

平成 30 年度 卒業論文

微小シリコン片持ち梁の  
熱振動制振の高度化

指導教員 河村良行 教授

福岡工業大学工学部知能機械工学科  
15E2030 小倉亜利紗

# 目次

第1章 緒言	1
第2章 本研究で使用了装置と原理	
2.1 微小シリコン片持ち梁	2
2.2 オシロスコープ	3
2.3 FFT アナライザ	3
2.4 スペクトルアナライザ	4
2.5 ロックインアンプ	5
2.6 ファンクションジェネレータ	5
2.7 安定化回路, 反転バッファ回路	6
2.8 He-Ne レーザ装置	7
2.9 可変アテネータ	7
2.10 ロータリーポンプ	8
2.11 油拡散ポンプ	9
2.12 ピラニ真空計	9
2.13 電離真空計	10
第3章 ファブリペロー干渉計による熱振動計測	
3.1 ファブリペロー干渉計	11
3.2 梁の熱振動計測	
3.2.1 レイリー範囲における FP 干渉計の構築	13
3.2.2 FP 干渉計による熱振動計測システム	15
3.2.3 理論的な梁の熱振幅	16

第4章 熱歪み力	
4.1 キャビティ加熱キャビティ冷却	17
4.2 熱歪み力理論解析	
4.2.1 熱歪み力理論解析	18
4.2.2 キャビティ冷却の制振実験	22
第5章 小型化した微小片持ち梁のキャビティ冷却による熱振動制振	
5.1 小型化した微小片持ち梁	23
5.2 小型化した微小片持ち梁の理論計算	24
5.3 スペクトルアナライザを用いた熱振動振幅の計測	25
5.4 ロックインアンプを用いて自作したFFTアナライザ	27
5.5 自作したFFTアナライザを用いた熱振動振幅の計測	28
5.6 高周波数域の信号の計測方法の確立	30
5.7 小型化した梁を用いたハイブリット実験	30
第6章 結言	33
参考文献	34
謝辞	35
付録	36

# 第 1 章

## 緒言

近年、精密計測機器はますます高度化しており、多くの科学や技術の発展に寄与している。その中には、原子間力顕微鏡や振動ジャイロといった、機械振動子を用いている計測機器も含まれている。その機械振動子は、振動子の温度できまる微小な振動をしている。その微小な振動の事を熱振動という。精密振動計測においてはこの熱振動がノイズとなって計測の限界を決める 1 つの要因となる。この熱振動を極限まで抑えることで、将来的に精密振動計測のさらなる進化が期待できると考える。

本研究の最終的な目標は、微小片持ち梁のもつ熱振動の制振限界を極める事である。熱振動を抑える方法としては、昨年は外力により梁の振動を抑制する方法を用いている。具体的に言うと、梁の土台に取り付けた PZT すなわち電歪素子により、梁の振動を打ち消す慣性力を生じさせ、梁の制振を行うというものである。

今年度は昨年とは異なり内力、具体的にレーザー照射によって発生する熱歪み力により梁の振動を抑制する方法と微小片持ち梁を小型化する方法でさらなる熱振動制振を目指した。

## 第 2 章

### 本研究で使用した装置と原理

#### 2.1 微小シリコン片持ち梁

本研究で用いたマイクロ単結晶シリコン片持ち梁(OLYMPUS 社製 OMCL-AC240TN-C3)の SEM 像を図 2.1 に示す。寸法はカタログ値より、長さ 240[ $\mu\text{m}$ ]、幅 40[ $\mu\text{m}$ ]、厚さ 2.3[ $\mu\text{m}$ ]、材質は単結晶シリコンである。ばね定数は約 2[N/m]、固有振動数は 60.0~90.0[kHz]と個体差がある。本研究では、梁表面のレーザー反射率を上げるため、後述するイオンスパッタ装置(日立製作所製、型番：E-1010)により、梁表面に金コートを実施してある。

