平成29年度 修士論文

機械振動子の量子的零点振動計測を目的とした 微小ファブリ・ペロー干渉計の開発

Development of a micro Fabry-Pérot interferometer for the measurement of the quantum zero-point vibration of a mechanical oscillator

指導教員 河村 良行 教授

福岡工業大学大学院 工学研究科 知能機械工学専攻

CM16108 辻家 祐介

機械振動子の量子的零点振動計測を目的とした

微小ファブリ・ペロー干渉計の開発

知能機械工学専攻

辻家 祐介

本研究の最終的な目標は、マイクロ片持ち梁の熱振動を除去し、量子的零点振動の計 測を実現することである.熱振動を除去する手法として、フィードバック冷却を採用す る.本手法により高度な冷却を実現するには、高感度な微小振動計測が必要である.今 回、高感度な微小ファブリ・ペロー干渉計の開発に成功した.従来の約10倍の感度向上 を実現し、フィードバック冷却によりマイクロ片持ち梁の熱振動を約1.5 pm、実効温度 換算で約330 mKまで冷却することに成功した.さらに、微小ファブリ・ペロー干渉計 により、マイクロ片持ち梁が受動的に冷却(キャビティ冷却)される現象を確認した.

キーワード; ファブリ・ペロー干渉計, マイクロ片持ち梁, 量子的零点振動, 熱振動, フィードバック冷却

平成30年2月5日

Development of a micro Fabry-Pérot interferometer for the measurement of the quantum zero-point vibration of a mechanical oscillator

Intelligent Mechanical Engineering

Yusuke TSUJIIE

The ultimate target of our research is to measure the zero-point vibration of microcantilever as a macroscopic object. In order to achieve the target, it is necessary to remove the thermal vibration which is the limit of measurement. To date, we have been using the Michelson interferometer for the feedback cooling of the thermal vibration of microcantilever. We decided to use Fabry-Pérot (FP) interferometer which has higher finesse to improve S/N, because the noise level of the detection system determines the limit of suppression of thermal vibration. We construct an FP interferometer with a mirror and a microcantilever which will be used for the measurement of the thermal vibration of microcantilever and reducing the noise level about hundredfold using FP interferometer.

Keywords ; Fabry-Pérot interferometer, Microcantilever, Quantum zero-point motion, Thermal vibration, Feedback cooling

February 5, 2018

E	次
_	

第1	章 序論	1
第2	章 使用した装置と計測機器	3
2.1	イオンスパッタリング装置	3
2.2	試料断面作製装置	3
2.3	高速フーリエ変換アナライザ	3
2.4	ロックインアンプ	4
2.5	スペクトラムアナライザ	4
2.6	油回転ポンプ	5
	2.6.1 油回転ポンプの振動除振機構	5
2.7	油拡散ポンプ	5
第3	章 量子的零点振動	10
第4	章 マイクロ片持ち梁	12
4.1	マイクロ片持ち梁の概要	12
	4.1.1 マイクロ片持ち梁の持つ熱振動	12
4.2	マイクロ片持ち梁の小型化	13
	4.2.1 マイクロ片持ち梁の持つ量子的零点振動	13
	4.2.2 試料断面作成装置を用いたマイクロ片持ち梁の小型化	14
4.3	マイクロ片持ち梁の微小振動振幅の計算	14
	4.3.1 マイクロ片持ち梁のばね定数と固有角振動数	14
	4.3.2 小型化によるマイクロ片持ち梁の微小振動振幅	15

第5章	微小ファブリ・ペロー干渉計	
5.1 フ	ァブリ・ペロー干渉計	

5.1.1 ファブリ・ペロー干渉計の原理	
5.1.2 ファブリ・ペロー干渉特性の理論計算	

- 5.2 集光系における回折限界とレイリー範囲......22
- 5.3 微小ファブリ・ペロー干渉計......23
 - 5.3.1 微小ファブリ・ペロー干渉計を用いた振動計測システム23

 - - 5.3.3.1 ファブリ・ペロー干渉特性(マイクロ片持ち梁 A).......26
 - 5.3.3.2 ファブリ・ペロー干渉特性(マイクロ片持ち梁 B)26

第6章	マイクロ片持ち梁の微小振動計測	40
6.1 マ	イクロ片持ち梁 A の熱振動	40
6.2 マ	イクロ片持ち梁 B の熱振動	

- 第7章 キャビティ冷却とキャビティ加熱42
- 7.2 キャビティ冷却・加熱とレーザー光量の関係43
 - 7.2.1 FFT アナライザを用いた光量依存性の確認......43

第8	章 機械的フィードバック冷却	.51
8.1	機械的フィードバック冷却の原理と実験方法	.51
8.2	機械的フィードバック冷却の理論解析	.52
	8.2.1 複素振幅を用いた理論解析	.52

	8.2.2 複素振幅を用いない理論解析	.55
	8.2.3 位相遅れによる振動減衰	.56
8.3	機械的フィードバック冷却の実験結果	.57
第9	章 機械的フィードバック冷却と回復の応答	.62
9.1	機械的フィードバック冷却の応答計測システム	.62
9.2	機械的フィードバック冷却の理論応答	.63
9.3	機械的フィードバック冷却と回復の応答計測実験結果	.64
第1	0章 結論	.70
参考	文献	.71
謝辞		.73
付録		.75
	微小 FP 干渉計の設計図面	.75
	光電子増倍管-光センサユニットの説明	.83
	学会発表予稿原稿	.87
	投稿中執筆論文(Micro Fabry-Pérot Interferometer	
	at Rayleigh Range)	.95
	投稿中執筆論文(Time domain analysis of the feedback	
	cooling process of thermal vibration of a silicon microcantilever)	.99
	スパッタリング時間とミラーの光学特性の関係1	.08

第1章

序論

微視的な粒子の振る舞いは量子力学により支配されるが、ニュートン力学が支配する 巨視的な物体においても、量子力学的作用が影響を及ぼすと考えられている.しかしな がら、巨視的な物体は熱浴からの孤立が困難であり、量子力学的な振る舞いはブラウン 運動による熱振動[1]によって覆い隠されており、量子的現象を観測するためには絶対 零度付近まで冷却する必要がある.このため、巨視的な物体の量子的振る舞いを観測し た例はこれまで報告されていない.本研究の最終的な目標は、フィードバック冷却によ り熱振動を除去することによって巨視的な物体の量子力学的基底状態における零点振 動を計測することである.我々は巨視的なスケールの物体として、機械振動子の一種で あるシリコンマイクロ片持ち梁に関して研究を行っている[2-4].マイクロ片持ち梁は、 量子的現象を解明するため、他の研究[5,6]にも用いられている.

近年,米国レーザー干渉計重力波天文台のチームは,干渉計に用いられるミラーの熱振動を低減[7]し,量子振動状態まで感度を向上することで,ブラックホール合体時の 重力波を計測するという画期的な成果を報告した.機械振動子を利用した計測機器もこれに追随すべく,本来持っている性能を限界まで引き出すために,熱振動を極限まで除去し,量子的基底状態まで冷却することが重要である.

マイクロ片持ち梁の熱振動を除去するには、冷凍機を用いて冷却する手法[5,8],外 力により熱振動を除去する手法[3,4,6,9-15]の2つが考えられる.我々は、冷凍機を必 要としない、外力により除去する手法を採用している.熱振動から90 deg遅れた位相で マイクロ片持ち梁を加振することで熱振動を除去する(機械的フィードバック冷却).他 の先行研究では、冷凍機を用いずに熱振動を除去する手法として、レーザー光の輻射圧 を用いる方法[12]、レーザー干渉計とボロメトリック効果により受動的に制振する方法 [10,11]などに関して検討が行われている.

近年の研究により、本研究で採用する機械的フィードバック冷却の限界は、計測した 熱振動の信号量と計測系のディテクターノイズの比(S/N)により決定される、ノイズレ ベルとなることが明らかとなった[3, 15].フィードバック冷却の限界(最小実効温度 *T*_{min})は、

$$T_{\min} = \sqrt{\frac{k\omega_0 T}{k_{\rm B}Q}S_{\rm n}}$$
(1-8)

により求められる[8]. ここで、kはマイクロ片持ち梁のばね定数(N/m)、 ω_0 は固有角振 動数(Hz)、Tは熱浴の温度(K)、 k_B はボルツマン定数(J/K)、QはQ値(-)であり、 S_n はパ ワースペクトルノイズ密度(ノイズレベル)(m²/Hz)を表す.

零点振動計測に近づくため今回我々は、熱振動の計測に用いるレーザー干渉計を、マ イケルソン干渉計からファブリ・ペロー干渉計へ変更した.ファブリ・ペロー干渉計は、 重力波検出[7]等の高感度な変位計測に用いられている.また、レーザーの狭帯域発振 器であるエタロン[16,17]や、ファイバー光学の応用[18,19]として用いられている.先 行研究では光ファイバーの端面とマイクロ片持ち梁により構成するファブリ・ペロー干 渉計[10,11]や、マイクロ片持ち梁の表面に超高反射率ミラーを貼り付け構成するファ ブリ・ペロー干渉計[11,12]に関して検討されてきた.しかしながらこれらの手法には、 回折により感度(フィネス)が低下する、高い微細加工技術が必要である、光学アライメ ントが複雑である、等の問題がある。今回我々は、マイクロ片持ち梁の表面とミラーで 構成する微小ファブリ・ペロー干渉計を開発した.本干渉計は、先行研究と比較し、よ り簡素な光学システムで構成することに成功し、かつ理論通りの高感度な干渉特性を得 ることができた.また、微小ファブリ・ペロー干渉計は、高いキャビティの平行度、な らびにミラーの面精度を必要としないことが判明した.

従来よりも高感度な微小振動計測により、ノイズレベルの低減、さらにはフィードバック冷却限界の向上に成功した. 微小ファブリ・ペロー干渉計の特性と解析、フィードバック冷却の実験,解析を行った. さらに,微小ファブリ・ペロー干渉計による,マイクロ片持ち梁の受動的な冷却・加熱も確認されたため,この現象に関しても実験,解析を行った.

第2章

使用した装置と計測機器

2.1 イオンスパッタリング装置

イオンスパッタリング装置は,走査型電子顕微鏡(SEM)で試料を観察する際,試料の チャージアップを防ぐ目的で,金コートを施すために用いられる.本研究では,(株)日 立製作所製の E-1010 を用いた.装置の外観を図 2.1 に示す.金のターゲットリングに, 電界により加速した空気中の原子・分子(主に窒素)イオンを衝突させる.加速したイオ ンにより金を弾き飛ばし,試料に付着させることで金コートを施す.

本研究では、マイクロ片持ち梁の表面反射率を向上するため、イオンスパッタリング 装置により金コートを施した.詳細は第4章で述べる.

2.2 試料断面作製装置

試料断面作製装置(Cross section polisher; CP)は,SEM で積層試料等を観察する際, 完全な断面を作製するために主に用いられている.本研究では,日本電子製(株)の IB-19500CP を用いた.装置の外観を図 2.2 に示す.Ar イオンを加速させ,試料表面を弾 き飛ばす,スパッタリングを応用した加工装置である.加工する部分をイオンビームに 曝露し,それ以外は遮蔽板で覆う.

本研究では、マイクロ片持ち梁の小型化に用いた.詳細は第4章で述べる.

2.3 高速フーリエ変換アナライザ

高速フーリエ変換(Fast Fourier transform; FFT)アナライザは,周期的な信号を解析 するために用いられる.信号をフーリエ変換することで,周波数分布(スペクトル)を確 認することができる.本研究では,(株)小野測器製の CF-9400 を用いた.装置の外観を 図 2.3 に示す. 横軸は周波数,縦軸は信号量で表示される.信号量は,単純な電圧(V), 実効値(V_{rms}),パワー(V^2 , V_{rms}^2),スペクトル密度(V/\sqrt{Hz} , V_{rms}/\sqrt{Hz}),パワースペク トル密度(V^2/Hz , V_{rms}^2/Hz)で表すことができる.スペクトル密度,ならびにパワース ペクトル密度は,解析した信号が FFT アナライザの周波数分解能(積分時間)に依存し ないように,信号を周波数分解能で正規化したものである.本 FFT アナライザは, 0~100 kHzの範囲内で解析が可能である.周波数分解能は、サンプル(分割)数と解析周 波数範囲により決定される.

本研究では, FFT アナライザの周波数分解能は, マイクロ片持ち梁の Q 値によって 決定される固有振動数におけるスペクトルの半値幅よりも, 十分に狭く設定する必要が ある.周波数分解能がマイクロ片持ち梁スペクトルの半値幅と同等,あるいはそれ以上 であった場合,正しい解析結果を得ることができない.

2.4 ロックインアンプ

(デジタル)ロックインアンプ(Digital lock-in amplifier; LA)は、微弱な信号から特定 の周波数成分を取り出し、直流信号として増幅し出力する計測機器である.本研究では、 (株)エヌエフ回路設計ブロック製のLI5655を用いた.装置の外観を図 2.4 に示す.ノ イズに埋もれた信号を検出することができる.解析する信号と、計測したい周波数の参 照信号(振幅1~10 Vの正弦波)をかけ合わせることで検出する.本LA は30 MHzまでの 範囲内で解析が可能である.最小時定数(積分時間,取込時間)は1 μ sであり、入力信号 の実効値は1 V以下である必要がある.測定レンジ(SENS)により、検出した信号の増幅 倍率を設定できる.入力信号を V_{in} とすると、出力ポートより出力される信号は、 V_{in} × 10/(SENS)となる.また、参照周波数を掃引(SWEEP)することで、信号の周波数解析を 行うことができる.この際、掃引範囲を Δf_{s} 、時定数を τ_{c} とすると、掃引時間 T_{s} は、

$$T_{\rm S} > 2(\Delta f_{\rm S} \times \tau_{\rm C}^2) \tag{2-1}$$

となる必要がある.ここで、2は安全係数であり、実測とLAの減衰傾度(SLOPE)による遅れを考慮することで求めた.

LA は時定数が長いほど低ノイズで計測することができる. LA の入力ポートにアッ テネータ(50 Ω)を接続し,参照信号の周波数を90 kHz,振幅を10 Vに設定し検出した, 時定数と LA が持つノイズの関係を図 2.5 に示す.

周波数とLAが持つノイズ密度の関係を図 2.6 に示す.時定数 τ_{C} は500 μ sで計測を行った.参照周波数は、ファンクションジェネレータにより掃引した正弦波であり、掃引 範囲は10~100 kHz(Δf_{S} = 90 kHz)であり、式(2-1)を考慮し掃引時間は1 sである.周波 数が低いほどノイズが多い.

2.5 スペクトラムアナライザ

スペクトラムアナライザは、主として情報通信計測に用いられる周波数解析装置である。9 kH~1.5 GHzの広帯域の解析が可能であるが、FFT アナライザやロックインアン プと比べ、計測器の持つノイズレベルが高い.本研究では、RIGOL Technologies Inc. 製の DSA815 を用いた.装置の外観を図 2.7 に示す.

本研究では,固有振動数が約270 kHzのマイクロ片持ち梁の微小振動計測に用いた. 詳細は第6章で述べる.

2.6 油回転ポンプ

油回転(ロータリ)ポンプは,油で満たされた装置内部にあるローターが回転すること で吸気する真空ポンプである.真空チャンバ内を0.1 Pa程度の真空度にすることができ る.本研究では,(株)アルバック製のG-200を用いた.装置の外観を図2.8 に示す.排 気速度は24 L/minである.また本油回転ポンプには,ローターが回転する際に生じる油 煙の蔓延を防ぐオイルミストトラップ((株)アルバック製,OMT-050A)が装着してある.

2.6.1 油回転ポンプの振動除振機構

油回転ポンプはローターが回転し吸気するため,振動を生じる.油回転ポンプからチャンバへと繋がるホースは光学定盤にも接しているため,計測の際にノイズとなる可能性がある.ホースにより伝達される油回転ポンプの振動を除振するため,図 2.8 に示すように,ホースの一部を質量約 20 kg のモルタルで固定した.その後金属部材に固定することで,さらなる除振を行った.

2.7 油拡散ポンプ

油拡散(ディフュージョン)ポンプは,蒸発した油(油煙)が空気分子を巻き込みながら 冷却されることで吸気する真空ポンプである.本研究では,大亜真空(株)製の DPF-2Z を用いた.本油拡散ポンプは水冷式であり,水の循環が行われないとポンプが過熱状態 になり,火災や事故の危険性があるため,注意が必要である.装置の外観を図 2.9 に示 す. 排気速度は, 160 L/sである.



図 2.1 イオンスパッタリング装置の外観



図 2.2 試料断面作製装置の外観



図 2.3 高速フーリエ変換アナライザの外観



図 2.4 ロックインアンプの外観



図 2.5 時定数と LA が持つノイズの関係



図 2.6 周波数と LA が持つノイズ密度の関係



図 2.7 スペクトラムアナライザの外観



図 2.8 油回転ポンプとポンプによる振動除振機構の外観



図 2.9 油拡散ポンプの外観

第3章

量子的零点振動

本研究の最終的な目標は、マイクロ片持ち梁の持つ量子的基底状態における零点振動 の検出を実現することである.素粒子や電子、光子等の粒子の微視的な世界では、ニュ ートン力学の古典論でなく量子力学的振る舞いが支配する.量子力学は、古典論では説 明できない微視的粒子の振る舞いを確率的に記述する手法であり、20世紀に発達を遂 げ、レーザーや半導体工学、超伝導工学等の近代産業発展に大きく寄与した.

微視的な粒子の振る舞いを記述する量子力学であるが、この量子的作用はニュートン 力学が支配する巨視的な物体にも作用することが知られている.物体の量子的振る舞い (格子振動)が物体の基本モードにおける振動として現れる.しかしながら、巨視的物体 の量子的零点振動は熱等のノイズに埋もれているため、計測を直接実現した例は報告さ れていない.

量子振動は、基本的な質量-バネの力学系である調和振動子により近似的に考えられる. 調和振動子による量子振動の概略を図 3.1 に示す. 図 3.1 の縦軸は系に与えられる エネルギー(ポテンシャル)であり、横軸は系の振幅である.本研究では、マイクロ片持 ち梁を巨視的な調和振動子とみなす.マイクロ片持ち梁の持つ熱振動を引き起こす Langevin 力等をフィードバック冷却により除去(系に与えるエネルギーを減衰)してい くと、図 3.1 に示すように、エネルギーが $\hbar\omega_0$ 減少する毎に離散的に振幅が減衰する.ここで、 \hbar はプランク定数(6.63×10⁻³⁴ J·s)、 ω_0 はマイクロ片持ち梁の固有角振動数で ある.本研究はこの離散的な振幅の減衰の計測、さらには物体の最小振動である量子的 基底状態における零点(エネルギー E_{q0})振動の計測を目指している.物体は零点振動を 持つため、絶対零度の環境下においても僅かに振動すると考えられている.

本研究は巨視的な機械振動子の量子力学的振る舞いを計測し,振動子を用いた計測機 器の極限を探る基礎研究である.



図 3.1 調和振動子の持つ量子振動の概略. ħはプランク定数(6.63×10⁻³⁴ J·s), ω₀はマイクロ片持ち梁の固有角振動数, kはマイクロ片持ち梁のばね定数, x_qはマイクロ片持ち梁の量子振動振幅である.零点エネルギーはħω₀/2で あり,マイクロ片持ち梁に与えられるエネルギーがħω₀増加する毎に量子 振動振幅が離散的に増加する.

第4章

マイクロ片持ち梁

4.1 マイクロ片持ち梁の概要

マイクロ片持ち梁は、エッチングによる Micro Electro Mechanical Systems (MEMS) を応用して作製された素子であり、主として走査型プローブ顕微鏡の一種である原子間 力顕微鏡(Atomic Force Microscope; AFM)に用いられる. AFM は光てこ方式により、 マイクロ片持ち梁の探針と試料表面上に生じる原子間力による、梁の歪みや振動を測定 することで表面形状を計測する. AFM の計測手法として、マイクロ片持ち梁を試料表 面上で走査するコンタクトモードや、試料表面を叩くようにして原子間力を測定するタ ッピングモード等があるが、特にコンタクトモードではマイクロ片持ち梁の微小振動が 計測分解能を決定する要因の一つとなっている.

