Mirror by Radiation Pressure. *Physical Rev. Lett.* **83**, 3174–3177 (1999).
17. Arcizet O. *et al.* Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror. *Nature* **444**, 71–74 (2006).
18. Mamin, H. J. & Rugar, D. Sub-attonewton force detection at millikelvin temperatures. *App. Phys. Lett.* **79**, 3358–3360 (2001).
19. Stowe, T. D. *et al.* Attonewton force detection using ultrathin silicon cantilevers. *Appl. Phys. Lett.* **71**, 288–290 (1997).
20. Sidles, J. A. *et al.* Magnetic resonance force microscopy. *Rev. Mod. Phys.* **67**, 249–265 (1995).
21. Binning, G., Quate, C. F. & Gerber, C. Atomic force microscope. *Phys. Rev. Lett.* **56**, 930–933 (1986).
22. Nagashima I. *et al.* Performance of hybrid mass damper system applied to a 36 storey high-rise building. *The journal of the international association for earthquake engineering* **30**, 1615–1638 (2001).
23. Abiru H. *et al.* “Tuned active dampers installed in the Yokohama Landmark Tower”, *The Japan society of mechanical engineers* **C37**, 450–455 (1994).

Acknowledgements

We thank R. Horie, T. Mori, K. Ohtuka, R. Takagi and M. Kaji for their contributions at earlier stag of this work.

Author Contributions

Y.K. wrote the main manuscript and R.K. prepared all figures. All authors contributed to the experiments and reviewed the manuscript.

Additional Information

Competing financial interests: The authors declare no competing financial interests.

How to cite this article: Kawamura, Y. and Kanegae, R. Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level. *Sci. Rep.* **6**, 27843; doi: 10.1038/srep27843 (2016).



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License. The images or other third party material in this article are included in the article’s Creative Commons license, unless indicated otherwise in the credit line; if the material is not included under the Creative Commons license, users will need to obtain permission from the license holder to reproduce the material. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>