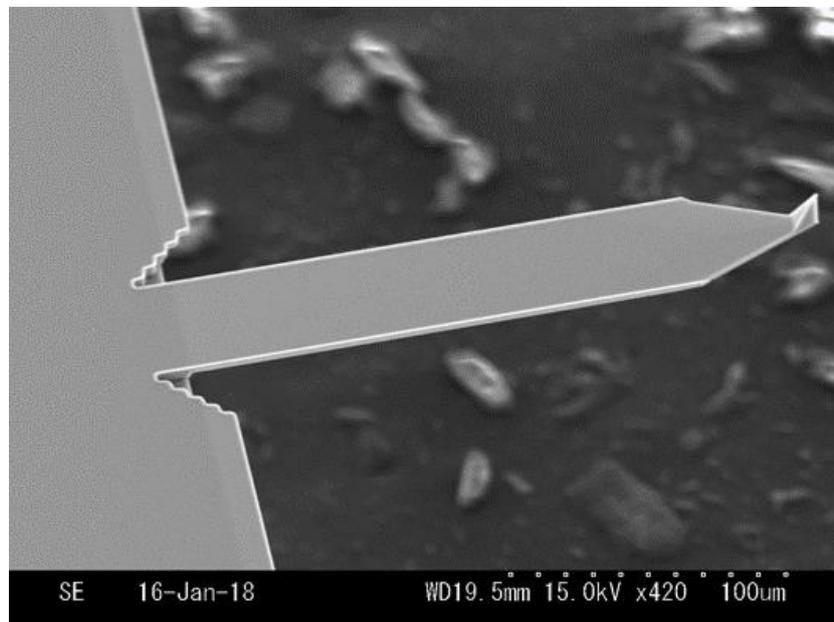


図 2.1 マイクロ単結晶シリコン片持ち梁

イオンスパッタ装置(日立製作所製、型番：E-1010 は最も多く使われているコーティング装置の一つで、コーティングしたい金属を陰極として約 6~7[Pa]の低真空中で放電させると、生成されたプラスイオンが陰極に入射して、金属をスパッタする。スパッタされた金属は試料の表面にコーティングされる。本研究では、放電流約 25[mA]、加工容器内真空度約 5~6[Pa]、成膜時間 180[s]の成膜条件のもとスパッタを行い、梁表面に金コートを実施した。

## 2.2. オシロスコープ

オシロスコープの外観を図 2.2 に示す。オシロスコープは、目には見えない時間の経過と共に電気信号（電圧）が変化していく様子をリアルタイムで観測することのできる計測機器であり、基本的に測定画面の縦軸を電圧、横軸を時間として入力された信号の波形を出力する。本研究では主に、干渉計の干渉特性を確認する際や感度調整を行う際に用いている。



図 2.2 オシロスコープ

## 2.3 FFT アナライザ

高速フーリエ変換器(FFT アナライザ, Fast Fourier Transform, 小野測器 社製 CF-9400 以後, FFT)の外観を図 2.3 に示す。FFT は、入力された信号に含まれる複雑な波形を複数の単純な  $\sin$  波と  $\cos$  波として扱い、入力された波形を適当な時間分で区切る。その波形が無限に繰り返される信号として仮定し、フーリエ変換を行うことで周波数解析を行う。計測画面では、縦軸を周波数成分の大きさを表すスペクトル、横軸を周波数として解析を行う。本研究では、後述する干渉光の電圧信号を FFT に入

力し，周波数解析することにより，梁の持つ熱振動を計測した．測定できる最小の単位あたりを指す周波数分解能は，125[Hz]～125[μHz]と広範囲に設定できる．



図 2.3 FFT アナライザ

## 2.4 スペクトルアナライザ

スペクトルアナライザを図 2.4 に示す．スペクトルアナライザは，数 10[kHz]～5 [GHz]までの高い周波数のスペクトルを計測できる．横軸の周波数分解能は，最大で 10[Hz]である．基本的に横軸は周波数，縦軸が分解能当たりの電圧を示す．高周波数での計測を行うため入力抵抗が 50[Ω]である．