本研究では、2種類のマイクロ片持ち梁の微小振動計測結果について報告する. 走査 型電子顕微鏡(Scanning Electron Microscope; SEM)により撮影したマイクロ片持ち梁 の正面画像を図 4.1 (a), (b)に示す. また、鳥瞰画像を図 4.2 (a), (b)に示す. 図 4.1 (a) ならびに図 4.2 (a)に示す梁をマイクロ片持ち梁 A とする. マイクロ片持ち梁 A は、原 子間力顕微鏡のために MEMS プロセスで作製され、市販されている(メーカー;オリン パス(株)、型番; OMCL-AC240TN). 長さ240 µm、幅40 µm、厚さ約2.3 µmであり、 材質は単結晶シリコンである. ばね定数はカタログ値より1.6~3.5 N/mと個体差がある. 固有角振動数は約70 kHzである. 図 4.1 (b)、図 4.2 (b)に示す梁をマイクロ片持ち梁 B とする. マイクロ片持ち梁 B は、4.2 に示す理由から、後述の加工法でマイクロ片持ち 梁 A の長さと幅を約半分に小型化したものである. 長さ140 µm、幅24 µm、厚さ約 2.3 µmであり、材質は単結晶シリコンである. 固有角振動数は約280 kHzである. マイ クロ片持ち梁 A ならびにマイクロ片持ち梁 B の探針側の表面には、イオンスパッタリ ング装置により、金コートが施されている. スパッタリング加工条件は、放電流25 mA、 加工容器内真空度5 Pa、加工時間180 sである. 予想される金の膜厚は約25 nmであり、 He-Ne レーザーの表面反射率は約92%となった.

4.1.1 マイクロ片持ち梁の持つ熱振動

マイクロ片持ち梁は常に微小振動を有する.微小振動の中で特に代表的なものは,熱 によるブラウン運動から生じる熱振動である.熱振動振幅の理論的な実効値(RMS)は, 熱統計力学によるエネルギー等分配の法則を用いることで求めることができる.

熱統計力学によるエネルギー等分配の法則とは、一つの系の全てのエネルギー自由度の和が $k_{\rm B}T$ という熱エネルギー $E_{\rm t}$ に等しくなるという法則である.ここで、 $k_{\rm B}$ はボルツ

マン定数(1.38×10^{-23} J/K)であり、Tはマイクロ片持ち梁の絶対温度である.マイクロ 片持ち梁を単純なマス-ばね系で表すと、梁にはポテンシャルエネルギーと弾性エネル ギーの二つのエネルギー自由度が生じる.したがって、それぞれのエネルギー自由度に $k_{\rm B}T/2$ が等しく分配される.マイクロ片持ち梁の熱振動 RMS 振幅を \bar{x}_t 、マイクロ片持 ち梁のばね定数をkとすると、

$$\frac{1}{2}E_{\rm t} = \frac{1}{2}k_{\rm B}T = \frac{1}{2}k\bar{x}_t^2 \tag{4-1}$$

という等式が成り立つ.したがって、式(4-1)を用いると理論的な熱振動振幅は、

$$\bar{x}_t = \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{k}} \tag{4-2}$$

と求められる.

4.2 マイクロ片持ち梁の小型化

前述の通り,本研究ではマイクロ片持ち梁の持つ量子的基底状態における零点振動の 計測を目指す.量子的零点振動の振幅は,物体が小さくなるほど増加する.計測する量 子的零点振動の信号量を増加するため,マイクロ片持ち梁を小型化する必要がある.

4.2.1 マイクロ片持ち梁の持つ量子的零点振動

理論的なマイクロ片持ち梁の量子的零点振動の RMS 振幅は、4.1.1 と同様にマス-ば ね系を考えることで求めることができる.マイクロ片持ち梁の弾性エネルギーとエネル ギー量子の釣り合いにより導く.エネルギー量子 $\hbar\omega_0$ は、物質波のエネルギーがその角 周波数 ω_0 にディラック定数 \hbar (約1.05×10⁻³⁴ J·s)をかけた値になることを示す定理で ある.この式は光子に対してのみ適用される式ではなく,あらゆる物質(波)に対して適 用可能である.量子的基底状態における零点エネルギーは $\hbar\omega_0/2$ となる.零点エネルギ ーとマイクロ片持ち梁の弾性エネルギーが等しくなるため、

$$\frac{1}{2}\hbar\omega_0 = \frac{1}{2}k\bar{x}_{q0}^2$$
(4-3)

となる. ここで、 \bar{x}_q はマイクロ片持ち梁の量子的零点振動の振幅である. 以上より、式 (4-3)を用いると、マイクロ片持ち梁の量子的零点振動の振幅は、

$$\bar{x}_{q0} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{k}} \tag{4-4}$$

と求められる.

4.2.2 試料断面作成装置を用いたマイクロ片持ち梁の小型化

本研究では、マイクロ片持ち梁 A の幅および長さを約半分に小型化したマイクロ片 持ち梁 B を作製した.小型化には、試料断面作製装置(Cross Section Polisher; CP)を用 いた.マイクロ片持ち梁 A の縦半分領域に遮蔽板を置き、Ar⁺イオンビームを照射する ことで長さを半分に加工し、梁の横半分領域に遮蔽板を置き、再び Ar⁺イオンビームを 照射することで幅を半分に加工した.加工条件は、放電流8.0 kV、放電流260~300 µA、 加工容器内真空度約4×10⁻³ Pa、加工時間360 sである. CP で加工することで,熱変 性層が生じることなく単結晶シリコンの完全な断面を作製することができた.

4.3 マイクロ片持ち梁の微小振動振幅の計算

4.3.1 マイクロ片持ち梁のばね定数と固有角振動数

マイクロ片持ち梁のモデルを図 4.3 に示す.マイクロ片持ち梁の長さを*l*,幅を*b*,厚 さを*h*とする.

マイクロ片持ち梁の理論的なばね定数kをフックの法則より導く.片持ち梁の先端に 力Pをかけた場合のたわみ量を δ とすると,

$$P = k\delta \tag{4-5}$$

が成り立つ. ここでたわみ量は,

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI} \tag{4-6}$$

で求められる.ここで, Eはマイクロ片持ち梁の材質であるシリコンの縦弾性係数(ヤン グ率;約135 GPa), Iは断面二次モーメントである.片持ち梁の断面二次モーメントは,

$$I = \frac{bh^3}{12} \tag{4-7}$$

で求められる.したがって、マイクロ片持ち梁のばね定数は、

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{Ebh^3}{4l^3} \tag{4-8}$$

で求めることができる.

マイクロ片持ち梁の理論的な固有角振動数ω0を導く.固有角振動数は,

$$\omega_0 = \left(\frac{\lambda_1}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \tag{4-9}$$

で求めることができる.ここで、 λ_1 は振動モードによって決定される無次元定数の境界 条件であり、片持ち梁のような固定端-自由端の場合は約1.875となる.また、 ρ はシリ コンの密度(2329 kg/m³)であり、Aはマイクロ片持ち梁の断面積である.式(4-9)より、 マイクロ片持ち梁の固有角振動数は、

$$\omega_0 = \left(\frac{\lambda_1}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho}} \tag{4-10}$$

で求められる.

以上より、マイクロ片持ち梁 B のようにマイクロ片持ち梁 A の長さと幅を半分に小型した場合、ばね定数、固有角振動数ともに 4 倍増加することが予想される.加えて、厚さも半分に小型化した場合、ばね定数は1/2に減少し、固有角振動数は 2 倍に増加することが予想される.

4.3.2 小型化によるマイクロ片持ち梁の微小振動振幅

マイクロ片持ち梁の大きさに対する,熱振動振幅と量子的零点振動振幅の理論計算結 果を図4.4 に示す.横軸はマイクロ片持ち梁の長さ*l*であり,*l*と相似的に幅*b*と厚さ*h*も 変化するように計算を行った.図4.4 中に,従来のマイケルソン干渉計による微小振動 計測系のノイズレベルを示す.熱振動振幅,量子的零点振動振幅の計算値はともにマイ クロ片持ち梁の小型化に伴い増加することが分かる.この理由は,小型化によりマイク ロ片持ち梁のばね定数と固有角振動数が変化するためである.熱振動振幅に比べ,量子 的零点振動振幅の勾配が大きい.本研究では,熱振動をフィードバック冷却によりノイ ズレベルまで除去する.マイクロ片持ち梁の長さを10 µm程度まで小型化することで、 フィードバック冷却により量子的零点振動を確認できると予想されるが、ノイズレベル を低減することで大幅な小型化を行わずに量子的零点振動を確認できる.

長さが240 μmの,マイクロ片持ち梁Aの零点振動振幅はばね定数を2 N/mとすると,約0.15 fmと予想される. これは,式(4-1)により実効温度に換算すると約3.3 nKである.



図 4.1 走査型電子顕微鏡により撮影したマイクロ片持ち梁の正面画像. (a)マイクロ片持ち梁 A. (b)マイクロ片持ち梁 B



図 4.2 走査型電子顕微鏡により撮影したマイクロ片持ち梁の鳥瞰画像. (a)マイクロ片持ち梁 A. (b)マイクロ片持ち梁 B



図 4.3 マイクロ片持ち梁のモデル



図 4.4 マイクロ片持ち梁の大きさに対する微小振動振幅

第5章

微小ファブリ・ペロー干渉計

5.1 ファブリ・ペロー干渉計

ファブリ・ペロー(以下, FP)干渉計は,重力波検出等に用いられる高感度な光干渉 計である.また,狭帯域フィルターとして,レーザー共振器等に用いられる.これま で超小型のファブリ・ペロー干渉計は,半導体レーザーのエタロンやファイバー光学 系に利用されている.

5.1.1 ファブリ・ペロー干渉計の原理

FP 干渉計の概要を図 5.1 に示す.FP 干渉計は,一対の部分透過ミラーによって構成 される.ミラーは高い平行度で向かい合うように設置される.一対のミラーの間隔(隙 間)をキャビティという.図 5.1 に示すようにキャビティにレーザー光が入射すると, 中でレーザー光は反射を繰り返す.部分透過ミラーを使用するため,反射の度に一部の 光はミラーを透過する.レーザー光の入射方向に対して反射側と透過側で,ミラーを透 過した複数のレーザー光が重なる多重干渉により,高感度な干渉計が生成される.キャ ビティ長が変化すると,透過したそれぞれのレーザー光の位相に変化が生じる.全ての 透過光の位相が一致した,つまり位相差が0になった際,反射側では光が打ち消し合う ことで暗くなり,透過側では光が強め合うことで明るくなる.

5.1.2 ファブリ・ペロー干渉特性の理論計算

FP 干渉の理論特性を導く.レーザー光の入射方向に対する反射側について考える. 図 5.1 に示すように入射レーザー光の複素振幅を A_i とし、ミラーの表面で反射した光の 複素振幅を A_{r0} 、キャビティ中で1回反射し、透過した光の複素振幅を A_{r1} 、キャビティ 中で3回反射し、透過した光の複素振幅を A_{r2} 、キャビティ中で5回反射し、透過した 光の複素振幅を A_{r3} (以下、略)とする.また、ミラー1の反射率を R_1 、ミラー2の反射率 を R_2 、キャビティ長を L_c とする.FP 干渉計(ミラー面)に対するレーザー光の角度を θ と する.

虚数単位をjとすると、それぞれのレーザー光の複素振幅は、

$$A_{\rm r0} = -A_{\rm i}\sqrt{R_{\rm I}}e^{0j\delta} \tag{5-1}$$

$$A_{r1} = A_i (1 - R_1) (\sqrt{R_2}) e^{1j\delta}$$
(5-2)

$$A_{r2} = A_i (1 - R_1) \left(\sqrt{R_2}\right)^2 \left(\sqrt{R_1}\right) e^{2j\delta}$$
(5-3)

$$A_{r3} = A_i (1 - R_1) \left(\sqrt{R_2}\right)^3 \left(\sqrt{R_1}\right)^2 e^{3j\delta}$$
(5-4)

$$A_{r4} = A_i (1 - R_1) \left(\sqrt{R_2}\right)^4 \left(\sqrt{R_1}\right)^3 e^{4j\delta}$$
(5-5)
:

となる. ここで、 δ はレーザー光の位相差、 $(1 - R_1)$ はミラー1の透過率を表す. なお、 A_{r0} のみ負の符号がついている. A_{r0} 以降全ての状態は真空(疎)からミラー(密)への固定 端反射のみであり位相が π ずれるため、符号が入れ替わる. 式(5-2)-(5-5)に示す複素振 幅について考えると、 A_{r0} 以外の反射側のレーザー光複素振幅 A_{rN} は、

$$A_{rN} = A_{i}(1 - R_{1}) \left(\sqrt{R_{1}}\right)^{N-1} \left(\sqrt{R_{2}}\right)^{N} e^{Nj\delta}$$

= $A_{i}(1 - R_{1}) \sqrt{R_{2}} \left(\sqrt{R_{1}R_{2}}\right)^{N-1} e^{Nj\delta}$ (5-6)

となる. ただし, N > 0の条件下でのみ成り立つ. 以上より, 無限等比級数であること に注意して, 全てのレーザー光複素振幅の和 A_r を求めると,

$$\begin{aligned} A_{\rm r} &= A_{\rm r0} + \sum_{N=1}^{\infty} A_{\rm rN} \\ &= -A_{\rm i}\sqrt{R_{\rm 1}} + A_{\rm i}\frac{(1-R_{\rm 1})\sqrt{R_{\rm 2}}e^{j\delta}}{1-\sqrt{R_{\rm 1}R_{\rm 2}}e^{j\delta}} \\ &= A_{\rm i}\frac{\sqrt{R_{\rm 2}}e^{j\delta} - R_{\rm 1}\sqrt{R_{\rm 2}}e^{j\delta} - \sqrt{R_{\rm 1}} + R_{\rm 1}\sqrt{R_{\rm 2}}e^{j\delta}}{1-\sqrt{R_{\rm 1}R_{\rm 2}}e^{j\delta}} \\ &= A_{\rm i}\frac{\sqrt{R_{\rm 2}}e^{j\delta} - \sqrt{R_{\rm 1}}}{1-\sqrt{R_{\rm 1}R_{\rm 2}}e^{j\delta}} \end{aligned}$$
(5-7)

となる. したがって、レーザー光複素振幅比は、

$$\frac{A_{\rm r}}{A_{\rm i}} = \frac{\sqrt{R_2}e^{j\delta} - \sqrt{R_1}}{1 - \sqrt{R_1R_2}e^{j\delta}}$$
(5-8)

とる. 共役複素を考えると,

$$\frac{A_{\rm r}^{\ *}}{A_{\rm i}^{\ *}} = \frac{\sqrt{R_2}e^{-j\delta} - \sqrt{R_1}}{1 - \sqrt{R_1R_2}e^{-j\delta}} \tag{5-9}$$

となる.以上より,干渉光強度比(干渉光反射率)R_iは,

$$R_{i} = \frac{A_{r}A_{r}^{*}}{A_{i}A_{i}^{*}} = \frac{\sqrt{R_{2}}e^{j\delta} - \sqrt{R_{1}}}{1 - \sqrt{R_{1}R_{2}}e^{j\delta}} \times \frac{\sqrt{R_{2}}e^{-j\delta} - \sqrt{R_{1}}}{1 - \sqrt{R_{1}R_{2}}e^{-j\delta}}$$
$$= \frac{R_{1} + R_{2} - \sqrt{R_{1}R_{2}}(e^{j\delta} + e^{-j\delta})}{1 + R_{1}R_{2} - \sqrt{R_{1}R_{2}}(e^{j\delta} + e^{-j\delta})}$$
(5-10)

となる. ここで、オイラーの公式より、 $e^{j\delta} + e^{-j\delta} = 2\cos\delta$ となるため式(5-10)は、

$$R_{\rm i} = \frac{R_1 + R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \delta}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \delta}$$
(5-11)

となる. 半角の公式を用いると、 $\cos \delta = 1 - 2 \sin^2(\delta/2)$ となるため式(5-11)は、

$$R_{i} = \frac{R_{1} + R_{2} - 2\sqrt{R_{1}R_{2}}\{1 - 2\sin^{2}(\delta/2)\}}{1 + R_{1}R_{2} - 2\sqrt{R_{1}R_{2}}\{1 - 2\sin^{2}(\delta/2)\}}$$
$$= \frac{R_{1} + R_{2} - 2\sqrt{R_{1}R_{2}} - 4\sqrt{R_{1}R_{2}}\sin^{2}(\delta/2)}{1 + R_{1}R_{2} - 2\sqrt{R_{1}R_{2}} - 4\sqrt{R_{1}R_{2}}\sin^{2}(\delta/2)}$$
(5-12)

と求められる. 式(5-12)の計算結果を図 5.2 に示す.

同様にレーザー光の入射方向に対する透過側について考えると,干渉光強度比(干渉 光透過率)T_iは,

$$T_{\rm i} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1+R_1R_2 - 2\sqrt{R_1R_2} - 4\sqrt{R_1R_2}\sin^2(\delta/2)} \tag{5-13}$$

と求められる.

式(5-12)に示す干渉光反射率は、ミラー1とミラー2の反射率が等しい場合、つまり $R_1 = R_2 = R$ とすると、

$$R_{i} = \frac{R + R - 2R + 4R \sin^{2}(\delta/2)}{1 + R^{2} - 2R + 4R \sin^{2}(\delta/2)}$$
$$= \frac{4R \sin^{2}(\delta/2)}{(1 - R)^{2} + 4R \sin^{2}(\delta/2)}$$
(5-14)

となる. 同様に干渉光透過率は,

$$T_{\rm i} = \frac{(1-R)^2}{(R-1)^2 + 4R\sin^2(\delta/2)}$$
(5-15)

となる.

位相差 δ とキャビティ長 L_c の関係を求める. 図 5.1 中の A_{r0} と A_{r1} の光路差 ΔL は,

$$\Delta L = 2nL_C \cos\theta \tag{5-16}$$

となる. ここで、nはキャビティを満たす媒質の屈折率である. また、位相差δは、

$$\delta = \frac{2\pi\Delta L}{\lambda} \tag{5-17}$$

となる. ここで、λはレーザー光の波長である. 式(5-16), (5-17)より位相差δは、

$$\delta = \frac{4\pi n L_C \cos \theta}{\lambda} \tag{5-18}$$

となる.本研究では,真空中で FP 干渉計を構成するため,屈折率nは1となる.また, ミラー面に対するレーザー光の角度θは0 degで構成するため,

$$\delta = \frac{4\pi L_C}{\lambda} \tag{5-19}$$

となる.

また、キャビティ長に対する FP 干渉の先鋭さを表すフィネスFは、

$$\mathcal{F} \cong \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \tag{5-20}$$

により見積もることができる.ここで、反射率Rはミラー1の反射率 R_1 とミラー2の反射率 R_2 の相乗平均($\sqrt{R_1R_2}$)より導くことができる.

5.1.3 ファブリ・ペロー干渉計光学系の最適設計

図 5.3 に,式(5-12)を計算することで求めた,ミラー1の反射率R₁に対する FP 干渉 光透過率の最低値R_{min}とフィネスFの関係を示す.フィネスとは FP 干渉の先鋭さを表 す無次元定数であり,図 5.2 のような FP 干渉特性において,ひとつのピークのキャビ ティ長半値幅に対する,ピークからピークまでのキャビティ長の比で求められる.FP 干渉計の最大感度は、キャビティ長変化量に対する干渉光変化量が最大となる,つまり 勾配が最大となる位置に決定される.なお、今回の計算はミラー2の反射率R₂を92%と して行った.図 5.3 に示すように、反射率R₁とR₂が一致した場合、最低干渉光反射率が 0%となり、完全な干渉光が生成される.これは、図 5.2 中のR₁とR₂が92%である場合 の計算結果からも読み取ることができる.一方で、フィネスは図 5.2 にも示すように、 R₁が上昇するに従って指数関数的に増加する.フィネスの増加は勾配、つまり最大感度 の増加と比例するため、高感度化を図るにあたり、反射率R₁とR₂が92%の場合の FP 干 渉計は最適条件ではないと考えられる.

図 5.4 に,式(5-12)を微分することで求めた, R_1 に対する FP 干渉の最大感度を示す. 図 5.4 より, R_1 が96%のとき,最大感度となることが判明した.また感度は,性能指数 (figure of merit)である(1 – R_{min})×Fを用いることでも概算することができる.

図 5.5 に、最大感度となるような FP 干渉計を構成する 2 つのミラーの最適な組み合わせを示す。例として、 R_2 が92%の場合の最適な R_1 は96%である。 R_2 が85%の場合の最適な R_1 は65%である。また、図 5.5 に示す計算結果は、縦軸 R_1 と横軸 R_2 を入れ替えても同様の結果を得ることができる。

5.2 集光系における回折限界とレイリー範囲

集光系の光学特性について述べる.レーザー光は,媒質が励起状態から基底状態へ戻 る際に誘導放出される固有の波長の光子を FP エタロンにより増幅することで生成され る.そのため,光子の波長と位相,振幅が揃っているコヒーレント光である.コヒーレ ント光であるレーザー光は FP エタロンから射出されると波面が一定の平面波となって 進む.レーザー光はレンズにより集光されると図 5.6 に示すように,平面波が球面波と なり集光される.球面波となったレーザー光は焦点付近における回折限界により,部分 的に完全な平面波となるレイリー範囲を生じ,再び球面波となり広がる. 集光系における回折限界によるレーザー光の理論な最小集光径dは,

$$d = \frac{4\lambda F}{\pi} = \frac{4\lambda f}{\pi D}$$
(5-21)

により求められる. ここで, fはレンズの焦点距離, Dはレンズに入射するレーザー光の 直径である. Fは F 値(F-number)であり, F = f/Dで求められる.

集光系におけるレイリー範囲L_Rは,

$$L_{\rm R} = dF = \frac{4\lambda}{\pi} \left(\frac{f}{D}\right)^2 \tag{5-22}$$

により求められる.

5.3 微小ファブリ・ペロー干渉計

本研究では、ミラーとマイクロ片持ち梁の先端で FP 干渉計を構成することで、マイ クロ片持ち梁の微小振動を計測する.マイクロ片持ち梁の先端に局所的にレーザー光を 当てるため、レンズを用いて集光する必要がある.今回、集光系で生じるレイリー範囲 内で構成する FP 干渉計を開発した.レイリー範囲内で構成する FP 干渉計を、微小 FP 干渉計と呼称する.

5.3.1 微小ファブリ・ペロー干渉計を用いた振動計測システム

図 5.7 に、本研究で開発した微小 FP 干渉計を用いたマイクロ片持ち梁の微小振動計 測システムの概略を示す.図 5.8 と図 5.9 に微小振動計測システムの外観を示す.

微小 FP 干渉計を,誘電体多層膜ミラーとマイクロ片持ち梁(探針がある面)の先端に より構成する.誘電体多層膜ミラーとは,屈折率の異なる誘電体薄膜を多重に蒸着する ことで製作されたミラーのことであり,通常の金属コートミラーと比較して光の損失 (吸収,散乱等)が極めて少ない.多重に蒸着された誘電体間で光の干渉を引き起こすこ とで,光の低損失を実現している.本研究で使用した誘電体多層膜ミラーは,波長 632.8 nmに最適化して作製されており,ミラーの直径は30 mm,厚さは1 mm,面精度 は中心から70%の領域においてλ/10である.ミラー基板の材質は合成石英であり,屈折 率は1.457である.また,入射角θは0 degで設計されており,ミラーの平行度は3'±1' であり,反射率は85%で作製されている.マイクロ片持ち梁A,Bともに前述の通り, イオンスパッタリング装置により,反射率が約92%となるように探針面に金コートを施 してある. 微小 FP 干渉計は複数の光学ステージ上に設置されている. 光軸方向と, 光軸に対し て左右を調整するステージにはファインピッチスクリューアジャスターを使用してい る. このアジャスターはピッチが250 μmであるため, 1回転で250 μmの精密調整が可 能である. その他, 高さ調整ステージと, あおりステージが誘電体多層膜ミラーとマイ クロ片持ち梁に使用されているため, 高精度な光学アライメントが可能である. これら のステージを用いることで微小 FP 干渉計を生成する. また, 本研究の微小 FP 干渉計 はマイクロ片持ち梁の探針がある面で構成するため, キャビティ長を探針長以下に設定 できない. キャビティ長は約20 μmであると見積もられる.

マイクロ片持ち梁は2種類の圧電素子(Lead zirconate titanate actuator; PZT actuator, ピエゾ素子,電歪素子)上に設置されている. 1つは積層圧電素子($6.5 \times 6.5 \times 10$ mm) であり,150 V印加することで9.1±1.5 µmの変位が生じる. 1つは単相圧電素子であ り,約412 pm/Vの感度で駆動する. 積層圧電素子は、キャビティの調整に用い、単相 圧電素子は、後述のフィードバック冷却のために用いる. また、誘電体多層膜ミラーは 4本の積層圧電素子($3.5 \times 4.5 \times 10$ mm)上に設置されており、この素子は150 V印加す ることで9.1±1.5 µmの変位が生じる.

微小 FP 干渉計の光源は,波長632.8 nm,出力約1 mWの直線偏光シングルモード He-Ne レーザーである.射出されたレーザー光の直径(ビーム径)は約1 mmである.式 (5-17)に示す回折限界による理論的な最小集光径は,ビーム径に反比例する.そのため, マイクロ片持ち梁の幅以下まで集光するために,ビーム径は大きい方が望ましい.ビー ムエキスパンダを用いることで,ビーム径を約6 mmに拡大した.ビームエキスパンダ の外観を図 5.10 に示す.

レーザー光は両凸レンズにより集光される. レンズの焦点距離は80 mmである. レン ズに入射するビーム径は約6 mmであるため, F 値は13である. 式(5-21)より回折限界 による最小集光径は約10 µmであると予想される. また式(5-22)より, レイリー範囲は 143 µmであると予想される. 微小 FP 干渉計は, 焦点付近のレイリー範囲内で構成さ れた.

レンズを含む微小 FP 干渉計は,真空チャンバ内に設置されている.チャンバ内は,前述の油回転ポンプ(ロータリーポンプ)と油拡散ポンプ(ディフュージョンポンプ)により,約4×10⁻³ Paの真空度を実現している.マイクロ片持ち梁を真空中に設置することでQ値を向上する目的がある.

微小 FP 干渉計により干渉したレーザー光が He-Ne レーザーに帰還することで、レ ーザー光の出力が不安定になる可能性がある.これは、戻り光が He-Ne レーザーのエ タロン内に入り、予期せぬ媒質の励起を引き起こすためである.本研究では、戻り光が エタロン内に入ることを防ぐため、He-Ne レーザーの出口付近に偏光板とλ/2板を設置 した.偏光板は、均一方向の多数の微細な溝を掘った光学素子であり、特定の角度に偏

24

光した光のみを透過させる. $\lambda/2$ 板は、入射した光の位相差を半波長(180 deg)ずらし、 偏光方向を90 deg回転させる光学素子である.これら2つの光学素子を組み合わせる ことで戻り光を防ぎ、レーザー出力の安定を実現する.レーザーの基本モードのみを用 いるため、 $\lambda/2$ 板の後ろにピンホールを設置している.He-Ne レーザーと偏光板、 $\lambda/2$ 板、ピンホールの外観を図 5.11 に示す.

He-Ne レーザーの出力光は、ビームエキスパンダにより拡大された後、ビームスプ リッタを介して、光量計測用と微小 FP 干渉用に均等に分割される.光量計測用に分割 されたレーザー光はフォトメータにより計測される.干渉用のレーザー光は微小 FP 干 渉計で干渉した後、再びビームスプリッタを介して He-Ne レーザー方面と干渉光計測 用に均等に分割される.He-Ne レーザー方面への戻り光は、前述の通り偏光板と $\lambda/2$ 板 により除去される.干渉光計測用に分割された干渉光は、アバランシェフォトダイオー ド(APD)により検出される.本研究では、松定プレシジョン(株)製の APS-1R00VF を 用いた.また APD の受光面には、光学フィルターを設置している.本研究では、Thorlabs, Inc.製の FL05632.8-1 を用いた.本フィルターの透過波長は632.8 nmであり、透過波長 半値幅は1 nmである.光学フィルターを用いることで、干渉光以外の蛍光灯等の光を 除去した.APD と光学フィルターの外観を図 5.12 に示す.

干渉光は APD により信号に変換される. 変換された信号をオシロスコープや FFT ア ナライザ,スペクトラムアナライザにより計測,解析する.

マイクロ片持ち梁を支持する積層圧電素子は,外部の定電圧電源あるいはファンクションジェネレータに接続されている.いずれかの電圧調整機器を用いることで積層圧電素子の長さ,即ちキャビティ長を調整可能である.定電圧電源の外観を図 5.13 に示す. 本研究で用いた定電圧電源は,(株)ケンウッドティー・エム・アイ製の PW36-1.5AD である.

FFT アナライザの持つノイズと, APD の持つノイズ(暗信号)を図 5.14 に示す.

5.3.2 微小ファブリ・ペロー干渉計の光学利点

図 5.15 に,通常の FP 干渉計と微小 FP 干渉計のキャビティの平行度の影響の概略を 示す.一般的な FP 干渉計は,図 5.15 (a)のようにキャビティの平行度が悪い場合,ひ とつひとつの透過光軸が平行にならず,干渉光の生成が困難である.それに対して,図 5.15 (b)に示す本システムの微小 FP 干渉計は,レイリー範囲内でキャビティを構成し ているため,平行度が悪い場合でも,再びレンズを通ることで光軸が平行に戻る再帰性 反射を生じる.そのため一般的な FP 干渉計と比べ,透過光が重なることで干渉光の生 成が容易であり,平行度の影響が少ないという特徴がある.微小 FP 干渉計はキャビテ ィの平行度に対して高い精度を要求しない. 重力波検出等に用いられるような一般的な FP 干渉計は通常,直径の大きなレーザー ビームを使用するため,FP 干渉計を構成するミラーは,レーザー光が当たる面全体に 対して,高い光学面精度が求められる.その理由は,ミラーの光学面精度が FP 干渉の 不完全さを誘発するためである.これに対して,微小 FP 干渉計を構成する 2 つのミラ ー(本研究では,誘電体多層膜ミラーとマイクロ片持ち梁表面)に対する光学的面精度の 要求は,一般的な FP 干渉計と比較して低い.その理由は,レーザー光を回折限界付近 の最小集光径まで集光するためである.集光されたビーム径は約10 μmであり,この範 囲におけるミラーの面精度は限りなく完全に近いと考えられる.

さらに微小 FP 干渉計は、キャビティ長が短いため自由スペクトル間隔(Free spectral range)が大きいことも特徴の一つとして挙げられる.

5.3.3 微小ファブリ・ペロー干渉計の干渉特性

5.3.3.1 ファブリ・ペロー干渉特性 (マイクロ片持ち梁 A)

マイクロ片持ち梁 A と誘電体多層膜ミラーで構成した微小 FP 干渉計の干渉特性の 実験結果を図 5.16 に示す. FP 干渉特性は、マイクロ片持ち梁 A を支持する積層圧電素 子に、ファンクションジェネレータで発生した、のこぎり波を印加することでキャビテ ィ長を変化させ計測した. 周期 0.5 Hz、振幅10 Vののこぎり波でキャビティ長を変化 させた.

図 5.16 中に式(5-12)を用いて求めた FP 干渉の理論特性を灰色の実線で示す. 装置の 構成通り, 誘電体多層膜ミラーの反射率が85%, マイクロ片持ち梁 A の反射率が92%で 計算を行った.実験値と理論値は良好な一致を示し,設計通りの干渉特性が得られたこ とを確認できる.

干渉特性より,フィネスは約26と計測された.またキャビティ長変化量に対して干渉 光変化量が最も大きい最大感度は,約0.18 V/nmとなった.これは従来用いてきたマイ ケルソン干渉計による計測システムの約15倍の感度である.

5.3.3.2 ファブリ・ペロー干渉特性 (マイクロ片持ち梁 B)

マイクロ片持ち梁 B と誘電体多層膜ミラーで構成した微小 FP 干渉計の干渉特性の 実験結果を図 5.17 に示す. FP 干渉特性は、マイクロ片持ち梁 B を支持する積層圧電素 子に、ファンクションジェネレータで発生した、のこぎり波を印加することでキャビテ ィ長を変化させ計測した. 周期 0.5 Hz, 振幅10 Vののこぎり波でキャビティ長を変化 させた.

図 5.17 中に式(5-12)を用いて求めた FP 干渉の理論特性を灰色の実線で示す. 装置の 構成通りに, 誘電体多層膜ミラーの反射率が85%, マイクロ片持ち梁 B の反射率が92% で計算を行った場合,実験値と一致しなかった. この原因として, 図 5.18 に示すよう に、マイクロ片持ち梁 B の幅に対して実際のレーザー光の最小集光径が大きかったこ とが考えられる.このため、梁の両脇をレーザー光の一部が通過することで、全てのレ ーザー光が FP 干渉に用いられず、干渉が悪化した.マイクロ片持ち梁 B の反射率を 60%とした場合、実験値と理論値は良好な一致を示した.

干渉特性より,フィネスは約11と計測された.またキャビティ長変化量に対して干渉 光変化量が最も大きい最大感度は,約0.12 V/nmとなった.これは従来用いてきたマイ ケルソン干渉計による計測システムの約10倍の感度である.

5.3.4 ファブリ・ペロー干渉光不完全性の原因考察

5.3.4.1 光路差による干渉光不完全性

微小 FP 干渉計は,前述の漏れ光によるフィネス低下に加え,干渉光に縞が生じる不 完全性が確認された.図 5.19 に,キャビティ長変化に伴う干渉縞の推移を示す.キャ ビティ長の変化とともに環状の干渉縞が確認された.FP 干渉光は全体にわたり明暗を 生ずる状態が理想的であり,最終的にはこの状態を実現する必要がある.

環状の干渉縞が生じた理由について,集光系における幾何光学により考察する.集光 系にミラー基板を設置することで生じる焦点距離のずれの概略を図 5.20 に示す.図 5.20 に示すように,本来のレーザー光の焦点にミラー基板の端面が位置する光学系に ついて考える.ミラー基板の屈折率をn,厚さをtとする.角度αで入射した光はミラー 基板に入ると角度βに屈折する.図 5.20 中に示す距離aは,

$$a = t \tan(\alpha) \cong t\alpha \tag{5-18}$$

となる.図 5.20 中に示す距離bは,

$$b = t \tan(\beta) \cong t\beta \tag{5-19}$$

となる.以上より,図 5.20 中に示す距離cは,

$$c = a - b = t\alpha - t\beta = t(\alpha - \beta)$$
(5-20)

となる. また, ホイヘンス=フレネルの原理より,

$$n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \cong \frac{\alpha}{\beta}$$
(5-21)

となる. 式(5-20)より焦点距離のずれdは,

$$d = \frac{t(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha)} \cong \frac{t(\alpha - \beta)}{\alpha} = t\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)$$
(5-22)

となる. ここで, 式(5-21)を用いると,

$$d = t\left(\frac{n-1}{n}\right) \tag{5-23}$$

となる.本微小 FP 干渉計の光学設計に合わせ、ミラー基板の屈折率nを1.46、ミラー基板の厚さtを1 mmとすると、式(5-23)より焦点距離のずれdは約315 μ mと計算された.

球面波による光路差の概略を図 5.21 に示す. 図 5.21 中に示す距離cは, 焦点距離の ずれdと集光系の F 値Fを考えると,

$$c = \frac{d}{2F} \tag{5-24}$$

を用いることでも求めることができる. ピタゴラスの定理より, 図 5.21 中に示す距離eは,

$$e = \sqrt{c^2 + d^2} = d\sqrt{\frac{1}{4F^2} + 1} \cong d\left(1 + \frac{1}{8F^2}\right)$$
(5-25)

となる.したがって、集光系の光軸と端面の光路差fは、

$$f = e - d = \frac{d}{8F^2}$$
(5-26)

となる.本微小 FP 干渉計の F 値は13であるため,式(5-26)より集光系の光軸と端面の 光路差fは0.23 μ mと計算された.この値は即ち約 λ /3であり,自由スペクトル間隔(λ /2) に対するこの光路差が FP 干渉光に環状の干渉縞を生じさせた原因の一つである可能性 として考えられる.

5.3.4.2 球面収差による干渉光不完全性

前述の光路差の他に、ミラー基板による集光系の球面収差が原因となる干渉光の不完 全性も考えられる.球面収差を除去するために、ミラーの前に平凸レンズを設置する手 法について検討した.平凸レンズによる球面収差除去の概略を図 5.22 に示す.図 5.22 の通り、波面の曲率に合わせて作製した平凸を設置する.波面の曲率をr、レンズ材質 の屈折率をnとすると、必要とする平凸レンズの焦点距離fは、

$$f = \frac{r}{1 - n} \tag{5-27}$$

となる.以上のような光学設計により,微小 FP 干渉計を構成することで,環状の干渉 縞を除去できる可能性がある.



図 5.1 ファブリ・ペロー干渉計の原理







図 5.3 反射率 R_1 に対する FP 干渉光透過率の最低値 R_{min} とフィネスFの関係


図 5.4 ミラー1の反射率R₁に対する FP 干渉感度の関係



図 5.5 最大感度を実現する FP 干渉計を構成するミラーの組み合わせ



図 5.6 回折限界とレイリー範囲



図 5.7 微小ファブリ・ペロー干渉計を用いた振動計測システムの概略



図 5.8 微小ファブリ・ペロー干渉計を用いた振動計測システムの全体外観



図 5.9 微小ファブリ・ペロー干渉計の外観



図 5.10 ビームエキスパンダの外観



図 5.11 He-Ne レーザー, 偏光板, λ/2板, ピンホールの外観



図 5.12 アバランシェフォトダイオード

図 5.13 定電圧電源の外観



図 5.14 FFT アナライザと APD の持つノイズ





図 5.15 キャビティ平行度が及ぼすファブリ・ペロー干渉計への影響の概略. (a)一般的なファブリ・ペロー干渉計.(b)微小ファブリ・ペロー干渉計



図 5.16 マイクロ片持ち梁 A で構成した微小 FP 干渉計の干渉特性



図 5.17 マイクロ片持ち梁 B で構成した微小 FP 干渉計の干渉特性



図 5.18 フィネスが悪化した原因



図 5.19 キャビティ長変化に伴う環状 FP 干渉縞の推移



図 5.20 ミラー基板による焦点のずれの概略



図 5.21 球面波による光路差の概略



図 5.22 平凸レンズによる球面収差除去の概略

第6章

マイクロ片持ち梁の微小振動計測

6.1 マイクロ片持ち梁 A の熱振動

微小 FP 干渉計により計測されたマイクロ片持ち梁 A の微小振動パワースペクトル 密度(PSD)の結果を図 6.1 に示す.赤点は実験値であり,灰色の実線は式(8-15)より求 めた熱振動の理論曲線である.なお、ゲインgは0で計算を行った.微小振動計測は、4× 10^{-3} Paの真空中で行った.周波数解析には、FFT アナライザを用いた.FFT アナライ ザの周波数分解能は0.5 Hz、平均回数1000回で解析を行った.振動子の品質を表す Q 値は約2000となり、固有振動数は約76.6 kHzと計測された.PSD を固有振動数付近で 面積分することで得られる、マイクロ片持ち梁 A の熱振動の振幅は約5 pmと算出され た.また、従来のマイケルソン干渉計による計測のノイズレベルは約1× 10^{-2} pm²/Hz であった.これに対して今回のノイズレベルは約1× 10^{-4} pm²/Hzである.計測システ ムの感度が約15倍向上したため、PSD に換算したノイズレベルが約1/100低減できた ことが確認された.

6.2 マイクロ片持ち梁 B の熱振動

微小 FP 干渉計により計測されたマイクロ片持ち梁 B の微小振動パワースペクトル 密度(PSD)の結果を図 6.2 に示す.赤点は実験値であり,灰色の実線は後述の式(8-15) より求めた熱振動の理論曲線である.なお,ゲインgは0で計算を行った.微小振動計測 は大気中で行った.周波数解析には,スペクトラムアナライザを用いた.スペクトラム アナライザの周波数分解能は100 Hz,平均回数15回で解析を行った.振動子の品質を 表す Q 値は約200となり,固有振動数は約276 kHzと計測された.CP により,マイク ロ片持ち梁 A の幅と長さを約半分に小型化したことで,式(4-10)より予想されるよう に固有振動数が約4倍となったことが確認された.また,従来のマイケルソン干渉計に よる計測のノイズレベルは約1×10⁻² pm²/Hzであった.これに対して今回のノイズレ ベルは約6×10⁻⁵ pm²/Hzである.計測システムの感度が約10倍向上したため,PSD に 換算したノイズレベルが約1/100低減できたことが確認された.