図 2.4 スペクトラムアナライザ

## 2.5 ロックインアンプ

ロックインアンプ(エヌエフ回路設計ブロック 社製 LI5655)の外観を図 2.5 に示す。ロックインアンプは、参照となる信号を内部で同期させることにより、雑音に埋もれた信号の中から、特定の周波数成分だけを取り出すことができる。この原理を活用して、ノイズの多い干渉光の信号の中から、梁の持つ熱振動と同じ周波数成分だけを抽出することができる。また出力される信号は、入力信号×(10V/SENS)で表示され、出力信号は実効値で表示される。また $T_c$ (積分時間)を設定することができ、入力したデータを何秒間で積分するかを決定する。この時定数で分解能が決定され、時定数が長ければ、分解能は上がり、短ければ分解能は下がる。



図 2.5 ロックインアンプ(上部)

## 2.6 ファンクションジェネレータ

ファンクションジェネレータ(エヌエフ回路設計ブロック 社製 WF1942)の外観を図 2.6 に示す。任意の周波数や波形を持つ交流電圧信号を生成、出力することができる。本研究では、後述するフィードバック制振実験やロックインアンプを用いて自作した FFT アナライザに用いられる。



図 2.6 ファンクションジェネレータ

## 2.7 安定化回路, 反転バッファ回路

安定化回路, 反転バッファ回路の外観を図 2.7.1 に示す. FP 干渉計の感度は, 動作点の位置によって変化する. そのため, 計測を行う場合, 最も傾きが大きい位置で動作点を保つ必要がある. 干渉感度の安定化制御の概略図を図 2.7.2 に示す.

また, 反転バッファ回路も用いることで動作点をクーリング側だけでなくヒーティング側にも合わせることができる.