図 6.1 マイクロ片持ち梁 A の微小振動パワースペクトル密度



図 6.2 マイクロ片持ち梁 B の微小振動パワースペクトル密度

第7章

キャビティ冷却とキャビティ加熱

7.1 キャビティ冷却とキャビティ加熱の概要と原理

熱統計力学のエネルギー等分配の法則を用いた式(4-2)より,理論的なマイクロ片持 ち梁の熱振動振幅は約50 pmと予想された.しかしながら、図 6.1 に示すように、今回 計測された微小振動の振幅は約5 pmとなり,理論計算値と比較して熱振動振幅が約 1/10に低減していることが確認された.この原因として、FP 干渉計によるマイクロ片 持ち梁の受動冷却が原因であると考えられる. FP 干渉は振動子を加振(加熱), 制振(冷 却)することがこれまでの研究で報告されている[10, 11]. FP 干渉計による受動制振を キャビティ冷却,受動加振をキャビティ加熱と呼称する.キャビティ冷却と加熱は,干 渉計の光源である He-Ne レーザーの一部がマイクロ片持ち梁表面の金に吸収され熱と なる(光熱効果)ことで引き起こされる.図 7.1 に示すように,今回計測したマイクロ片 持ち梁は表面に金コートを施しているため、金の薄膜とシリコンの二重構造(バイメタ ル, Bimetal)である.マイクロ片持ち梁表面の金は、レーザーの吸収により加熱され、 膨張する. この光熱効果により作用する見かけ上の力をボロメトリック力と呼称する. キャビティ冷却と加熱が確認されたオシロスコープの信号を図 7.2 に示す. 図 7.2 中の 黄色の波形は光検出器で測定した FP 干渉光の信号であり,水色の波形はマイクロ片持 ち梁を支持する積層圧電素子に印加した電圧を表す. 印加電圧の減少はキャビティ長の 増加を表し,印加電圧の増加はキャビティ長の減少を表す.電圧の印加にはファンクシ ョンジェネレータを用いた.発生した波形はのこぎり波であり、周波数は20 mHz、振 幅7 Vである.FP 干渉のピークを境に、キャビティ長が短い方で冷却が、長い方で加熱 (発振)が確認できる. FP 干渉特性におけるキャビティ冷却と加熱の発生位置を示した 概略を図 7.3 に示す.冷却される位置でキャビティ長を固定し.干渉光を FFT 解析す ることで、図 6.1 に示すような熱振動の減衰を確認できる。加熱される位置でキャビテ ィ長を固定し、干渉光を FFT 解析することで、熱振動の増大を確認できる.

キャビティ冷却,キャビティ加熱の原理について述べる.図7.4 に示すように,キャ ビティ長が増加する方向を正とする.マイクロ片持ち梁の振幅が最大となり,キャビテ ィ長が最小となる位置を点Aとする.マイクロ片持ち梁の振幅が最大となり,キャビ ティ長も最大となる位置を点Bとする.マイクロ片持ち梁の表面に生じるFP干渉光の 概要を図7.5 に示す.図7.5 中の点線は計測用の反射干渉光であり,マイクロ片持ち梁 の表面には反射干渉光が反転した透過干渉光が生じる.FP透過光干渉特性は,式(5-13) より理論的に求めることができる.図7.3,図7.5 に示すように,FP干渉のピークを境 に,キャビティ長が短い方で冷却が,長い方で加熱が確認された.このため,キャビテ ィ冷却側ではキャビティ長に対する FP 干渉光変化の勾配が正であり,キャビティ長が 増加すると光量も増加する.キャビティ加熱側では勾配が負であり,キャビティ長が増 加すると光量が減少する.キャビティ冷却,加熱と FP 干渉光勾配の関係を図 7.6 に示 す.マイクロ片持ち梁の変位に対して,遅れて作用するボロメトリック力の概要を図 7.7 に示す.ボロメトリック力は,金の薄膜とシリコンの熱伝導を考慮すると遅れて作用す る.キャビティ冷却側は勾配が正であるため,キャビティ長が増加するとマイクロ片持 ち梁の微小振動に対して,位相が遅れて作用する.キャビティ加熱側は勾配が負である ため,キャビティ長が増加すると,遅れた位相が反転して作用するため,実際には位相 が進んで作用する.マイクロ片持ち梁の微小振動に対して,位相が遅れて力が作用する と振動は制振され,キャビティ冷却効果が現れる.位相が進んで作用すると振動は加振 され,キャビティ加熱効果が現れる.

7.2 キャビティ冷却・加熱とレーザー光量の関係

7.2.1 FFT アナライザを用いた光量依存性の確認

キャビティ冷却とキャビティ加熱は、FP 干渉計の光源である He-Ne レーザーの光量 が高いため、引き起こされると考えられる.マイクロ片持ち梁の表面に吸収される光量 が少ない場合、キャビティ冷却・加熱の影響は少なくなる。キャビティ冷却・加熱のレ ーザー光量依存性を確認するため、レーザーの出口に光学可変アッテネータを設置し、 マイクロ片持ち梁の微小振動振幅を計測した.計測システムの概略を図 7.8 に示す.光 学可変アッテネータの外観を図 7.9 に示す.キャビティ冷却と加熱が作用したマイクロ 片持ち梁の微小振動計測結果を図 7.10 に示す. 1.4 mWのレーザー光量で計測を行っ た. キャビティ冷却と加熱が作用しない0.1 mWのレーザー光量で計測した結果も同様 に示す.また,可変光学アッテネータで光量を調整し,マイクロ片持ち梁の微小振動振 幅を計測した.キャビティ冷却側における実験結果を図 7.11 に示す.レーザー光量は フォトメータで計測した.光量が高い場合、キャビティ冷却が作用して、マイクロ片持 ち梁の熱振動が数pmまで制振される. レーザー光量が0.1 mW以下になると、キャビテ ィ冷却の効果が小さくなり、熱振動が理論値と近い約20 pmとなる. キャビティ加熱側 における実験結果を図 7.12 に示す、レーザー光量が高い場合、キャビティ加熱が作用 して、マイクロ片持ち梁の熱振動が数nmまで発振される. レーザー光量が0.1 mW以下 になると, キャビティ加熱の効果が小さくなり, 熱振動が理論値と近い約20 pmとなる. なお、キャビティ冷却・加熱の両方において光量を増加、減少の両方向で計測を行った が、有意な差はみられなかった.光量の増加方向と減少方向では閾値が異なると考えら れるが、FFT アナライザを用いた振幅計測には時間がかかるため、確認できなかった.

7.2.2 LA を用いた光量依存性の確認

FFT アナライザを用いた振幅計測は時間がかかり, 閾値の確認ができなかったため, LA を用いて追加実験を行った.計測システムの概略を図 7.13 に示す.LA の参照周波 数をマイクロ片持ち梁の固有振動数に設定し実験を行った.フォトメータで計測した光 量と,LA で計測した信号をオシロスコープで同期することで,閾値を確認した.実験 結果を図 7.14 に示す.縦軸は最大振幅を基準として算出した振幅比である.なお,今 回の計測はキャビティ加熱でのみ行った.光量の増加方向と減少方向で閾値の違いが確 認された.光量を増加する方が閾値が高いことがわかった.



図 7.1 レーザー光によるマイクロ片持ち梁の膨張の概要.



図 7.2 キャビティ冷却・加熱が確認された FP 干渉信号.



図 7.3 キャビティ冷却・加熱が確認された FP 干渉特性における位置.



図 7.4 キャビティ長の増加方向と点 A, 点 B の定義.



図 7.5 マイクロ片持ち梁の表面に生じる FP 干渉光の概要. 図中の点線で示す計 測用の反射干渉光が反転した特性となる.



図 7.6 キャビティ冷却側とキャビティ加熱側でマイクロ片持ち梁の表面に生じる FP 干渉光の概要.



図 7.7 マイクロ片持ち梁の変位に対し,遅れて作用するボロメトリック力の概要.



図 7.8 FFT アナライザを用いたキャビティ冷却・加熱の光量依存性計測システムの概略.



図 7.9 光学可変アッテネータの外観



図 7.10 キャビティ冷却・加熱によるマイクロ片持ち梁の振動のパワースペクトル 密度.



図 7.11 キャビティ冷却と光量の関係.



図 7.12 キャビティ加熱と光量の関係.



図 7.13 FFT アナライザを用いたキャビティ冷却・加熱の光量依存計測システム.



図 7.14 キャビティ加熱の光量の閾値とヒステリシス.

第8章

機械的フィードバック冷却

マイクロ片持ち梁の熱振動フィードバック冷却の原理,理論的解析,実験結果につい て述べる.機械的フィードバック冷却は,フィードバック機構を用いることでマイクロ 片持ち梁の熱振動を打ち消し,実効温度を下げる手法である.マイクロ片持ち梁の熱振 動を除去するには,冷凍機を用いてマイクロ片持ち梁の実際の温度を冷却する手法もあ るが,希釈冷凍機等の大掛かりな装置を必要とする上,最大でも数百mK程度までしか 冷却できない.本研究で採用した機械的フィードバック冷却はより簡便な機構で,極限 までの冷却を目指すことができる.

8.1 機械的フィードバック冷却の原理と実験方法

マイクロ片持ち梁の持つ微小振動のフ機械的フィードバック冷却システムの概略を 図 8.1 に示す. 真空チャンバ外部に設置された定電圧電源を用いて. 微小 FP 干渉計の 感度が最大となるように,キャビティ長を調整した.最大感度の FP 干渉光をアバラン シェフォトダイオードで検出し, 信号を FFT アナライザとバンドパスフィルタ(BPF) へ送信した. 干渉光信号は BPF により, 選択的にマイクロ片持ち梁の固有振動数付近 の信号のみ通過する. 通過した信号は増幅器により, 任意の倍率に増幅される. なお, BPF と増幅器はデュアルチャンネルプログラマブルフィルター(DCPF)に内蔵されて いる. 信号はさらに, 位相シフター(ローパスフィルター)により, マイクロ片持ち梁の 固有振動数より換算する信号の位相から90 deg遅れるように調整された. この信号を, マイクロ片持ち梁を支持する単層圧電素子へ印加した. 単層圧電素子はマイクロ片持ち 梁の熱振動の位相から90 deg遅れて振動する.この振動はマイクロ片持ち梁へ伝わり, 熱振動を打ち消す.以上が本研究で採用した機械的フィードバック冷却の原理である. なお、フィードバックループのゲインgは、マイクロ片持ち梁の微小振動振幅に対する 単層圧電素子の振動(梁に印加される振動)振幅の比とする. 増幅器の増倍率を変えるこ とでゲインが変化する.ゲインが大き過ぎるために、マイクロ片持ち梁が発振した場合 は、ループ内に電気アッテネータを挿入することで発振を抑えることが可能である.信 号を FFT アナライザにより周波数解析することでフィードバック冷却を確認する.

フィードバック冷却実験は次の3つの条件の下で、マイクロ片持ち梁 A に対しての み行った.1つは、キャビティ冷却が作用する領域内であり、これを条件 I とする.1 つは、キャビティ加熱が作用する領域内であり、これを条件 II とする.1つは、光量を 減衰させキャビティ冷却・加熱が作用しない領域内であり、これを条件 III とする.

8.2 機械的フィードバック冷却の理論解析

マイクロ片持ち梁の運動モデルを図 8.2 に示す.マイクロ片持ち梁は、マスばねダン パ系でモデル化することが可能である.

F(t)を、マイクロ片持ち梁の微小振動を引き起こす力(熱振動の場合は Langevin 力) とする. x(t)を、計測されたマイクロ片持ち梁の微小振動振幅とする. y(t)を、マイク ロ片持ち梁の微小振動を打ち消すために梁に印加する振幅(今回は梁を支持する単層圧 電素子の振幅)とする. $x_n(t)$ を、計測系の持つノイズレベル(APD や位相シフター, DCPF 等の電子回路の持つジョンソンノイズ、導線の受ける電磁波、He-Ne レーザー のショットノイズ、FP 干渉計によるマイクロ片持ち梁への輻射圧ノイズ等)とする. $x_{\varphi}(t)$ を、計測されたマイクロ片持ち梁の微小振動の位相を90°遅らせ、圧電素子に印加 することで生じる圧電素子の振幅とする. $x_{n\varphi}(t)$ を、圧電素子に印加される計測系のノ イズによる圧電素子の振幅とする. gを、マイクロ片持ち梁へ印加するフィードバック 冷却のループゲインとする.

y(t)は、マイクロ片持ち梁の微小振動を打ち消すために、圧電素子へ印加する振幅であるため、

$$y(t) = g\{x_{\varphi}(t) + x_{n\varphi}(t)\}$$
 (8-1)

となる. また、マイクロ片持ち梁をモデル化したマスばねダンパ系の運動方程式は、

$$F(t) = m\{\ddot{x}(t) + \ddot{y}(t)\} + \mu \dot{x}(t) + kx(t)$$
(8-2)

で表すことができる.ただし,mはマイクロ片持ち梁の等価質量,μは減衰係数,kはば ね定数である.また,マイクロ片持ち梁の振幅に対し,圧電素子の振幅は微小であるた め,計測されたx(t)に含まれるy(t)は無視できるものとする.式(8-2)に示す運動方程式 を解くことで,マイクロ片持ち梁の微小振動フィードバック冷却の理論解析を行う.

8.2.1 複素振幅を用いた理論解析

式(8-2)中の各値の複素振幅を考えることで解析を進める. 位相を含む複素振幅を用いた, 各値の周期的記述は,

$$F(t) = \hat{F}(\omega)e^{j\omega t}$$
(8-3)

$$x(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \tag{8-4}$$

$$x_{\rm n}(t) = \hat{x}_{\rm n}(\omega)e^{j\omega t} \tag{8-5}$$

$$x_{\varphi}(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$
(8-6)

$$x_{\mathbf{n}\varphi}(t) = \hat{x}_{\mathbf{n}}(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$
(8-7)

となる. ここで, jは虚数単位, ωは角周波数である. x(t)の一階微分, 二階微分はそれ ぞれ, $\dot{x}(t) = j\omega \hat{x}(\omega) e^{j\omega t}$, $\ddot{x}(t) = -\omega^2 \hat{x}(\omega) e^{j\omega t}$ となる. 各値も同様に求めることができ る. また, マイクロ片持ち梁の品質係数(Q 値;Quality factor)Q, ならびにばね定数kは,

$$Q = \frac{m\omega_0}{\mu} = \frac{\tau_0}{T} \approx \frac{\Delta\omega}{f_0}$$
(8-8)

$$k = m\omega_0^2 \tag{8-9}$$

で表される.ここで、 ω_0 はマイクロ片持ち梁の固有角振動数、 μ は減衰係数、 τ_0 は梁を励振し振幅が励振直後の振幅の1/eとなるまでの時間(時定数、減衰時間)、Tは振動の周期(固有振動数の逆数)、 $\Delta \omega$ はパワースペクトル密度の半値全幅(FWHM)であり(パワー(2乗)でないスペクトル密度の場合は $1/\sqrt{2}$ 全幅)、 f_0 は梁の固有振動数($f_0 = \omega_0/2\pi$)である.

式(8-3)に示す微小振動を引き起こす力,ならびに式(8-5)に示す計測系のノイズレベ ルの間には相関関係はない(ランジュバン力はノイズレベルに影響を及ぼさず,ノイズ レベルもランジュバン力に影響を及ぼさない)ものとする.式(8-1),式(8-3)-(8-9)を用 いることで式(8-2)を整理すると,

$$\begin{split} \hat{F}(\omega)e^{j\omega t} &= m\ddot{x}(t) + mg\ddot{x}_{\varphi}(t) + mg\ddot{x}_{n\varphi}(t) + \frac{m\omega_{0}}{Q}\dot{x}(t) + m\omega_{0}^{2}x(t) \\ &= -m\omega^{2}\hat{x}(\omega)e^{j\omega t} - mg\omega^{2}\hat{x}(\omega)e^{j\omega t}e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} \\ &- mg\omega^{2}\hat{x}_{n}(\omega)e^{j\omega t}e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} + jm\frac{m\omega_{0}}{Q}\hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \\ &+ m\omega_{0}^{2}\hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \\ \hat{F}(\omega) &= -m\omega^{2}\hat{x}(\omega) - mg\omega^{2}\hat{x}(\omega)e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} - mg\omega^{2}\hat{x}_{n}(\omega)e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} \\ &+ jm\frac{m\omega_{0}}{Q}\hat{x}(\omega) + m\omega_{0}^{2}\hat{x}(\omega) \end{split}$$

ここで,オイラーの公式より,

$$e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 - j = -j$$

となるため,

$$\hat{F}(\omega) = m \left\{ -\omega^2 \hat{x}(\omega) - g \omega^2 \hat{x}(\omega) j - g \omega^2 \hat{x}_n(\omega) j + j \frac{m \omega_0}{Q} \hat{x}(\omega) + \omega_0^2 \hat{x}(\omega) \right\}$$

となる. したがって, 実際の微小振動の複素振幅 𝔅(ω)は,

$$\hat{x}(\omega) = \frac{\frac{\hat{F}(\omega)}{m} - jg\omega^2 \hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)}$$
(8-10)

となる. さらに, $\hat{x}(\omega)$ の共役複素数 $\hat{x}(\omega)$ は,

$$\bar{x}(\omega) = \frac{\frac{\bar{F}(\omega)}{m} + jg\omega^2 \bar{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2) - j\left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)}$$
(8-11)

となる.また,計測されたマイクロ片持ち梁の微小振動振幅は,実際の微小振動複素振幅 $\hat{x}_n(\omega)$ に計測系のノイズレベル複素振幅 $\hat{x}_n(\omega)$ を加えたもの[8]となるため,

$$\hat{x}(\omega) + \hat{x}_{n}(\omega) = \frac{\frac{\hat{F}(\omega)}{m} - \left\{ (\omega_{0}^{2} - \omega^{2}) + j \frac{\omega_{0}\omega}{Q} \right\} \hat{x}_{n}(\omega)}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2}) + j \left(g \omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q} \right)}$$
(8-12)

となる. また, 式(8-12)の共役複素数は,

$$\bar{\hat{x}}(\omega) + \bar{\hat{x}}_{n}(\omega) = \frac{\frac{\bar{F}(\omega)}{m} + \left\{ (\omega_{0}^{2} - \omega^{2}) + j\frac{\omega_{0}\omega}{Q} \right\} \bar{\hat{x}}_{n}(\omega)}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2}) - j\left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)}$$
(8-13)

となる.

実際のマイクロ片持ち梁の微小振動のパワースペクトル密度は、式(8-10)と式(8-11) をかけ合わせることで得られるため、

$$\begin{aligned} |\hat{x}(\omega)|^{2} &= \left\{ \frac{\frac{1}{m^{2}}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q})^{2}} \right\} |\hat{F}(\omega)|^{2} \\ &+ \left\{ \frac{g^{2}\omega^{4}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q})^{2}} \right\} |\hat{x}_{n}(\omega)|^{2} \end{aligned}$$
(8-14)

となる. また, 計測されるマイクロ片持ち梁の微小振動のパワースペクトル密度は, 式 (8-12)と式(8-13)をかけ合わせることで得られるため,

$$\begin{aligned} |\hat{x}(\omega) + \hat{x}_{n}(\omega)|^{2} &= \left\{ \frac{\frac{1}{m^{2}}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + \left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}} \right\} |\hat{F}(\omega)|^{2} \\ &+ \left\{ \frac{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + \left(\frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + \left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}} \right\} |\hat{x}_{n}(\omega)|^{2} \end{aligned}$$
(8-15)

となる.

8.2.2 複素振幅を用いない理論解析

式(8-2)中の各値を、複素振幅を用いずに三角関数を用いて記述すると、

$$F(t) = F\sin(\omega t) \tag{8-16}$$

$$x(t) = x\sin(\omega t) \tag{8-17}$$

$$x_{\rm n}(t) = x_{\rm n}\sin(\omega t) \tag{8-18}$$

$$x_{\varphi}(t) = x \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -x \cos(\omega t)$$
(8-19)

$$x_{n\varphi}(t) = x_n \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -x_n \cos(\omega t)$$
(8-20)

となる. x(t)の一階微分, 二階微分はそれぞれ, $\dot{x}(t) = x\omega \cos(\omega t)$, $\ddot{x}(t) = -x\omega^2 \cos(\omega t)$ となる. 各値も同様に求めることができる.

式(8-1),式(8-8)-(8-9),式(8-16)-式(8-20)を用いることで式(8-2)を整理すると、

$$F\sin(\omega t) = m \left\{ -x\omega^{2}\sin(\omega t) + g\omega^{2}x\cos(\omega t) + g\omega^{2}x\cos(\omega t) + g\omega^{2}x_{n}\cos(\omega t) + \frac{\omega_{0}\omega x}{Q}\cos(\omega t) + \omega_{0}^{2}x\sin(\omega t) \right\}$$
$$\frac{F}{m}\sin(\omega t) = x \left\{ (\omega_{0}^{2} - \omega^{2})\sin(\omega t) + \left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)\cos(\omega t) \right\} + g\omega^{2}x_{n}\cos(\omega t)$$

となる. ここで、三角関数の合成 $(a\sin(\theta) + b\sin(\theta) = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(\theta + \alpha))$ を用いると、

$$\frac{F}{m}\sin(\omega t) = x\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q})^2}\sin(\omega t + \alpha) + g\omega^2 x_n\cos(\omega t)$$

となる. ここで、 $\alpha = 0$ とし、 $\cos(\omega t) / \sin(\omega t)$ を無視すると、

$$\frac{F}{m} = x \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} + g\omega^2 x_n \tag{8-21}$$

となる.式(8-21)をマイクロ片持ち梁の微小振動振幅xについて解くと,

$$x = \frac{\frac{F}{m} + g\omega^{2}x_{n}}{\sqrt{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q})^{2}}}$$
(8-22)

となる. したがって、マイクロ片持ち梁の微小振動のパワースペクトル密度は、

$$x^{2} = \frac{\frac{F^{2}}{m^{2}} + g^{2}\omega^{4}x_{n}^{2} - \frac{2F}{m}g\omega^{2}x_{n}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q})^{2}}$$
(8-23)

と求められる.式(14)と式(8-23)はほぼ等しく,複素振幅を用いずに理論解析が可能で あることが示された.

8.2.3 位相遅れによる振動減衰

図 8.2 に示すような系の振動を減衰する場合,振動を打ち消すようにはたらく力により,仕事率を考え,仕事率を一周期にわたり積分すると,仕事Wは,

$$W = \pi x_0 f_0 \sin(\varphi) \tag{8-24}$$

と求めることができる.ここで、 x_0 は振動振幅の初期値、 f_0 は振動を打ち消すようには たらく力の初期値、 φ は振動と打ち消す力の位相差である.式(8-24)の計算結果を図 8.3 に示す.位相が負にずれる場合、系に負の仕事がはたらくため、系の振動は減衰する. 位相が正にずれる場合、系に正の仕事がはたらくため、系の振動は増加する.それぞれ、 位相が $\pi/2$ ずれた場合にピークを示す.したがって本研究では、位相を $-\pi/2$ ずらすこと によってフィードバック冷却を行う.

8.3 機械的フィードバック冷却の実験結果

条件 I のフィードバック冷却実験結果を図 8.4,条件 II のフィードバック冷却実験結 果を図 8.5, 条件Ⅲフィードバック冷却実験結果を図 8.6 に示す. なお全ての実験にお いて, FFT アナライザの分解能1.56 Hz, 平均回数300回で計測を行った. 図 8.4 に示す 条件 I の下では、フィードバックゲインが0の状態で、マイクロ片持ち梁の振動が理論 的計算値よりも約1/10低い振幅となるフィードバック冷却を確認できる.5.3×10⁻³の ゲインでフィードバック冷却を行っても振動の減衰は確認されなかった. 1.1×10⁻²に おいて、振動が僅かに増加し、2.1×10⁻²のゲインでフィードバック冷却を行うと発振 した.また、計測器のノイズレベルを実線で示す.図8.5に示す条件IIの下では、フィ ードバックゲインが0の状態で、マイクロ片持ち梁が発振するフィードバック加熱を確 認できる.5.3×10⁻³のゲインでフィードバック冷却を行うと,フィードバック加熱に よる発振が抑えられた. ゲインを増加させるとマイクロ片持ち梁の微小振動が減衰され, 実効温度の低下が確認された、振動の減衰とともに固有振動数のシフトがみられた、図 8.6 に示す条件Ⅲの下では、フィードバックゲインが0の状態で、熱振動振幅の理論計算 値に近い結果となり、キャビティ冷却・加熱ともに作用していないことが確認された. ゲインを増加させるとマイクロ片持ち梁の微小振動が減衰され, 実効温度の低下が確認 された.しかしながら,本実験は FP 干渉計の光量を落としたため,干渉感度が低下し, ノイズレベルの大幅な増加が引き起こされた.このため、フィードバック冷却の限界が 条件 II よりも高い. また, 振動の減衰とともに固有振動数のシフトがみられた.

図 8.7 に,条件 I と条件 II の機械的フィードバック冷却実験結果より,ゲインとマイ クロ片持ち梁の微小振動振幅の関係を整理したグラフを示す.キャビティ冷却の範囲内 では,フィードバック冷却が効かず,ゲインを増加すると発振する.フィードバック冷 却とキャビティ冷却の併用はできないことが判明した.この理由として,キャビティ冷 却の不安定性が挙げられる.キャビティ冷却は図 7.7 に示すように,熱伝導の遅れによ るボロメトリック力とマイクロ片持ち梁の振動の微妙な均衡の上に成り立っていると 考えられる.このため,フィードバック冷却により外乱を与えると均衡が崩れ,発振す ると考えられる.また,キャビティ加熱の範囲内ではフィードバック冷却が有効であり, ゲインとともにマイクロ片持ち梁の熱振動振幅の減衰を確認できる.フィードバック冷 却により,振幅を最大で約1.5 pmまで減衰することができた.この振幅は式(4-1)を用 いて実効温度に換算すると,約330 mKである.



図 8.1 マイクロ片持ち梁の微小振動フィードバック冷却システムの概略. BPF は バンドパスフィルタ, FFT は高速フーリエ変換の略である.



58



図 8.3 位相のずれにより作用する振動系への仕事



図 8.4 条件 I (キャビティ冷却が作用する範囲内)におけるフィードバック冷却実 験結果.



図 8.5 条件 II (キャビティ加熱が作用する範囲内)におけるフィードバック冷却実験結果.



図 8.6 条件Ⅲ(キャビティ冷却・加熱ともに作用しない範囲内)におけるフィード バック冷却実験.



図 8.7 条件 I (キャビティ冷却が作用する範囲内)と条件 II (キャビティ加熱が作 用する範囲内)におけるフィードバックゲインとマイクロ片持ち梁の振動 振幅の関係.

第9章

機械的フィードバック冷却と回復の応答

第8章で述べた機械的フィードバック冷却の応答時間を計測し,マイクロ片持ち梁の 微小振動がどれほどの時間をかけて減衰されるのかを解析した.また,理論値との比較 を行った.

9.1 機械的フィードバック冷却の応答計測システム

マイクロ片持ち梁の微小振動フィードバック冷却の応答計測システムの概略を図 9.1 に示す. 真空チャンバ外部に設置された定電圧電源を用いて、微小 FP 干渉計の感度が 最大となるように、キャビティ長を調整した.最大感度の FP 干渉光をアバランシェフ ォトダイオードで検出し、信号をロックインアンプとバンドパスフィルタ(BPF)へ送信 した. 干渉光信号は BPF により, 選択的にマイクロ片持ち梁の固有振動数付近の信号 のみ通過する.通過した信号は増幅器により,任意の倍率に増幅される.なお, BPFと 増幅器はデュアルチャンネルプログラマブルフィルター(DCPF)に内蔵されている.信 号はさらに、位相シフター(ローパスフィルター)により、マイクロ片持ち梁の固有振動 数より換算する信号の位相から90 deg遅れるように調整された. この信号を, マイクロ 片持ち梁を支持する単層圧電素子へ印加した. 単層圧電素子はマイクロ片持ち梁の熱振 動の位相から90 deg遅れて振動する. この振動はマイクロ片持ち梁へ伝わり, 熱振動を 打ち消す.本実験では、位相シフターと単層圧電素子間にリレー回路を設置した.リレ ー回路はばねと電磁石により、信号のスイッチングを行う. リレー回路の電磁石に定格 電圧(今回のリレー回路は+9 V)を印加することで接点が繋がり, 信号が流れる. ファン クションジェネレータによって, ピーク-ピーク振幅9 V, 2.1 Hzの方形波を発生し, リ レー回路を制御した.リレー回路に+9 Vの電圧が印加される間のみ,信号が単層圧電 素子へ送られる.2.1 Hzでフィードバック冷却の ON/OFF を行った.干渉信号をロッ クインアンプで取り込み,解析した信号を,オシロスコープによりリレー回路制御用の 方形波と同期することで冷却の応答を計測した. ロックインアンプは, SENS 100 mV, ダイナミックリザーブ LOW, 時定数 100 us, SLOPE 6 dB/oct., 参照周波数 55.568 kHzの設定で解析を行った.参照周波数は、マイクロ片持ち梁の固有振動数であ る. またロックインアンプで解析した信号は、オシロスコープ(スコープコーダー)によ って、ファンクションジェネレータで発生した方形波でトリガすることで、2048回の平 均処理を行っている.なお、微小 FP 干渉計の光源は、キャビティ冷却・加熱の影響が ない出力約0.1 mWのレーザー光を用いた. ゲインgに対する, フィードバック冷却応答 ならびに常温への回復応答の関係を調べた.

9.2 機械的フィードバック冷却の理論応答

式(8-14)を用いることで、以下のように理論的なフィードバック冷却時間を算出する. 今回の実験は、ゲインが1よりも小さい条件下で行っているため、右辺第2項は十分小 さくなり、無視することができる。右辺第1項の分母から、振動振幅のパワースペクト ル密度の半値幅 $\Delta \omega$ を求めることで、冷却時間を導く。 ω_0 をマイクロ片持ち梁の固有角 振動数とする。マイクロ片持ち梁のパワースペクトルの半値幅を与える $\omega \epsilon \omega_+$ 、 ω_- と する($\omega_+ > \omega_-$ 、微小振動ローレンツ分布半値の高周波側と低周波側)。 ω_+ については、 式(8-14)より、

$$(\omega_0^2 - \omega_+^2) = \left(g\omega_+^2 + \frac{\omega_0\omega_+}{Q}\right)$$
$$\simeq \left(g\omega_0^2 + \frac{\omega_0^2}{Q}\right) \quad (\because \omega_0 \simeq \omega_+) \tag{9-1}$$

となり, ω⁺は,

$$\omega_{+} = \omega_{0} \sqrt{1 + g + \frac{1}{Q}}$$
$$\simeq \omega_{0} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(g + \frac{1}{Q} \right) \right\} \quad \left(\because g, \frac{1}{Q} \ll 1 \right)$$
(9-2)

となる. 同様に、ω_について考えると、

$$(\omega_{-}^{2} - \omega_{0}^{2}) = -\left(g\omega_{-}^{2} + \frac{\omega_{0}\omega_{-}}{Q}\right)$$
$$\simeq -\left(g\omega_{0}^{2} + \frac{\omega_{0}^{2}}{Q}\right) \quad (\because \omega_{0} \simeq \omega_{-}) \tag{9-3}$$

となり, ω_は,

$$\begin{split} \omega_{-} &= \omega_{0} \sqrt{1 - \left(g + \frac{1}{Q}\right)} \\ &\simeq \omega_{0} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(g + \frac{1}{Q}\right) \right\} \ \left(\because g, \frac{1}{Q} \ll 1\right) \end{split} \tag{9-4}$$

となる. したがって半値全幅Δωは,

$$\Delta \omega = \omega_{+} - \omega_{-}$$
$$= \frac{1}{\tau_{0}} (gQ + 1)$$
(9-5)

となる. ここで、 τ_0 は励振したマイクロ片持ち梁の振幅が1/eまで減衰するのにかかる 時間であり、式(8-8)より2 π Q/ ω_0 で求められる.以上より、理論的なマイクロ片持ち梁 のフィードバック冷却時間 τ は、

$$\tau = \frac{1}{\Delta\omega} = \frac{\tau_0}{gQ+1} = \frac{2\pi Q}{\omega_0 (gQ+1)}$$
(9-6)

で表される.

9.3 機械的フィードバック冷却と回復の応答計測実験結果

フィードバックループゲインgを8.9×10⁻²とした場合の冷却ならびに回復応答計測 実験の結果を図 9.2 に示す. 図中の朱色の実線はロックインアンプにより解析されたマ イクロ片持ち梁の振幅の信号であり,水色の実線はリレー回路を制御するファンクショ ンジェネレータの TTL 信号である. 詳細なフィードバック冷却応答特性を図 9.3 に示 す. 図中の灰色の実線は, tを時間, τ_c を応答時定数とした場合, e^{t/τ_c} で求められる計 算値である. 計算値を実験値にフィッティングすることで,フィードバック冷却応答時 定数 τ_c を算出した. ゲイン8.9×10⁻²の場合のフィードバック冷却応答時定数は150 µs となった. 詳細な,冷却状態から常温状態までの回復応答特性を図 9.4 に示す. 図中の 実線は, tを時間, τ_R を回復応答時定数とした場合, $(1 - e^{t/\tau_R})$ で求められる計算値であ る. 計算値を実験値にフィッティングすることで,回復時定数 τ_R を算出した. ゲイン 8.9×10⁻²の場合の回復応答時定数は6.2 msとなった.

フィードバックループゲインgを7.1×10⁻⁵とした場合の冷却ならびに回復応答計測 実験の結果を図 9.5 に示す. 図中の朱色の実線はロックインアンプにより解析されたマ イクロ片持ち梁の振幅の信号であり,水色の実線はリレー回路を制御するファンクショ ンジェネレータの TTL 信号である. 詳細なフィードバック冷却応答特性を図 9.6 に示 す. 図中の灰色の実線は e^{t/τ_c} による計算値である. 計算値を実験値にフィッティングす ることで,時定数 τ を算出した. ゲイン7.1×10⁻⁵の場合のフィードバック冷却応答時定 数は45 msとなった. 詳細な,冷却状態から常温状態までの回復応答特性を図 9.7 に示 す. 図中の灰色の実線は $(1 - e^{t/\tau_R})$ による計算値である. 計算値を実験値にフィッティ ングすることで、時定数 $\tau_{\rm R}$ を算出した. ゲイン7.1 × 10⁻⁵の場合の回復応答時定数は 50 msとなった.

フィードバックゲインと、冷却応答時定数の関係を図 9.8 に示す. また、図 9.8 中に 式(9-6)の冷却応答の理論式より求めた複数の Q 値に対する計算値を示す. 実験値と理 論計算値は良好な一致を示した. ゲインと冷却応答時定数の関係は直線に並び, ゲイン は大きいほど冷却時間が短いことが判明した.

フィードバックゲインと、回復応答時定数の関係を図 9.9 に示す.回復時間もゲイン に依存することが判明した.



図 9.1 マイクロ片持ち梁のフィードバック冷却の応答時間計測システムの概略. BPF はバンドパスフィルタの略である.



図 9.2 ゲイン8.9×10⁻²におけるフィードバック冷却ならびに回復応答特性.



図 9.3 ゲイン8.9×10⁻²におけるフィードバック冷却応答特性.


図 9.4 ゲイン8.9×10⁻²における回復応答特性.



図 9.5 ゲイン7.1×10⁻⁵におけるフィードバック冷却ならびに回復応答特性.



図 9.6 ゲイン7.1×10⁻⁵におけるフィードバック冷却応答特性.



図 9.7 ゲイン7.1×10⁻⁵における回復応答特性.



図 9.8 ゲインと冷却応答時定数の関係.



図 9.9 ゲインと回復応答時定数の関係.

第10章

結論

マイクロ片持ち梁と誘電体多層膜ミラーで構成する,微小ファブリ・ペロー干渉計の 開発に成功した.本干渉計は集光系のレイリー範囲を利用しており,キャビティの平行 度と,ミラーの面精度に関して,高い精度を要求しないという特徴がある.他の MEMS 計測等の超精密光学計測への応用が期待できる.

今回開発した微小ファブリ・ペロー干渉計を用いた振動計測システムの感度は 0.18 V/nmとなり,従来よりも約10倍高感度なマイクロ片持ち梁の熱振動計測を実現した.計測感度の高感度化により,パワースペクトルノイズレベルを約1/100に低減する ことができた.

微小ファブリ・ペロー干渉計は、マイクロ片持ち梁を受動的に冷却、加熱(キャビティ冷却、キャビティ加熱)することが判明した.この現象はファブリ・ペロー干渉計の 特定のキャビティ長において確認された.キャビティ冷却により、機械的フィードバッ ク冷却を行わずに,熱振動を理論上の約1/10である5 pmまで減衰した.しかしながら、 キャビティ冷却とフィードバック冷却の併用は困難であることが判明した.

マイクロ片持ち梁の持つ熱振動の,機械的フィードバック冷却の限界向上を実現した. マイクロ片持ち梁の微小振動振幅を約1.5 pmまで低減できた. これは実効温度に換算 すると約330 mKであり,従来のシステムの1/5まで冷却することに成功した.

機械的フィードバック冷却の応答特性と、冷却状態から常温状態への回復の応答特性 を計測し、解析を行った。冷却と回復のどちらも、フィードバックゲインに依存してい ることが判明した。ゲインが大きいほど冷却、回復ともに時定数が短い傾向を示した。 高いゲインでは、マイクロ片持ち梁の熱振動は数百μsで冷却された。

- [1] 米沢富美子,「ブラウン運動」,共立出版, pp. 80-105, (1986)
- [2] 鐘ヶ江力,「フィードバック冷却を用いたマイクロ片持ち梁の熱振動の制御」, 平成28年度福岡工業大学大学院工学研究科知能機械工学専攻修士論文, pp.1-56, (2017)
- [3] Y. Kawamura & R. Kanegae, "Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level", *Sci. Rep.*, 6, pp. 1-5, (2016)
- [4] Y. Kawamura & R. Kanegae, "Mode-selective control of thermal Brownian vibration of micro-resonator (Generation of a thermal no-equilibrium state by mechanical feedback control)", *Appl. Phys. Lett.*, **111**, 133112, (2017)
- [5] A. D. O'Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann, Radoslaw C. Bialczak, M. Lenander, Erik Lucero, M.Neeley, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, John M. Martinis and A. N. Cleland, "Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator", *Nature*, 464, pp. 697-702, (2010)
- [6] K. C. Schwad and M. L. Roukes, "Putting Mechanics into Quantum Mechanics", *Phys. Today*, 58, pp. 36-42, (2005)
- [7] G. M. Harry, "Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors", *Class. Quantum Grav.*, **27**, pp. 084006-1-12, (2010)
- [8] M. Poggio, C. L. Degen, H. J. Mamin, D. Rugar, "Feedback Cooling of a Cantilever's Fundamental Mode below 5 mK", *Phys. Rev. Lett.*, 99, pp. 017201-1-4, (2007)
- [9] H. J. Mamin and D. Rugar, "Sub-attonewtn force detection at millikelvin temperatures", *Appl. Phys. Lett.*, **79**, pp. 3358-3360, (2001)
- [10] H. Okamoto, et al, "Cavity-less on-chip optomechanics using excitonic transitions in semiconductor heterostructures", *Nat. Commun.*, **6**, pp. 1-6, (2015)
- [11] C. H. Metzger, K. Karrai, "Cavity cooling of a microlever", *Nature*, **432**, pp. 1002-1005, (2004)
- [12] M. Vogel, C. Mooser, and K. Karrai, "Optically tunable mechanics of microlevers", *Appl. Phys. Lett.*, **83**, pp. 1337-1339, (2003)
- [13] Dustin Kleckner & Dirk Bouwmeester, "Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator", *Nature*, **444**, pp. 75-78, (2006)
- [14] D. Kleckner, W. Marshall, Michiel J. A. de Dood, K. N. Dinyari, B. J. Pors, W. T. M. Irvine and D. Bouwmeester, "High Finesse Opto-Mechanical Cavity with a Movable Thirty-Micron-Size Mirror", *Phys. Rev. Lett.*, **96**, pp. 173901-1-173901-4, 2006.
- [15] S. Gigan, et al, "Self-cooling of a micromirror by radiation pressure", *Nature*, **444**, pp. 67–70, (2006)

- [16] T. Sakane, "An actively mode-locked TEA CO2 laser with multiline output", Opt. Commun., 12, pp. 21-23, (1974)
- [17] Y. Kawamura, M. Sakajiri, M. Matoba, S. Nakai, C. Yamanaka, "Stable subnanosecond modelock multiline tea CO2 laser controlled by a NaCl etalon", *Opt. Commun.*, **31**, pp. 178-180, (1979)
- [18] K. A. Murphy, M. F. Gunther, A. M. Vengsarkar, R. O. Claus, "Quadrature phaseshifted, extrinsic Fabry–Perot optical fiber sensors", *Opt. Lett.*, 16, pp. 273-275, (1991)
- [19] A. Wada, S. Tanaka, N. Takahashi, "Fast and high-resolution simultaneous measurement of temperature and strain using a Fabry-Perot interferometer in polarization-maintaining fiber with laser diodes", J. Lightwave Technol., PP, pp. 1-6, (2017)
- [20] N. Ismail, C. C. Kores, D. Geskus, M. Pollnau, "Fabry-Pérot resonator: spectral line shapes, generic and related Airy distributions, linewidths, finesses, and performance at low or frequency-dependent reflectivity", *Opt. Express*, 24, pp. 16366-16389, (2016)

謝辞

本研究は、多くの方からのご協力やご助言、お心遣いを頂くことで遂行することがで きました.この場をお借りして、改めて感謝申し上げます.誠にありがとうございました.

指導教員である河村良行教授は、その広く深い知識と革新的なアイデアで私と研究を 導いていただきました. 微小ファブリ・ペロー干渉計は河村教授のアイデアをもとに開 発,実装されました. また、数多くの学会で研究を発表する機会をいただき、自信をつ けることができました. レーザー学会のみならず、応用物理学会、機械学会へ参加する ことで、広い分野の先端の研究に触れることができ、知見を広めることができました. 英語による論文の執筆時も、未熟な私の語学力に愛想を尽かすことなく、最後まで付き 合ってくださいました. 研究とは直接関係しませんが、興味深い知識も数多く伝授して くださいました. 専門的な知識はもちろんですが、このような分野を問わぬ幅広い知識 が研究者や技術者には必要であると気づくことができました.