図 2.7.1 安定化回路, 反転バッファ回路の外観



図 2.7.2 干渉感度の安定化制御の概略図

## 2.8 He-Ne レーザー装置

He-Ne レーザー装置の外観を図 2.8 に示す。干渉計の光源に用いられており、波長は 632.8nm, 出力約 1mW である。直線偏光である。

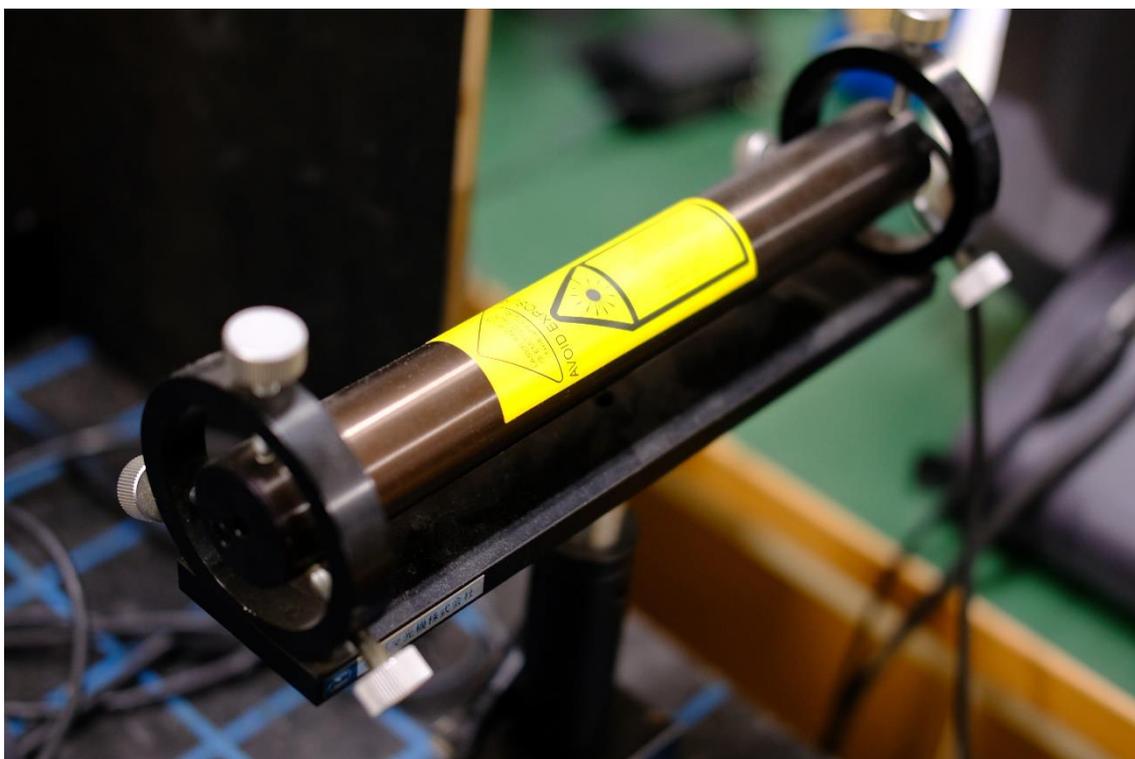


図 2.8 He-Ne レーザー

## 2.9 可変アテネータ

可変アテネータの外観を図 2.9 に示す。レーザーの光量を調節することができる。アテネータを回すことで、透過する光量値が変わる。

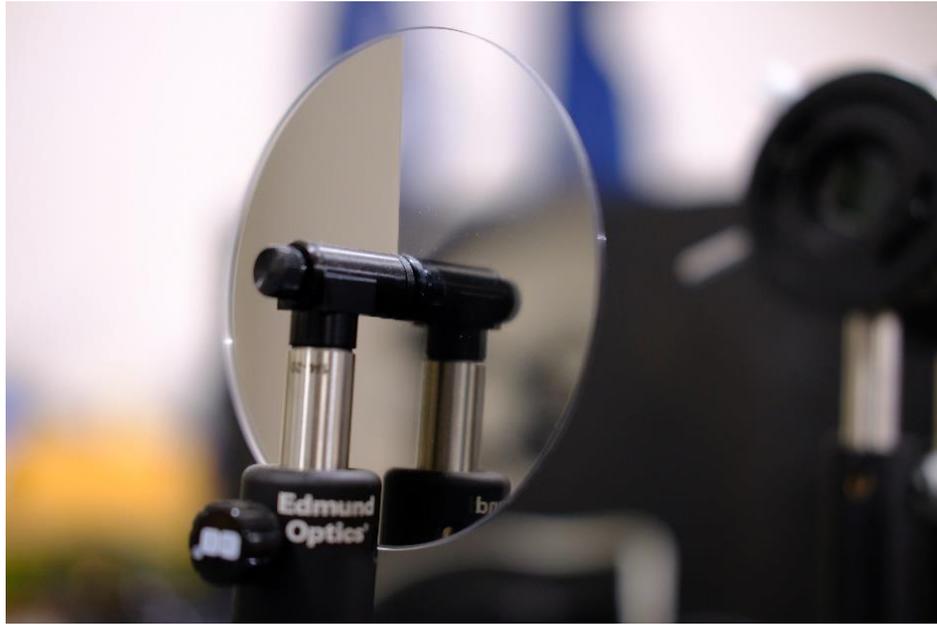


図 2.18 可変アテネータ

## 2.10 ロータリーポンプ

ロータリーポンプの外観を図 2.10 に示す。ロータリーポンプは高真空にするための粗引きや、油拡散ポンプの排圧に用いられる。最大で  $1.3 \times 10^{-1}$  [Pa] まで引くことができ、本実験では真空の引き始めから使用する。



図 2.10 ロータリーポンプ

## 2.11 油拡散ポンプ

油拡散ポンプの外観を図 2.11 に示す。ロータリーポンプで 0.3[Torr](約 4Pa)まで引いた後、ロータリーポンプは稼働させたまま油拡散ポンプを用いる。油拡散ポンプは、装置下部にあるヒーターにより、熱せられたオイルが蒸気となり、周囲の気体分子を圧縮、圧縮された空気を排気する事で高い真空状態を実現している。装置自体が非常に高温となり、焦げ付いたり、周囲のチューブやパイプを焼いてしまったりする為、冷水パイプに水を流して冷却させる必要がある。