昨年度まで河村研究室の修士課程に在籍していました鐘ヶ江力先輩は,レーザー計測 のいろはも分からぬ修士1年生の私に優しく分かりやすく知識を伝授してくださいま した.本研究の大部分の基礎は,鐘ヶ江先輩により築かれました.鐘ヶ江先輩の偉大な 功績があってこそ,本研究を遂行できました.1年間という短い間でしたが,話し合っ た時間は貴重な財産であり,修士2年生を院生一人で過ごすときの支えとなってくれま した.

ともに研究に励んだ今井秀和君,日野史也君,丸林真也君をはじめ,学部4年生と3 年生の後輩にも恵まれました.実験方法や理論に関して議論することで,私自信も理解 を深めることができました.また柔軟な思考と粘り強い努力により,研究を円滑に進め ることができ,私も大いに助けられました.ときに語らう雑談は嬉しい気分転換となり ました.

廣田健治教授は,私が学部4年生時の卒業研究の指導教員として,塑性加工学の知識 と研究に対する姿勢を伝授していただきました.このとき鍛えていただいた思考力が修 士課程で支えとなってくれました.

加藤友規准教授と木野仁教授には、私の修士論文の副査を務めていただきました.

本学エレクトロニクス研究所の宋麗香氏には、イオンスパッタリング装置, SEM, 表 面粗さ計, 超音波洗浄器等の使用に関して, 多大なご指導をいただきました.

本学工作センターの飛松先生,平田先生には実験装置を製作していただきました.研 究の遂行に際し,装置の高い加工精度に幾度も助けられました. 本学ものづくりセンターの皆様には、自身で装置を作製する際、多くのご助言をいただきました.

電子情報工学科の田中秀司教授には、マイクロ片持ち梁やミラーに金コートを施す際、 多くのご助言とご指導をいただきました. 薄膜加工に関する技術を身に付けることがで きました. また、アニールに用いる電気炉も貸与していただきました.

情報工学科の郷六一生教授には,量子論に関する知識と研究へのご助言をいただきま した.本論文の指針を定めるきっかけとなりました.

そして、この2年間私を支え、応援してくれた家族、親族、親しい方々に心からの感謝を申し上げます。特に父と母は大学院進学を応援してくれ、私の学生生活を支えてくれました。本当に感謝しています。

また、ここには書ききれない多くの方の支えがあってこそ有意義な2年間となりました. この2年間で得たことは生涯の財産となることを確信しています. 河村教授をはじめ、お世話になりました全ての皆様、誠にありがとうございました.













カンチフバーホルダー

材料 アルミ合金A6063

25 J Ð 43 θ 2 2 2 20 . Ф <u>3.5</u> 14 Ţ. . 2 5 <u>2.5</u> 24 Ð 31



















X軸ステージ

TASB-251 Σ -225B-25



Ф

Ф

\$

۲

¢

•







ہ لجا

















z軸ステージ TASB-253 Σ -310B-25













光電子増倍管 (フォトマルチプライヤー)

出典:浜松ホトニクス株式会社 光電子増倍管技術資料

光電子増倍管(フォトマル)とは

光センサのなかでも極めて高 感度,高速応答な光検出器. 入ってきた光子1個を何万倍 もの電子に増倍することで微 小な光を検出する.

ノーベル物理学賞を受賞した ニュートリノに関する研究で も用いられている.





光電子増倍管の原理



- ① 光電面に入射された光子は、光電子に変換される.
- 光電子はダイノードに入り、ここで二次電子放出に よって増倍される.
- ③ 増倍された電子は陽極で収集され,出力信号となる.

光電面の分光感度特性

量子効率:光電面に入射する 光子数と,光電面から出る光 電子数の比(単位:%)

放射感度:ある波長において, 光電面からの電流を入射光量 のエネルギー(W)で割ったも の(単位:mA/W)→1[W]の 光が入るとX[mA]の電流が 流れる



使用するフォトマル(H10721-20) - 分光感度特性

マイクロバブルの計測に用い る光源は,半導体励起固体 レーザー(波長:532nm)

この波長では, H10721-20 の分光感度特性は低下しない



使用するフォトマル(H10721-20) - ゲイン特性

ゲイン:入力と出力の比

ゲインが大きいほど微小な光 を計測できる.CONTROL VOLTAGEを変えることでゲイ ンを調整できる.ただし,光 量が多く,ゲインが大きい場 合は,出力電圧が大きくなり 過ぎるため注意が必要.信号 を確認しながらゲインを最小 から大へ調整する.



使用するフォトマル-光センサユニット

注意!



使用するフォトマル-光センサユニット - 回路図



レイリー範囲を利用した微小ファブリ・ペロー干渉計の開発

Development of a micro Fabry-Pérot Interferometer using the Rayleigh range

福岡工大院工¹,福岡工大工² O辻家 祐介¹,鐘ヶ江 力¹,今井 秀和²,河村 良行^{1,2}

Grad. Sch. of Fukuoka Inst. of Tech.¹, Fukuoka Inst. of Tech.²

^OYusuke Tsujiie¹, Riki kanegae¹, Hidekazu Imai², Yoshiyuki Kawamura^{1,2}

E-mail: mcm16108@bene.fit.ac.jp

現在,微小な機械振動子は加速度計や振動ジ ャイロ,原子間力顕微鏡などの超精密計測器に 用いられている.一方で,機械振動子の熱振動 は計測器の計測限界を決定する重要な因子と なっている.本研究室では,原子間力顕微鏡に 用いられるマイクロ片持ち梁の熱振動の温度 冷却によらないフィードバック制振に関する 研究を行っている.これまでは,熱振動フィー ドバック制振の精密振動計測にマイケルソン 干渉計を用いてきた.一方で,近年の研究によ り計測系の持つフロアノイズが熱振動制振の 限界を決定する主たる要因となることが明ら かとなった.より高性能な制振を実現するため, 計測器の感度を向上させ,かつ信号とフロアノ イズの比(S/N)を上昇させる必要がある.

今回新たに,計測器の感度向上のため,マイ ケルソン干渉計より高フィネスのファブリ・ペ ロー(以下 FP)干渉計を用いてマイクロ片持ち 梁の熱振動の計測を行う.本研究では,計測系 を高感度化することで,熱振動の計測限界を向 上することを目的とする.

実験装置の概略を Fig. 1 に示す. FP 干渉計 は、ミラーと金コートを施したマイクロ片持ち 梁で構成される. 今回計測するマイクロ片持ち 梁は、長さ 240[µm], 幅 40[µm], 厚さ約 2.3[µ m], ばね定数約 2.5[N/m]であり, 材料は単結晶 シリコンである. 梁の先端に局所的にレーザー 光を当てるため、レンズを用いて集光した. 集 光による FP 干渉への影響を抑えるため,本研 究では球面波が平面波となるレイリー範囲内 でキャビティを構成した.変位に対する干渉光 量の変化が最大となるようにキャビティ長を 離調し,測定した干渉光量変化を FFT アナラ イザで周波数解析することにより,梁の熱振動 の計測を試みる.今回の実験における FP 干渉 特性を Fig.2 に示す.詳細な実験結果の紹介と 解析は発表に譲る.



Fig. 1 Measurement system for the thermal vibration of micro cantilever



微小ファブリ・ペロー干渉計の開発

Development of Micro Fabry-Pérot Interferometer 辻家 祐介¹, 鐘ヶ江 力¹, 今井 秀和², 河村 良行^{1.2} (1.福岡工大院, 2.福岡工大) Yusuke Tsujiie¹, Riki Kanegae¹, Hidekazu Imai², Yoshiyuki Kawamura^{1.2} (1. Grad. Sch. of Fukuoka Institute of Technology, 2. Fukuoka Institute of Technology) E-mail: mcm16108@bene.fit.ac.jp

1. 研究概要

現在,微小な機械振動子は加速度計や振動ジャイロ,原子間力顕微鏡などの超精密計測器に用いら れている.一方で,機械振動子の熱振動は計測器の高精度化を妨げる.本研究室では,原子間力顕微鏡 に用いられる微小片持ち梁の熱振動の温度冷却によらない制振に関する研究を行っている.これまで は,熱振動フィードバック制振の振動計測にマイケルソン干渉計を用いた.しかし,計測系の持つフロ アノイズが熱振動制振の限界を決定する主たる要因となることが明らかとなった.より高性能な制振 を実現するため,計測器の感度を向上させ,かつ信号とフロアノイズの比を上昇させる必要がある.計 測器の感度向上のために,マイケルソン干渉計より高フィネスのファブリ・ペロー(以降 FP)干渉計を 用いる.本研究では FP 干渉計を用いて高感度の熱振動の計測さらには,制振することを目的とする.

本研究で使用する微小片持ち梁は,長さ240[µm],幅40[µm],厚み約2.3[µm]であり,材料は単結晶シリコンである.また干渉計の光源には波長623.8[nm],出力約1[mW]のHe-Neレーザーを用いた.梁の微小振動を計測する手法として以下を考案した.集光したレーザー光を用いて,イオンスパッタによる金コートが施されたミラー基板と片持ち梁でFP干渉計を構成した.この設計構想を実現するため,集光およびイオンスパッタによるFP干渉への影響を調査する以下の予備実験を行った. 2.1 集光ビームによるFP干渉特性

実験の概略図を図1に示す. 今回の実験では, 焦点距離 150[mm]のレンズ及び, 一対の誘電体多 層膜ミラー(反射率:約60[%], 厚み:10[mm], 基板材料:合成石英)により構成された FP 干渉計を 用いた. この FP 干渉計のキャビティ部で, レーザー光が集光されるようにレンズ位置を調整する. FP 干渉計を回転させることでキャビティ長を変え, 透過による FP 干渉を観測した. 図2に, この結果 (Focusing)と比較の為に平行ビームを用いた場合の結果(Unfocusing)を示す. 実験結果より, 集光した 場合は集光しない場合と比べフィネスが極端に低下することが判明した. これはレンズと焦点との間 にミラー基板が在ることにより, 入射方向における光路長の変化が生じることが原因である. この影 響を抑えるため, 極力薄いミラー基板と, 焦点距離の長いレンズを用いることにした.

2.2 金コートミラーによる FP 干渉特性

実験の概略図を図3に示す.反射率約80[%],透過率約10[%]となるように金コートを施した厚み 5[mm]のミラー基板を用いて FP 干渉計を構成した.金によるレーザー光吸収率10[%]の場合の理論 値を図4-(A)に示す.また,実験結果を図4-(B)に示す.実験結果より,図2(Unfocusing)の誘電体多 層膜ミラーの結果と比べ,金によるレーザー光吸収により4割程度透過率の低下がみられたが,この 吸収はフィネスへ影響しないことが判明した.また,理論値と比較した場合,7割程度透過率の低下が みられるが、これは金コート表面における散乱やミラー基板表面での反射に原因があると考えられる.



ファブリ・ペロー干渉計によるマイクロ片持ち梁熱振動の計測

Thermal vibration measurement of a micro cantilever using Fabry-Pérot Interferometer 福岡工大院工¹,福岡工大工² [○]辻家 祐介¹,日野 史也²,丸林 真也²,河村 良行^{1,2} Grad. Sch. of Fukuoka Inst. of Tech.¹, Fukuoka Inst. of Tech.² [○]Yusuke Tsujiie¹, Fumiya Hino², Shinya Marubayashi², Yoshiyuki Kawamura^{1,2} E-mail: mcm16108@bene.fit.ac.jp

現在, 微小な機械振動子は加速度計や振動ジャイロ, 原子間力顕微鏡などの超精密計測器に 用いられている.一方で, 機械振動子の熱振動 は計測器の計測限界を決定する重要な因子と なっている.本研究室では, 原子間力顕微鏡に 用いられるマイクロ片持ち梁の温度冷却によ らない熱振動フィードバック制振に関する研 究を行っている.これまでは, 熱振動フィード バック制振の精密振動計測にマイケルソン干 渉計を用いてきた.一方で, 近年の研究により 計測系の持つノイズが熱振動制振の限界を決 定する主たる要因となることが明らかとなっ た.より高性能な制振を実現するため, 計測器 の感度, S/N を上昇させる必要がある.

今回,計測器の感度向上のため、マイケルソ ン干渉計より高フィネスのファブリ・ペロー (以下 FP)干渉計を用いてマイクロ片持ち梁の 熱振動の計測を行った.実験装置の概略を Fig. 1に示す. FP 干渉計は、 ミラーと金コートを施 したマイクロ片持ち梁で構成される.今回計測 するマイクロ片持ち梁は,長さ 240[μm],幅 40[µm], 厚さ約 2.3[µm], ばね定数約 2.5[N/m] であり、材料は単結晶シリコンである. 集光に よる FP 干渉への影響を抑えるため、球面波が 平面波となるレイリー範囲内でキャビティを 構成した.変位に対する干渉光量の変化が最大 となるようにキャビティ長を調整し, 測定した 干渉光量変化を周波数解析することで,梁の熱 振動のパワースペクトル密度(PSD)を計測した. 本実験の FP 干渉特性を Fig. 2 に,熱振動計測 結果 Fig.3 に示す.詳細な実験結果と解析は発 表に譲る.



Fig. 1 Measurement system of the thermal vibration.





ファブリ・ペロー干渉計によるマイクロ片持ち梁熱振動の計測

Thermal vibration measurement of a micro cantilever using Fabry-Pérot Interferometer [○]辻家 祐介¹, 日野 史也², 丸林 真也², 河村 良行^{1,2} (1.福岡工大院工, 2.福岡工大工) [○]Yusuke Tsujiie¹, Fumiya Hino², Shinya Marubayashi², Yoshiyuki Kawamura^{1,2}

(1 Grad. Sch. of Fukuoka Inst. of Tech., 2 Fukuoka Inst. of Tech.)

E-mail: mcm16108@bene.fit.ac.jp

現在, 微小な機械振動子は加速度計や振動ジャイロ, 原子間力顕微鏡などの超精密計測器に 用いられている.一方で, 機械振動子の熱振動 は計測器の計測限界を決定する重要な因子と なっている.本研究室では, 原子間力顕微鏡に 用いられるマイクロ片持ち梁の温度冷却によ らない熱振動フィードバック制振に関する研 究を行っている.これまでは, 熱振動フィード バック制振の精密振動計測にマイケルソン干 渉計を用いてきた.一方で, 近年の研究により 計測系の持つノイズが熱振動制振の限界を決 定する主たる要因となることが明らかとなっ た.より高性能な制振を実現するため, 計測器 の感度, S/N を上昇させる必要がある.

今回,計測器の感度向上のため、マイケルソ ン干渉計より高フィネスのファブリ・ペロー (以下 FP)干渉計を用いてマイクロ片持ち梁の 熱振動の計測を行った.実験装置の概略を Fig.1 に示す. FP 干渉計は、 ミラーと金コート を施したマイクロ片持ち梁で構成される.今回 計測するマイクロ片持ち梁は,長さ240[µm], 幅 40[µm], 厚さ約 2.3[µm], ばね定数約 2.5[N/m]であり、材料は単結晶シリコンである. 集光による FP 干渉への影響を抑えるため、球 面波が平面波となるレイリー範囲内でキャビ ティを構成した.変位に対する干渉光量の変化 が最大となるようにキャビティ長を調整し,測 定した干渉光量変化を周波数解析することで, 梁の熱振動のパワースペクトル密度(PSD)の計 測に成功した.本実験の FP 干渉特性を Fig.2 に、熱振動計測結果 Fig.3 に示す.詳細な実験 結果と解析は発表に譲る.



Fig. 1 Measurement system of the thermal vibration.



ファブリ・ペロー干渉計によるマイクロ片持ち梁熱振動の計測

Thermal vibration measurement of a micro cantilever using Fabry-Pérot Interferometer

O(学) 辻家 祐介(福岡工大院)(正) 河村 良行(福岡工大院)日野 史也(福岡工大) 丸林 真也(福岡工大)

Yusuke Tsujiie, Grad. Sch. of Fukuoka Inst. of Tech., 7-5-7 Miwadai, Higashi-ku, Fukuoka Yoshiyuki Kawamura, Grad. Sch. of Fukuoka Inst. of Tech, 3-30-1 Wajiro-higashi, Higashi-ku, Fukuoka Fumiya Hino, Fukuoka Inst. of Tech, 3-30-1 Wajiro-higashi, Higashi-ku, Fukuoka Shinya Marubayashi, Fukuoka Inst. of Tech, 3-30-1 Wajiro-higashi, Higashi-ku, Fukuoka

The ultimate target of our research is to measure the zero-point motion of microcantilever as a macroscopic object. In order to achieve the target, it is necessary to remove the thermal vibration which is the limit of measurement. Up to now, we have been using the Michelson interferometer for the feedback cooling of the thermal vibration of microcantilever. We decided to use Fabry-Pérot (FP) interferometer which has higher finesse to improve S/N, because the noise level of the detection system determines the limit of suppression of thermal vibration. We construct an FP interferometer with a mirror and a microcantilever which will be used for the measurement of the thermal vibration. We have succeeded in the measurement the thermal vibration of microcantilever and reducing the noise level about hundredfold using FP interferometer.

Key Words: Fabry-Pérot Interferometer, Micro cantilever, Thermal vibration, Zero-point motion, Feedback cooling

1. 緒 言

巨視的な物体における量子基底状態の零点振動は,熱振動 に埋もれているため,これまで計測が実現されていない.本 研究は,原子間力顕微鏡に用いられるマイクロ片持ち梁の熱 振動を,温度冷却によらないフィードバック制振を行うこと で取り除き,零点振動計測を実現することを最終的な目的と する.従来,熱振動フィードバック制振の微小振動の計測シ ステムにマイケルソン干渉計を用いてきた.一方で,近年の 研究により計測系の持つノイズレベルが熱振動制振の限界 を決定する主たる要因となることが明らかとなった⁽¹⁾.

より高性能な制振を実現するため、計測器の感度を向上さ せ、かつ信号とフロアノイズの比(S/N)を上昇させる必要があ る.計測器の感度向上のため、本研究ではマイケルソン干渉 計より高フィネスなファブリ・ペロー(以下 FP)干渉計を用い る.FP 干渉計を用いた微小振動の計測としてこれまで、光 ファイバーを用いた手法⁽²⁾⁽³⁾や超高反射率のミラーをマイク ロ片持ち梁に貼り付けて計測する手法⁽⁴⁾が報告されている. 一方でこれらの手法には、回折によるレーザー光の広がりが ある、ミラーの質量により梁のQ値に影響を及ぼす等の問題 がある.本研究はよりシンプルな構造で FP 干渉計を構成し、 高感度な熱振動の計測さらには制振することを目的とする.

2. ファブリ・ペロー干渉計

FP 干渉計は、平行な一対の半透ミラーによって構成される. 一対のミラー間(キャビティ)に入射したレーザー光は多 重反射し、反射の度に一部の光がミラーから透過する. これ ら透過光が多重に干渉し、光の明暗が先鋭に変化する. 二つ のミラーの反射率をそれぞれ*R*₁, *R*₂, キャビティ長をδとす ると、理論的なファブリ・ペロー干渉特性は、

$$R_{\rm i} = \frac{R_1 + R_2 - 2\sqrt{R_1R_2} + 4\sqrt{R_1R_2}\sin^2(\delta/2)}{1 + R_1R_2 - 2\sqrt{R_2R_2} + 4\sqrt{R_1R_2}\sin^2(\delta/2)}$$
(1)

となる.式(1)の計算結果を Fig.1 に示す.後述の通り,今回の実験では一対のミラーの反射率が異なる. Fig.1 より,反

射率が異なる場合,干渉特性は浅くなるが,干渉計の構成は 可能であることが確認された.

3. マイクロ片持ち梁の小型化に伴う零点振動振幅の増加 梁の理論的な熱振動平均振幅*x*_t,零点振動平均振幅*x*_aは,

$$\bar{x}_{\rm t} = \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{k}},\tag{2}$$

$$\bar{x}_{q} = \sqrt{\frac{2\omega_{0}\hbar}{k}}$$
(3)

となる.ここで、kは梁のばね定数、k_Bはボルツマン定数、 Tは熱浴の温度、ω₀は梁の固有角周波数、ħはディラック定数 である.市販のマイクロ片持ち梁の幅と長さを半分に小型化 することで固有振動数を高くした.これに伴い、理論的な平 均振幅の計算結果は Fig.2 のようになる.同時に、従来のマ イケルソン干渉計を用いた計測システムのノイズレベルも 示す.小型化に伴い、熱振動、零点振動ともに増加するが、 零点振動が大きな傾きを持つことが確認できる.制振限界で あるノイズレベルを、高感度な FP 干渉計を用いることで低



Fig. 1 Theoretical FP interferometric characteristics

[No.17-3] 日本機械学会第8回マイクロ・ナノエ学シンポジウム講演論文集 (2017.10.31-11.2,広島)



Fig. 2 Calculated mean amplitude as a function of length of microcantilever



Fig. 3 (A) Schematic diagram of pico-vibration measurement system using FP interferometor (B) SEM image of microcantilever

減し,熱振動を取り除き,さらに零点振動振幅を増加させる ことで,零点振動の計測を目指す.