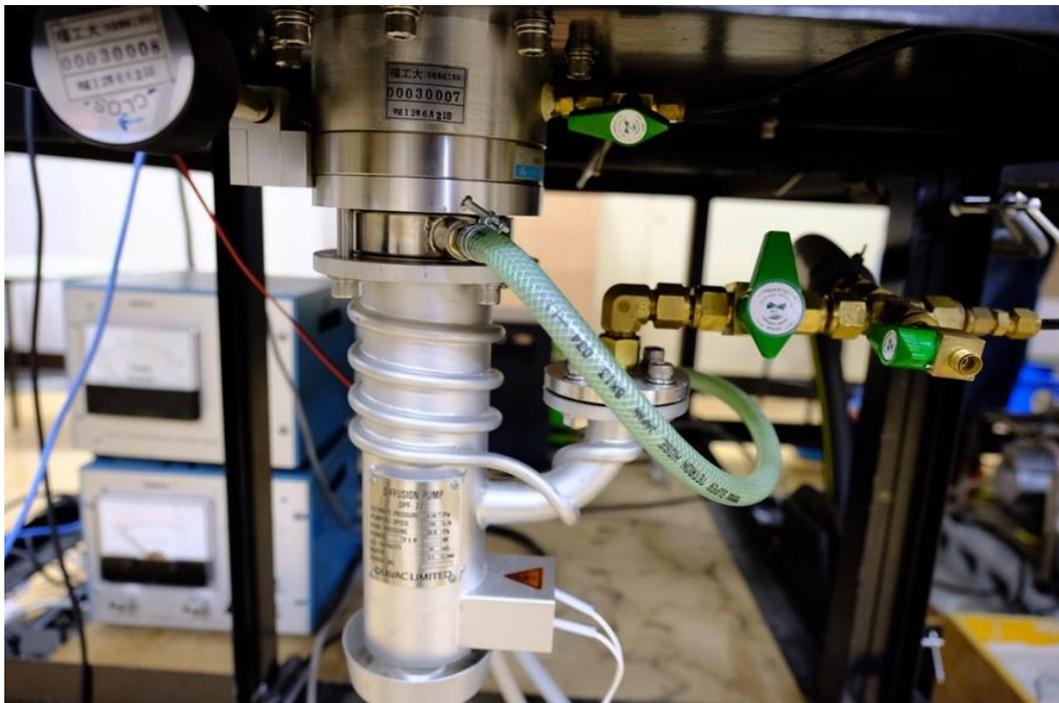


図 2.11 油拡散ポンプ

## 2.12 ピラニ真空計

ピラニ真空計及び電離真空計の外観を図 2.12 に示す。真空の引き始めから約 1.33Pa までの真空度を測定する際に用いる。H(High)から L(Low)へ二段階に分けて真空の引き具合を確認する。



図 2.12 ピラニ真空計

### 2.13 電離真空計

電離真空計の外観を図 2.13 に示す。最大で  $1.0 \times 10^{-7}$  Pa までの高い真空度を測定することができる。ただし、真空度が  $6.7 \times 10^{-1}$  Pa 以下の時に電離真空計のゲージ部のスイッチを入れるとフィラメントが切れてしまう可能性がある。そのため、真空度が  $6.7 \times 10^{-1}$  Pa 以下の時は使用できないため注意する必要がある。それまでは、ピラニ真空計で真空度を測定する。



図 2.22 電離真空計

# 第 3 章

## ファブリペロー干渉計による熱振動計測

### 3.1 ファブリペロー干渉計

梁の持つ熱振動を計測するにあたって、信号変化を大きく得られるファブリペロー干渉計(以後、FP 干渉計)を用いた。FP 干渉計の干渉特性を図 3.1 に示す。より小さな変位  $x$  で大きな干渉信号  $V_F$  を得られるため、干渉計の感度が上がり、より精密な熱振動計測が行える。また FP 干渉計の概略を図 3.2 に示す。一对の透過ミラーにより構成される FP 干渉計は、ミラーにレーザー光が入る際に光が反射する反射光と同時に透過し、もう 1 枚のミラーによって反射する透過光が生じる。キャビティ長を変化させることで、それらの光が多重干渉し、干渉光に明暗が生じる。本研究では、一对のミラーの代わりに金コートで反射率を約 92% まで上げた梁と誘電体多層膜ミラー(前期は反射率約 85%，後期は反射率約 95% を使用)で FP 干渉計を構成した。FP 干渉計の外観を図 3.3 に示す。