4. 実験方法

FP 干渉計を用いた、マイクロ片持ち梁の微小振動計測シ ステムの概要を Fig.3(A)に示す.また,今回の実験の計測対 象であるマイクロ片持ち梁の SEM 像を Fig. 3 (B)に示す.マ イクロ片持ち梁は,長さ 140µm,幅 24µm,厚さ約 2.3µm で あり、材質は単結晶シリコンである.反射率85%の誘電体多 層膜ミラーと,反射率約90%のマイクロ片持ち梁の先端でFP 干渉計を構成することで、梁の熱振動を計測した.この際、 梁の先端に局所的にレーザー光を当てるため集光し、レイ リー範囲内でキャビティを構成した.干渉計の光源は、波長 632.8nm, 出力約 1mW の直線偏光シングルモード He-Ne レー ザーを用いた. 干渉光はアバランシェフォトディテクターに よって検出した.検出した信号を、フィードバック微分回路 に通すことで, 片持ち梁を支持する電歪素子の長さを, 干渉 光量の変化,つまり感度が最大となるように制御した.また, 感度が最大である信号をスペクトルアナライザで周波数解 析することで片持ち梁の熱振動を計測した. ここで、レンズ に入射するレーザー径は約 5mm, レンズの焦点距離は 120mm, 最小集光径は約 32µm, レイリー範囲は約 0.4mm で ある. またスペクトルアナライザの周波数分解能は 100Hz, 平均回数は 15 回で計測を行った.また,熱統計力学による エネルギー等分配の法則より求めた式(2)より,熱振動平均振 幅は約40pmであると予想される.また、今回の実験は大気 中で行った.



Fig. 5 Power spectral density of thermal vibration of microcantilever

5. 実験結果

本実験の FP 干渉特性を Fig. 4 に示す.干渉の先鋭さを表 すフィネスは 10.9 であった.最大感度は 0.12V/pm となり, 従来のマイケルソン干渉計の約 10 倍の感度を実現した. し かし、今回の干渉特性は下が0%についておらず、不完全な 干渉である.この原因として、梁の幅に対してレーザーの最 小集光径が大きいため,完全にレーザー光を利用できなかっ たことが考えられる. そのため, 実質的な梁の反射率R2が 60%のとき、式(1)の理論計算値と、実験値が最も一致した. この問題を解決することで、さらなる感度向上が期待できる. 上記 FP 干渉計を用いて計測したマイクロ片持ち梁の熱振 動のパワースペクトル密度(PSD)を Fig. 5 に示す. 今回の実 験は大気中で行ったため、Q値は約200であった. 梁の小型 化前の中心周波数は約70kHzであり,長さを約半分に加工し た今回の中心周波数は約4倍の276kHzとなった.また、今 回の計測感度は従来の約10倍であるため、PSD に換算した ノイズレベルが約100倍低減できたことが確認された.

6. 結 言

FP 干渉計を用いることで高感度な、マイクロ片持ち梁の 微小振動の計測に成功した. 高感度化に伴いノイズレベルが 低減し、零点振動計測へ近づくことができた.

- Y. Kawamura & R. Kanegae, Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level, Sci. Rep., 6 (2016), 1-5.
- C. H. Metzger, K. Karrai, Cavity cooling of a microlever, Nature, 432 (2004), 1002-1005.
- (3) M. Vogel, C. Mooser, and K. Karrai, Optically tunable mechanics of microlevers, Appl. Phys. Lett., 83 (2003), 1337-1339.
- (4) Dustin Kleckner & Dirk Bouwmeester, Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator, Nature, 444 (2006), 75-78.

機械振動子の量子的零点振動検出を目的とした マイクロファブリ・ペロー干渉計の開発

Development of the micro Fabry-Pérot interferometer aimed at measurement

of the quantum zero-point vibration of a mechanical oscillator

^O辻家 祐介^A, 日野 史也^B, 丸林 真也^B, 河村 良行^{A,B} (^A福岡工業大学大学院, ^B福岡工業大学)

^AYusuke TSUJIIE, ^BFumiya HINO, ^BShinaya MARUBAYASHI, ^{A, B}Yoshiyuki KAWAMURA

(^AGrad. Sch. of Fukuoka Inst. of Tech., ^BFukuoka Inst. of Tech.)

本研究は,原子間力顕微鏡に用いられるマイク ロ片持ち梁の熱振動を,冷却をせずに,機械的フ ィードバック制振を行うことで取り除き,量子的 零点振動計測を実現することを最終的な目的と する.近年の研究により計測系の持つノイズレベ ルが熱振動制振の限界を決定する主たる要因と なることが明らかとなった^{1),2)}.より高性能な制 振を実現するため,計測器の感度を向上させ,信 号とノイズの比(S/N)を上昇させる必要がある本 研究では従来用いてきたマイケルソン干渉計よ り高いフィネスを持つファブリ・ペロー(以下 FP) 干渉計を用いる. FP 干渉計を用いた微小振動の 計測としてこれまで, 光ファイバーを用いた手法 3)や超高反射率のミラーを梁に貼り付けて計測す る手法 4が報告されている.一方でこれらの手法 には、回折によるレーザー光の広がりがあること、 ミラーの質量により梁の Q 値に影響を及ぼすこ と等の問題がある.本研究はよりシンプルな構造 でマイクロ FP 干渉計を構成し、高感度な熱振動 の計測さらには制振することを目的とする.

FP 干渉計を用いた,マイクロ片持ち梁の微小 振動計測システムの概要を Fig.1 に示す.計測対 象であるマイクロ片持ち梁は,長さ 140µm,幅 24µm,厚さ約 2.3µm であり,材質は単結晶シリ コンである.梁と誘電体多層膜ミラーで FP 干渉 計を構成し,梁の微小振動を計測した.干渉計の 光源として,波長 632.8nm,出力約 1mW の直線 偏光シングルモード He-Ne レーザーを用いた. 梁の先端に局所的にレーザー光を当てるため,レ ンズを用いて集光し,キャビティがレイリー範囲 内に入るように調整した.感度が最大となるよう にキャビティ長を制御し,干渉光を周波数解析す ることで,梁の微小振動の検出を実現した.

本実験における FP 干渉特性を Fig. 2 に示す. 干渉の先鋭さを表すフィネスは約 11 であった. また,感度は 0.12V/pm となり,従来のマイケル ソン干渉計の約 10 倍の感度向上を達成すること ができた.また,本マイクロ FP 干渉計を用いて 計測した,マイクロ片持ち梁の熱振動のパワース ペクトル密度を Fig. 3 に示す.感度向上により, ノイズレベルが約 1/100 に低減された.



Fig. 3 Power spectral density of thermal vibration of microcantilever

- 1) Y. Kawamura & R. Kanegae, Sci. Rep., **6** (2016), 1-5.
- Y. Kawamura & R. Kanegae, Appl. Phys. Lett., 111 (2017), 133112
- 3) C. H. Metzger, K. Karrai, Nature, **432** (2004), 1002-1005.
- Dustin Kleckner & Dirk Bouwmeester, Nature, 444 (2006), 75-78.

レイリー範囲を利用した 微小ファブリ・ペロー干渉計の開発(2)

Development of a micro Fabry-Pérot interferometer using the Rayleigh range (2) 福岡工大院工¹, 福岡工大工²^O(M2) 辻家 祐介¹, 河村 良行^{1,2}, (B) 日野 史也², (B) 丸林 真也² Grad. Sch, of FIT¹, Fukuoka Inst. of Tech.², °Y. Tsujiie¹, Y. Kawamura^{1, 2}, F. Hino², S. Marubayashi² E-mail: mcm16108@bene.fit.ac.jp

本研究は,原子間力顕微鏡に用いられるマイ クロ片持ち梁の熱振動を,冷却をせずに,機械 的フィードバック制振を行うことで取り除き, 量子的零点振動計測を実現することを最終的 な目的とする.近年の研究により計測系の持つ ノイズレベルが熱振動制振の限界を決定する 主たる要因となることが明らかとなった¹⁾.よ り高性能な制振を実現するため,計測器の感度 を向上させ、S/Nを上昇させる必要がある.本 研究では従来用いてきたマイケルソン干渉計 より高い感度を持つファブリ・ペロー(以下 FP) 干渉計を用いる. FP 干渉計を用いた微小振動 の計測としてこれまで、光ファイバーを用いた 手法 3)や超高反射率のミラーを梁に貼り付け て計測する手法4が報告されている.一方でこ れらの手法には、回折によるレーザー光の広が りがあること,光学設計が複雑であること等の 問題がある.本研究はよりシンプルな構造でマ イクロ FP 干渉計を構成し、高感度な熱振動の 計測さらには制振することを目的とする.

FP 干渉計を用いた、マイクロ片持ち梁の微 小振動計測システムの概要を Fig.1 に示す.マ イクロ片持ち梁は,長さ140µm,幅24µm,厚 さ約 2.3µm であり,材質は単結晶シリコンであ る. 集光されたレーザー光が焦点付近で平面波 となるレイリー範囲内で,梁と誘電体多層膜ミ ラーで FP 干渉計を構成し、梁の微小振動を計 測した.本干渉計はキャビティの平面度やミラ ーの面精度の影響が少ないという特徴がある. 干渉計の光源として,波長 632.8nm,出力約 1mW の直線偏光シングルモード He-Ne レー ザーを用いた感度が最大となるようにキャビ ティ長を制御し,干渉光を周波数解析すること で,梁の微小振動の検出を実現した.

本実験におけるFP干渉特性をFig.2に示す. 干渉の先鋭さを表すフィネスは約26となり、 最大感度は約 0.2V/nm となった. また, 計測し たマイクロ片持ち梁の熱振動のパワースペク トル密度を Fig.3 に示す. 干渉計の高感度化に より, 期待した S/N の向上を実現し, ノイズレ ベルを従来の約1/100まで低減できた. 詳細な実験結果と解析は発表に譲る.



Fig. 1 Micro Fabry-Pérot Interferometer for the vibration measurement system.



Fig. 3 Power spectral density of thermal vibration of a microcantilever.

- Y. Kawamura & R. Kanegae, Sci. Rep., 6 (2016), 1-5. C. H. Metzger, K. Karrai, Nature, 432 (2004), 1002-1005. $\binom{1}{2}$
- Dustin Kleckner & Dirk Bouwmeester, Nature, 444 (2006), 75-78. 3)

Micro Fabry-Pérot Interferometer at Rayleigh Range

YUSUKE TSUJIIE,¹ YOSHIYUKI KAWAMURA^{1,*}

¹ Graduate School of Engineering, Fukuoka Institute of Technology, 3-30-1 Wajiro-higashi, Higashi-ku, Fukuoka 811-0295, Japan *Corresponding author: kawamura@fit.ac.jp

Received 07 February 2018; revised XX Month, XXXX; accepted XX Month XXXX; posted XX Month XXXX (Doc. ID XXXXX); published XX Month XXXX

The Fabry-Pérot interferometer is used in a variety of high-precision optical interferometry applications, such as gravitational wave detection. It is also used in various types of laser resonators to act as a narrow band filter. In addition, ultra-compact Fabry-Pérot interferometers are used in the optical resonators of semiconductor lasers and fiber-optic systems. In this work, we developed a microscale Fabry-Pérot interferometer that was constructed within the Rayleigh range of the optical focusing system. The high precision that is conventionally required for the optical parallelism and the surface accuracy of the mirrors was found to become unnecessary for this type of Fabry-Pérot interferometer when the beam cross-section was reduced. The interferometer was constructed using a gold-coated silicon microcantilever with reflectivity of 92% and a dielectric multilayer flat mirror with reflectivity of 85%. The focal spot size of the laser beam is 20 µm and the cavity length is approximately 20 µm. The finesse was measured to be approximately 26. The interferometric characteristics of the device were consistent with the theoretically calculated performance. The developed micro Fabry-Pérot interferometer has the potential to make a marked contribution to advances in optical measurements in various micro sensing system. © 2018 Optical Society of America

OCIS codes: (120.2230) Fabry-Perot, (120.3180) Interferometry.

http://dx.doi.org/10.1364/OL.99.099999

In this work, we have developed a micro Fabry-Pérot (FP) interferometer with high sensitivity to realize high-performance feedback damping of the thermal vibration of a silicon microcantilever that is intended for use in an atomic force microscope (AFM). FP interferometers have been used in various high-precision optical interferometry applications, such as gravitational wave detection [1]. To date, there have been many studies of normal-sized FP interferometers, [2, 3] but only a few studies have addressed smaller types of FP interferometers [4, 5].

There have been several studies of feedback cooling of the thermal vibration of microcantilevers [6-13]. Recent studies found that the measured signal-to-noise ratio determines the limits of the feedback cooling performance [6, 7, 12]. We used an FP

interferometer rather than a Michelson interferometer to improve the measurement sensitivity and thus increase the signal-to-noise ratio. In conventional FP interferometers, the polished end faces of optical fibers [10, 11] and micromirrors from the surface of a multilayer dielectric mirror [12, 13] formed by focused ion beam microfabrication have been used as cavity mirrors. However, use of these methods for the mirror has led to issues such as low finesse due to optical diffraction from the fiber output aperture and problems with the parallelism of the optical alignment and the interferometer, along with difficulties in the microfabrication process. In addition, these methods do not use the merits of the Rayleigh range. In this work, we have developed a micro FP interferometer that uses the optical merits of the Rayleigh range of the focal system to simplify the optical system and improve the interferometric performance. The interferometric characteristics of this FP interferometer show good agreement with the theoretically calculated performance.

Figure 1 shows the experimental system that was used to measure the interferometric characteristics of the micro FP interferometer. A He-Ne laser (wavelength of 632.8 nm; laser power of approximately 1 mW) was used as the light source for the



Fig. 1. Micro Fabry-Pérot interferometer for vibration measurement system. The PZT is a piezoelectric actuator, and the FFT analyzer is a fast Fourier transform analyzer.



Fig. 2. Scanning electron microscope image of the microcantilever.

interferometer. The micro FP interferometer is constructed using the gold-coated surface of a microcantilever and a dielectric multilayer flat mirror. We measured the vibration of a commercially available silicon microcantilever (OMCL-AC240TN, Olympus Corporation) that is intended for use in AFMs. Figure 2 shows a scanning electron microscope image of this microcantilever. The microcantilever's length, width, and thickness are 240 µm, 40 µm, and approximately 2.3 µm, respectively, and it is composed of single-crystal silicon. The natural oscillation frequency of the microcantilever is 77.6 kHz, and the catalog value of its spring constant is in the 1.6–3.5 N/m range. One single-side surface of the microcantilever was coated with gold to increase the laser reflectance using an ion-beam sputtering device that is commonly used for preprocessing before scanning electron microscope observation. The coating thickness was chosen to be as thin as possible while ensuring that sufficient reflectivity (92%) was obtained because reductions in both the natural oscillation frequency and the Q factor of the microcantilever were observed when a thick gold coating was used. The coating thickness was estimated to be approximately 25 nm based on the coating characteristic curve of the ion sputtering device. The other side of the FP interferometer is formed by the dielectric multilayer flat mirror. The optical flatness and reflectance of this mirror were $\lambda/10$ and 85%, respectively (where λ is wave length). The diameter and thickness of the mirror were 30 mm and 1 mm, respectively, A laser beam with a diameter of 4 mm was focused using a spherical lens, which has a focal length of 80 mm and an F number of 20. The focal spot size was calculated to be approximately 16 µm under the assumption of the diffraction limit. The Rayleigh range was estimated to be approximately 250 µm, and the cavity length was approximately 20 µm. The optical system was set in a vacuum chamber at a pressure of approximately 4×10⁻³ Pa. The interferometric signal was separated using a beam splitter and measured using an avalanche photodiode. The microcantilever was driven using a lead zirconate titanate (PZT) piezoelectric actuator. The signal was measured using an oscilloscope and a fast Fourier transform (FFT) analyzer.

We have studied the interferometric characteristics of an FP interferometer composed of a multilayer dielectric flat mirror and the surface of a microcantilever to measure the thermal vibration of the microcantilever. To allow the interferometer to be constructed locally at the microcantilever surface, the laser beam was focused using a biconvex spherical lens.

Figure 3 shows the Rayleigh range of the focusing optical system. In the vicinity of the focal point, the laser beam wavefronts are sufficiently flat to allow the FP interferometer to be constructed.



Fig. 3. Rayleigh range of the focusing optical system.



Fig. 4. Retroreflectivity comparison of the two types of optical reflecting system. (a) Standard FP interferometer. (b) Micro FP interferometer.

The Rayleigh range $l_{\rm L}$ is given by

$$l_{\rm L} = \lambda \left(\frac{f}{D}\right)^2,\tag{1}$$

where λ is the wavelength of the laser, *f* is the focal length and *D* is laser beam spot diameter on the lens.

Figure 4 shows a comparison of the retroreflectivity properties of the two types of optical reflecting systems when the mirrors of the FP interferometer are not located in parallel with each other; this behavior is caused by the retroreflective effect. In case (b), the optical axis of the reflected beam is oriented parallel to the optical axis of the incident beam by the retroreflective effect, which makes it possible for the two beams to interfere. Consequently, in the micro FP interferometer, the requirement for parallel orientation of a pair of mirrors is greatly reduced when compared with the normal-type FP interferometer.

The demand for optical flatness in the micro FP interferometer is also much weaker when compared with that for the normal-type FP interferometer because of the reduced cross-sectional area of the laser beam.

Another characteristic of the micro FP interferometer is that it has a large free spectral range because of its short cavity length.



Fig. 5. Interferometric reflectance R as a function of cavity length, calculated using eq. (2), for various values of R_2 .



Fig. 6. Calculated sensitivity for optimum FP design. The open circle represents the calculation for R_1 =0.85.

The reflectance values of the microcantilever and the dielectric multilayer mirror were 92% and 85%, respectively. The reflectance of the microcantilever differs from that of the mirror. For the FP interferometer that was constructed using a pair of mirrors with different reflectances, the theoretical interferometric reflectance R was calculated to be

$$R = \frac{R_1 + R_2 - 2\sqrt{R_1R_2} + 4\sqrt{R_1R_2}\sin^2(\delta/2)}{1 + R_1R_2 - 2\sqrt{R_2R_2} + 4\sqrt{R_1R_2}\sin^2(\delta/2)},$$
 (2)

where R_1 and R_2 are the reflectances of the multilayer mirror and of the microcantilever, respectively ⁽¹⁴⁾. δ is the phase shift of each transmitted light wave due to the change in the cavity length L_c and is given by $\delta = 4\pi L_c/\lambda$. Figure 5 shows the interferometric reflectance R as a function of the cavity length, as calculated using eq. (2) for various values of R_2 . The minimum interferometric reflectance could not be 0% when R_1 and R_2 differ from each other. In the case where $R_1 = R_2$, the minimum reflectance is 0%. In the case where $R_1 > R_2$, the minimum reflectance increases as R_1 decreases.



Fig. 7. FP interferometric characteristics of the micro FP interferometer. The gray solid line shows the curve that was calculated theoretically using eq. (2). R_1 and R_2 are 0.85 and 0.92, respectively.



Fig. 8. Power spectral density of the thermal vibration of the microcantilever. The solid line curve was fitted using a Lorentzian function.

Figure 6 shows the relative maximum sensitivity of the FP interferometer as a function of R_1 when $R_2 = 0.92$, where the slope of the interferometric curve is maximized. The sensitivity reached a maximum value at $R_1 = 0.97$ (i.e., not at $R_1 = 0.92$).For the various values of R_2 , the maximum value of the sensitivity for R_2 differed from that for R_1 and was located between R_2 and 1. The open circle in Fig. 6 is related to the experimental conditions (where $R_1 = 0.85$).

Figure 7 shows the reflectance of the micro FP interferometer as a function of cavity length. R_1 and R_2 were 0.85 and 0.92, respectively. The FP interferometric characteristics were measured by varying the length of the PZT actuator. The gray solid line indicates the theoretical calculation results obtained using eq. (2). The blue solid circles are the experimental results, which showed good agreement with the values on the theoretically calculated curve. Scale fitting was only performed for the horizontal scale. The finesse of the interferometer was measured to be 26. Figure 8 shows the FFT signal of the thermal vibration of the microcantilever, which is used as one of the mirrors of the micro FP interferometer, at maximum sensitivity. The frequency resolution of the FFT analyzer is 0.5 Hz. The data are averaged over 1000 measurements. The gray solid line is fitted to the experimental results using a Lorentzian curve. The quality factor Q was measured to be approximately 2000. The thermal vibration amplitude was approximately 5 pm.