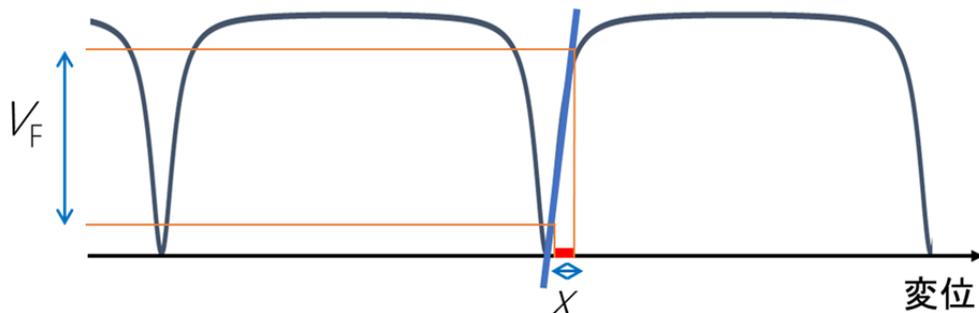


図 3.1 FP 干渉計の干渉特性

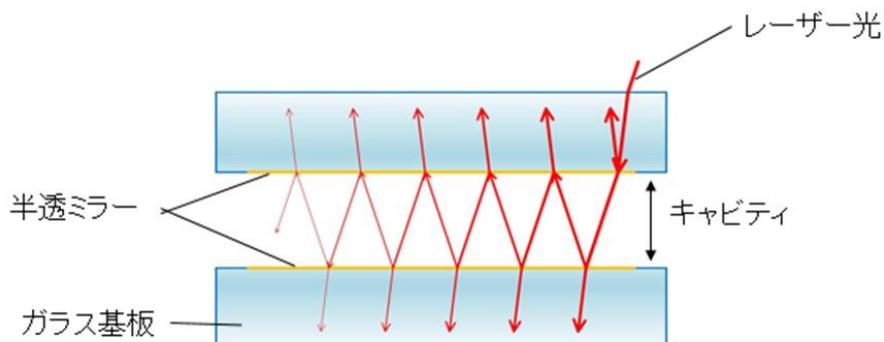


図 3.2 FP 干渉計の概略

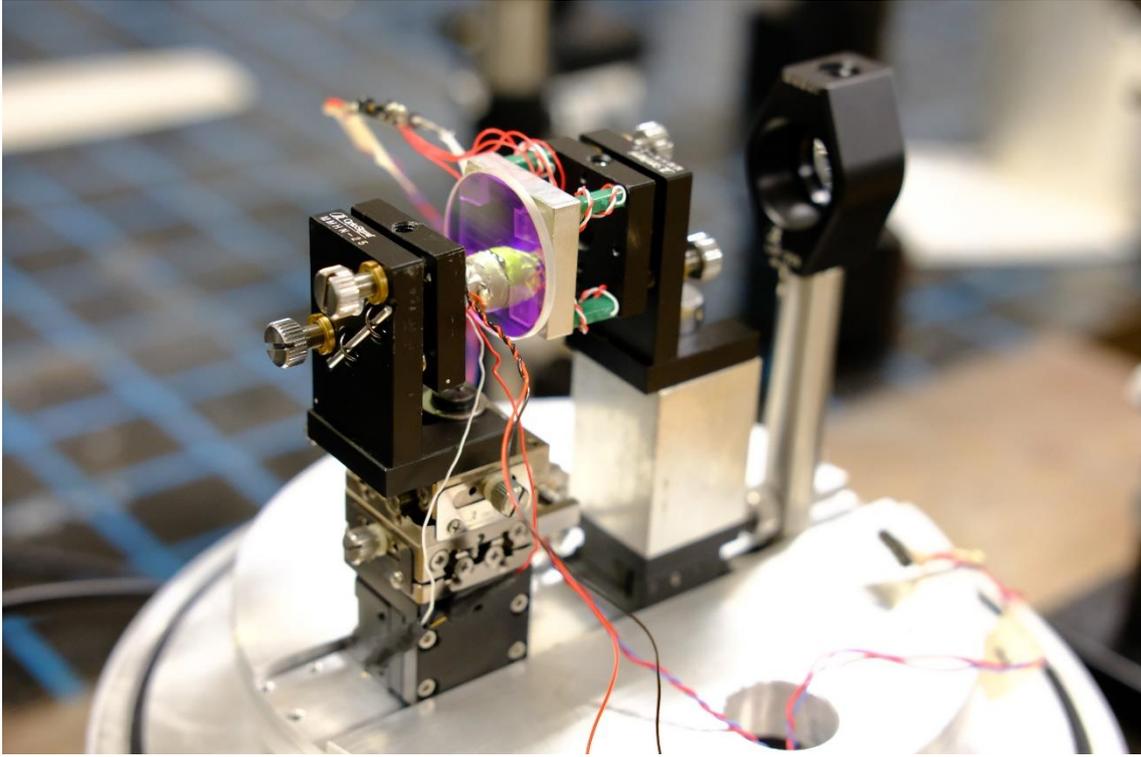


図 3.3 FP 干渉計の外観

FP 干渉計によって生成された干渉光を光検出器で読み取り，電圧として変換された信号をオシロスコープで観測すると図 3.3 で示すような干渉特性が得られる．FP 干渉計のよる干渉光反射率 $R_i$ は一般的に次式で表される．

$$R_i = \frac{4R\sin^2(\delta/2)}{(R - 1)^2 + 4R\sin^2(\delta/2)} \quad (3-1)$$

式(3-1)を用いると，干渉特性の最小値は 0%となる．今回は，反射率の異なる梁とミラーで FP 干渉計を構成するため，異なる反射率を用いた式を導出する．光の波は，オイラーの公式より表すことができる．オイラーの公式は

$$e^{j\delta} = \cos(\delta) + j\sin(\delta) \quad (3-2)$$

となり，ミラーによって反射した光は， $A_i$ を初めにミラーに入る際の光量， $\sqrt{R}$ を電界の強さとした時に，すべてのレーザー光複素振幅の和 $A_r$ を求めると，

$$A_r = A_i\sqrt{R}e^{j\delta} \quad (3-3)$$

と表せる．FP 干渉計は，反射光と透過光が多重干渉しあうため， $n$  回目の波の光量は，

$$A_{rn} = A_i(1 - R_1)\sqrt{R_2}(\sqrt{R_1R_2})^{n-1}e^{nj\delta} \quad (3-4)$$

となる。また、反射における干渉光は、

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_{rn} = A_i \frac{(1 - R_1)\sqrt{R_2}e^{j\delta}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}e^{j\delta}} + A_r \quad (3-5)$$

となり、干渉の比率を示す干渉強度率は、

$$\frac{A_r}{A_i} = \frac{\sqrt{R_2}e^{j\delta} - \sqrt{R_1}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}e^{j\delta}} \quad (3-6)$$

オイラーの公式より、複素数における干渉強度率は、

$$\frac{A_r^*}{A_i^*} = \frac{\sqrt{R_2}e^{-j\delta} - \sqrt{R_1}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}e^{-j\delta}} \quad (3-7)$$

と表せる。よって、異なる反射率における FP 干渉計の干渉光反射率は次式で示すことができる。

$$R_i = \frac{A_r}{A_i} \times \frac{A_r^*}{A_i^*} = \frac{R_1 + R_2 - 2\cos\delta\sqrt{R_1 R_2}}{1 - 2\cos\delta\sqrt{R_1 R_2} + R_1 R_2} \quad (3-8)$$