We have developed a micro Fabry-Pérot interferometer that is constructed within the Rayleigh range of the optical focusing system and demonstrated that the interferometric characteristics of this interferometer were consistent with the theoretically calculated characteristics. The conventional high precision required for the optical parallelism and the surface accuracy of the mirrors was found to become unnecessary for the micro FP interferometer when the beam's cross-section was reduced. We believe that the proposed micro FP interferometer has the potential to make a marked contribution to advances in optical measurements in various micro sensing system.

References

- 1. G. M. Harry, "Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors", *Class. Quantum Grav.*, **27**, pp. 084006-1-12, (2010)
- T. Sakane, "An actively mode-locked TEA CO2 laser with multiline output", Opt. Commun., 12, pp. 21-23, (1974)
- Y. Kawamura, M. Sakajiri, M. Matoba, S. Nakai, C. Yamanaka, "Stable subnanosecond modelock multiline tea CO2 laser controlled by a NaCl etalon", *Opt. Commun.*, **31**, pp. 178-180, (1979)
- K. A. Murphy, M. F. Gunther, A. M. Vengsarkar, R. O. Claus, "Quadrature phase-shifted, extrinsic Fabry–Perot optical fiber sensors", *Opt. Lett.*, 16, pp. 273-275, (1991)
- A. Wada, S. Tanaka, N. Takahashi, "Fast and high-resolution simultaneous measurement of temperature and strain using a Fabry-Perot interferometer in polarization-maintaining fiber with laser diodes", J. Lightwave Technol., PP, pp. 1-6, (2017)
- M. Poggio, C. L. Degen, H. J. Mamin, D. Rugar, "Feedback Cooling of a Cantilever's Fundamental Mode below 5 mK", *Phys. Rev. Lett.*, **99**, pp. 017201-1-4, (2007)
- Y. Kawamura & R. Kanegae, "Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level", *Sci. Rep.*, 6, pp. 1-5, (2016).
- Y. Kawamura & R. Kanegae, "Mode-selective control of thermal Brownian vibration of micro-resonator (Generation of a thermal noequilibrium state by mechanical feedback control)", *Appl. Phys. Lett.*, **111**, 133112, (2017).
- H. Okamoto, et al, "Cavity-less on-chip optomechanics using excitonic transitions in semiconductor heterostructures", *Nat. Commun.*, 6, pp. 1-6, (2015).
- C. H. Metzger, K. Karrai, "Cavity cooling of a microlever", *Nature*, 432, pp. 1002-1005, (2004).
- M. Vogel, C. Mooser, and K. Karrai, "Optically tunable mechanics of microlevers", *Appl. Phys. Lett.*, 83, pp. 1337-1339, (2003).
- 12. Dustin Kleckner & Dirk Bouwmeester, "Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator", *Nature*, **444**, pp. 75-78, (2006).
- S. Gigan, H. R. Böhm, M. Paternostro, F. Blaser, G. Langer, J. B. Hertzberg, K. C. Schwab, D. Bäuerle, M. Aspelmeyer & A. Zeilinger, "Self-cooling of a micromirror by radiation pressure", *Nature*, 444, pp. 67–70, (2006).

N. Ismail, C. C. Kores, D. Geskus, M. Pollnau, "Fabry-Pérot resonator: spectral line shapes, generic and related Airy distributions, linewidths, finesses, and performance at low or frequency-dependent reflectivity", *Opt. Express*, **24**, pp. 16366-16389, (2016)

Time domain analysis of the feedback cooling process of thermal vibration of a silicon microcantilever

Riki Kanegae, Yusuke Tsujiie, and Yoshiyuki Kawamura Graduate School of Engineering, Fukuoka Institute of Technology, 3-30-1 Wajirohigashi, Higashi-ku, Fukuoka 811-0295 Japan Email: kawamura@fit.ac.jp

Thermal vibration determines the ultimate limit for measurement accuracy of precision measuring instruments that use various types of micromechanical resonators. Research on cooling by mechanical feedback using external force has been actively conducted in recent years. To date, research on microcantilever cooling by mechanical feedback control has been performed in the frequency domain rather than the time domain. In this study, we measured cooling response characteristics and conducted detailed theoretical analysis of the feedback cooling of the thermal vibration of a microcantilever in the time domain. We performed theoretical calculations of cooling time constants, which agreed well with the experimental results.

Recent advances in microelectromechanical systems have led to various micro-oscillators, such as silicon cantilevers and quartz oscillators, being used in precision measuring instruments like vibration gyros, micro-accelerometers, and probe microscopes. The measurement resolution of these devices is limited by thermal vibration induced by Brownian motion of their mechanical resonators. However, there have been few studies on suppressing the thermal vibration of micromechanical structures down to the limit of the measurement system.

The most common way to completely remove the thermal vibration of a resonator is to decrease its temperature to the quantum ground state (0 K). Another approach is to mechanically suppress its amplitude. In previous studies, thermal vibration has been suppressed by active control [1-6] and passive control [7-10]. Optical cooling is a mainstream process in which radiation pressure is applied externally, which causes the temperature of the cantilever to increase and may induce a Knudsen force, making the dynamical analysis complex. In the case of mechanical cooling using inertial force, the temperature of the cantilever does not increase and no Knudsen force is induced, which simplifies the dynamical analysis. In these studies, cooling was performed to improve the accuracy of ultrahigh sensitivity measurements. In previous studies [11-13], silicon microcantilevers were used as a typical microresonator and analyzed in the frequency domain rather than the time domain. In this research, we develop an experimental system to measure the cooling process of thermal vibration of a microcantilever in the time domain and clarify the characteristics of the cooling process.

Figure 1(a) shows a schematic of the measurement system for cooling and recovering time by feedback control of thermal vibration of a silicon microcantilever. We used a single-crystal silicon microcantilever as the resonator, as shown in Fig. 1(b), which had a length, width, and thickness of 240, 40, and 2.3 μ m, respectively. The spring constant k of the microcantilever was 2 N/m. The measured

resonance frequency f_0 of the microcantilever was 55.6 kHz. The calculated equivalent mass was 6.7×10^{-12} kg. The measured quality factor Q was 3000 in vacuum. The microcantilever was mounted on a single-layer piezoelectric actuator. To change the feedback loop gain g, the applied voltage to a lead zirconate titanate (PZT) actuator was divided with a variable capacitor to be free from phase delay, which is expected when using a resistor. The thermal vibration of the microcantilever was measured by a Fabry-Pérot interferometer. The light source for the interferometer was a He-Ne laser (0.1 mW, 632.8 nm). Fabry-Pérot interferometer is constructed with gold-coated surface of a microcantilever and a dielectric multilayer flat mirror at Rayleigh range of focal system. Reflectance of a microcantilever and dielectric multilayer mirror is 0.92 and 0.85, respectively. The measurement system was placed in a vacuum chamber held at 4×10^{-3} Pa using an oil diffusion pump, which avoided the high-frequency vibration noise expected from a molecular turbo pump. To obtain seismic isolation, the system was placed on gel pads, and the optical system in the vacuum chamber was further isolated using double-layer rubber pads. These measurements were performed at room temperature (300 K).

The output signal $(x + x_n)$ was sent to the PZT actuator via a band-pass filter whose width was approximately 10 kHz, where x and x_n are the vibration amplitudes of the cantilever and noise signal, respectively. Because it was a single layer-type PZT actuator, the cutoff frequency was sufficiently higher than the cooling frequency of the cantilever, so there was no delay. To obtain a sinusoidal function, the band-pass filter was adjusted to delay the phase of the output signal φ by 90° at the resonance frequency of the cantilever. The output signal, after being attenuated by capacity division, was applied to the PZT actuator. We defined g as the ratio between the displacements of the PZT actuator and cantilever. The motion of the PZT actuator applied inertial force to the cantilever. The inertial force decreased or increased the vibration amplitude of the cantilever depending on the phase delay φ . The thermal vibration signal, measured with a photodetector, was analyzed using a fast Fourier transform. The low-frequency component (less than 6 Hz) of the output signal was used to achieve feedback control of the thermal drift of the Michelson interferometer. The control signal was repeated during ON/OFF cooling cycles by using a relay circuit, through which it was fed back to the PZT actuator. The cooling response characteristics at the resonant frequency of the microcantilever and the recovery response characteristics from the cooling state were measured by a synchronized oscilloscope. The response characteristics were measured by triggering the thermal vibration signal output by a lock-in amplifier with a switching signal created by the function generator. The experimental data were averaged over 2048 measurements and ON/OFF cycling was repeated at 2.1 Hz.

The theoretical value of the thermal vibration amplitude $\langle x_t \rangle$ of the silicon microcantilever using the equipartition theorem of energy is

$$\langle x_{\rm t} \rangle = \sqrt{\frac{k_{\rm B}T}{k}} , \qquad (1)$$

where $k_{\rm B}$ and T are the Boltzmann constant and temperature, respectively. In this study, $\langle x_{\rm t} \rangle$ was 45 pm, which was calculated using k = 2 N/m and T = 300 K.

The cantilever can be modeled using a simple spring-mass system, as shown in Fig. 2. The equation of motion of the cantilever is

$$f(t) = m\ddot{x}(t) + m\ddot{y}(t) + \mu\dot{x}(t) + kx(t),$$
(2)

where f(t) is the Langevin force, which induces the thermal motion of the cantilever; x(t) and y(t) are the vibration amplitudes of the cantilever and PZT actuator, respectively; and m, μ , and k are the equivalent mass, damping factor, and spring constant, respectively.

As shown in Fig. 2, $y(t) = g\left(x_{\Delta\varphi}(t) + x_{n\Delta\varphi}(t)\right)$, where $x_{\Delta\varphi}(t)$ is the thermal vibration amplitude of the cantilever and $x_{n\Delta\varphi}(t)$ is the detector noise of the measurement system. The phases of $x_{\Delta\varphi}(t)$ and $x_{n\Delta\varphi}(t)$ are delayed by 90° at the resonance frequency of the cantilever, when they pass through the band-pass filter. Here, y(t) was not considered, because it is much smaller than $x(t) + x_n(t)$ in a feedback loop with such a high Q.

Substituting $f(t) = \hat{f}(\omega)e^{j\omega t}$, $x(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\omega t}$, $x_{\Delta\varphi}(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$, and $x_{n\Delta\varphi}(t) = \hat{x}_n(\omega)e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$ into eq. (2), the actual complex amplitudes $\hat{x}(\omega)$ are given by

$$\hat{x}(\omega) = \frac{\frac{\hat{f}(\omega)}{m} - jg\omega^2 \hat{x}_n(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + j\left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} , \qquad (3)$$

where ω_0 is the resonance frequency. μ and k are expressed as $\mu = m\omega_0/Q$ and $k = m\omega_0$, respectively, and $\hat{f}(\omega)$, $\hat{x}(\omega)$, and $\hat{x}_n(\omega)$ are complex amplitudes including the phases of the signal. In this calculation, we assumed that there was no correlation between the force $\hat{f}(\omega)$ and random noise $\hat{x}_n(\omega)$.

The measured signal inherently includes the noise signal, and it is expressed as the sum of the actual signal and noise signal [1] as

$$\hat{x}(\omega) + \hat{x}_{n}(\omega) = \frac{\frac{\hat{f}(\omega)}{m} + \left[(\omega_{0}^{2} + \omega^{2}) + j\frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right]\hat{x}_{n}(\omega)}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + j\left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}} .$$
(4)

From eq. (3) and (4), the actual power spectral density is given by
$$\begin{aligned} |\hat{x}(\omega)|^{2} &= \left[\frac{\frac{1}{m^{2}}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q})^{2}} \right] |\hat{f}(\omega)|^{2} \\ &+ \left[\frac{g^{2}\omega^{4}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + (g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q})^{2}} \right] |\hat{x}_{n}(\omega)|^{2}, \end{aligned}$$
(5)

and the measured power spectral density is given by

$$\begin{aligned} |\hat{x}(\omega) + \hat{x}_{n}(\omega)|^{2} &= \left[\frac{\frac{1}{m^{2}}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + \left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}} \right] |\hat{f}(\omega)|^{2} \\ &+ \left[\frac{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + \left(\frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}}{(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})^{2} + \left(g\omega^{2} + \frac{\omega_{0}\omega}{Q}\right)^{2}} \right] |\hat{x}_{n}(\omega)|^{2} . \end{aligned}$$
(6)

According to eq. (5), the damping (cooling) time was derived as follows. In this experiment, the second term on the right side of eq. (5) was sufficiently small because the gain was of the order of 10^{-4} , which can be ignored. ω_+ and ω_- ($\omega_+ > \omega_-$) are the ω that determine the full width at half maximum (FWHM) of the power spectrum of the cantilever. Considering ω_+ , the second term on the right side of eq. (5) becomes

$$(\omega_0^2 - \omega_+^2) = \left(g\omega_+^2 + \frac{\omega_0\omega_+}{Q}\right)$$
$$\simeq \left(g\omega_0^2 + \frac{\omega_0^2}{Q}\right) \quad (\omega_0 \simeq \omega_+) \quad , \tag{7}$$

and ω_+ is given by

$$\omega_{+} = \omega_{0} \sqrt{1 + g + \frac{1}{Q}}$$
$$\simeq \omega_{0} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(g + \frac{1}{Q} \right) \right\} \left(g, \frac{1}{Q} \ll 1 \right) . \tag{8}$$

Similarly, ω_{-} is given by

$$\omega_{-} = \omega_{0} \sqrt{1 - g + \frac{1}{Q}}$$
$$\simeq \omega_{0} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(g + \frac{1}{Q} \right) \right\} \left(g, \frac{1}{Q} \ll 1 \right) . \tag{9}$$

Consequently, the FWHM $\Delta \omega$ is given by

$$\Delta \omega = \omega_{+} - \omega_{-}$$

$$\simeq \frac{1}{\tau_{0}} (gQ + 1) \left(\tau_{0} = \frac{Q}{\omega_{0}} (\simeq 36 \text{ ms}) \right). \quad (10)$$

Therefore, the damping time τ of the microcantilever is given by

$$\tau = \frac{1}{\Delta\omega} = \frac{\tau_0}{gQ+1} \ . \tag{11}$$

Figure 3(a), (b) and (c) how the temporal response of the thermal vibration control. The solid lines in Fig. 3 are the experimental results at $g = 7.1 \times 10^{-5}$, 7.1×10^{-4} and 8.9×10^{-2} , respectively. Here, the cooling ratio is defined as the ratio of the vibration amplitudes without and with feedback control. Figure 3(a) displays the temporal response of cooling of the thermal vibration measured at the resonance frequency ($\omega = \omega_0$) at $g = 7.1 \times 10^{-5}$. Here, the measured cooling response time τ_c was 45 ms. Figure 3 (b) illustrates the temporal response of cooling of the thermal vibration measured at the resonance frequency at $g = 7.1 \times 10^{-4}$. Here, τ_c was 11 ms. Figure 3 (c) illustrates the temporal response of cooling of the thermal vibration measured at the resonance frequency at $g = 8.9 \times 10^{-2}$. Here, τ_c was 150 µs. All cooling responses decreased exponentially over time.

In Fig. 4, cooling time responses are plotted with the theoretical curve for three deferent quality factor obtained from eq. (11). The experimental results are roughly in agreement with the theoretical curve. We think that the discrepancies between the experimental results and theoretical curve are caused by the difficultly in accurately determining the loop gain.

Figure 5 shows a typical recovery response from the cooled state to the room-temperature state. The dotted exponential line is the theoretical calculation, which was determined using the natural damping constant $\tau_0 = Q/\omega_0$ (54 ms at Q = 3000). The measured recovering response time τ_r was approximately 6 ms. The measured recovery time was about ten time larger than the theoretical calculation based on the classical dynamics.

In conclusions, we measured cooling response characteristics and conducted detailed theoretical analysis of the feedback cooling of the thermal vibration of a microcantilever in the time domain. We performed theoretical calculations of cooling time constants, which agreed well with the experimental results. The measured recovery time was not in agreement with the theoretical calculation based on the classical dynamics and about ten times larger than it.



Fig. 1 Experimental setup. (a) Schematic of the system used to measure cooling and recovering time by feedback control of thermal vibration of a silicon microcantilever. (b) SEM image of the single-crystal silicon microcantilever.



Fig. 2 Simplified model of the vibration system used to control the silicon microcantilever motion.



Fig. 3 Temporal responses of the feedback control (cooling). (a) Cooling ratio at $g = 7.1 \times 10^{-5}$. (b) Cooling ratio at $g = 7.1 \times 10^{-4}$. (c) Cooling ratio at $g = 8.9 \times 10^{-2}$.



Fig. 4 Relationship between gain and cooling response. The solid line is the theoretical curve determined from eq. (11).



Fig. 5 Temporal response of the feedback control (recovery). The dashed line is the theoretical recovery time assuming the natural time constant τ_0 (54 ms) of the cantilever ($R_r = 1 - e^{-t/\tau_0}$).

References

[1] M. Poggio, C. L. Degen, H. J. Mamin and D. Rugar, Feedback Cooling of a Cantilever's Fundamental Mode below 5 mK, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 017201-4 (2007).

[2] Y. Kawamura and R. Kanegae, Feedback damping of a microcantilever at room temperature to the minimum vibration amplitude limited by the noise level, *Sci. Rep.*, **6**, 1 (2016).

[3] O. Arcizet, P. F. Cohadon, T. Briant, M. Pinard and A. Heidmann, Radiationpressure cooling and optomechanical instability of a micromirror, *Nature*, **444**, 71 (2006).

[4] D. KlecKner and D. Bouwmeester, Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator, *Nature*, **444**, 75 (2006).

[5] D. KlecKner, W. Marshall, M. J. A. de Dood, KN. Dinyari, B. J. Pors, W. T. M. Irvine and D. Bouwmeester, High Finesse Opto-Mechanical Cavity with a Movable Thirty-Micron-Size Mirror, *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 173901-1 (2006).

[6] A. Vinante, M. Bignotto, M. Bonaldi, M. Cerdonio, L. Conti, P. Falferi, N. Liguori, S. Longo, R. Mezzena, A. Ortolan, G. A. Prodi, F. Salemi, L. Taffarello, G. Vedovato, S. Vitale, and J.P. Zendri, Feedback Cooling of the Normal Modes of a Massive Electromechanical System to Submillikelvin Temperature, *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 033601-1 (2008).

[7] H. Okamoto, T. Watanabe, R. Ohta, K. Onomitsu, H. Gotoh, T. Sogawa and H. Yamaguchi, Cavity-less on-chip optomechanics using excitonic transitions in semiconductor heterostructures, *Nat. Commun.*, **6**, 1 (2015).

[8] M. Vogel, C. Mooser, K. Karrai, and R. J. Warburton, Optically tunable mechanics of microlevers, *Appl. Phys. Lett.*, **83**, 1337 (2003).

[9] S. Gigan et al., Self-cooling of a micromirror by radiation pressure, *Nature*, **444**, 67 (2006).

[10] C. H. Metzger and K. Karrai, Cavity cooling of a microlever, *Nature*, **432**, 1002 (2004).

[11] K. C. Schwab and M. L. Roukes, Putting Mechanics into Quantum Mechanics, *Pyhs. Today*, **58**, 36 (2005).

[12] A. D. O'Connell et al., Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator, *Nature*, **464**, 697 (2010).

[13] F. Marquardt, J. P. Chen, A. A. Clerk, and S. M. Girvin, Quantum Theory of Cavity-Assisted Sideband Cooling of Mechanical Motion, *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 093902-1 (2007).

[14] J. Yang, T. Ono and M. Esashi, Surface effects and high quality factors in ultrathin single-crystal silicon cantilevers, *Appl. Phys. Lett.*, **77**, 3860 (2000).

[15] S. Bianco, M. Cocuzza, S. Ferrero, E. Giuri, G. Piacenza, C. F. Pirri, J. Vac. Silicon resonant microcantilevers for absolute pressure measurement, *Sci. Technol.*, B **24**, 1 (2006).

スパッタリング時間とミラーの光学特性の関係

マイクロ片持ち梁に金コートを施すため、イオンスパッタリング時間とミラーの光学 特性の関係について予備調査した.光学顕微鏡で試料を観察する際に使用するカバーガ ラスで試験を行った.スパッタリング加工条件は、放電流25 mA,加工容器内真空度5 Pa である. 試験結果を図 11.1 に示す.スパッタリング時間の増加に伴い、反射率(R)は向 上し、透過率(T)は低下した.また、損失率(1-(R+T))はスパッタリング時間の増加 に伴い減少した.



図 11.1 スパッタリングとミラーの光学特性