## 3.2 梁の熱振動計測

### 3.2.1 レイリー範囲における FP 干渉計の構築

本研究では、干渉計の光源に He-Ne レーザーを用いている。梁の持つ熱振動を計測するには、レーザー光を梁の先端に当てる必要があるが、レーザー径は 6[mm]と梁の幅 40[μm]に比べて大きいため、レーザー光をレンズで集光させた。レーザーの集光径は次式で表すことができる。

$$d = \frac{4\lambda f}{\pi D} \quad (3-9)$$

$\lambda$  は He-Ne レーザーの波長、 $f$  はレンズの焦点距離、 $D$  はレーザーの集光前の直径を表している。ここで、 $\lambda=632.8[\text{nm}]$ 、 $f=80[\text{mm}]$ 、 $D=8[\text{mm}]$ とする。理論的なレーザー集光径は式(9)より計算すると、 $d=8[\mu\text{m}]$ となり、梁の幅 40[μm]よりも小さく、問題ないことが分かる。また、レンズで集光された光は焦点付近に達すると、ごく微小な範囲で球面波から平面波に変化する。この範囲をレイリー範囲といい、レイリー長は次式から理論的に求めることができる。

$$L \cong 2 \frac{d}{D/f} \quad (3-10)$$

$d$  はレーザーの集光径,  $D$  はレーザーの集光前の直径,  $f$  はレンズの焦点距離を表している. ここで,  $d=8[\mu\text{m}]$ ,  $D=8[\text{mm}]$ ,  $f=80[\text{mm}]$  とする. 式(3-10)より計算すると, レイリー範囲  $L=80[\mu\text{m}]$  となる. 本研究では, このレイリー範囲において FP 干渉計を構成する必要があり, 非常に微小な範囲であることが分かる. レイリー範囲のイメージを図 3.4 に示す. レイリー範囲内で構成するためには, 梁, ミラー各々に位置調整用の装置が備わっており, アライメント調整により生成された干渉縞, および, ピンホールに戻る光などを基に手動で梁とミラーの間隔を調整する必要がある.

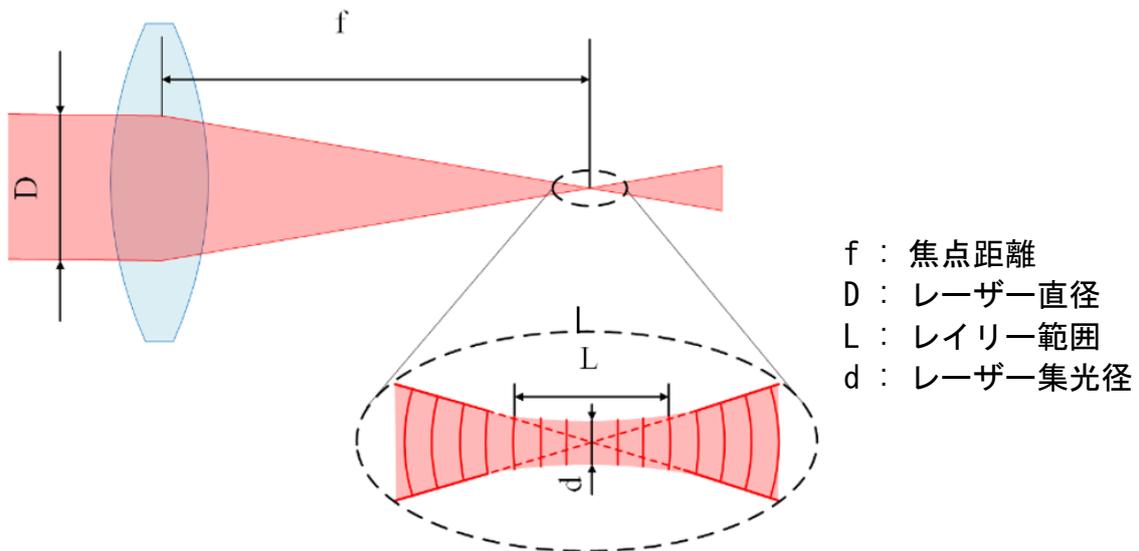


図 3.4 焦点付近におけるレイリー範囲

### 3.2.2 FP 干渉計による熱振動計測システム

FP 干渉計による梁の熱振動計測システムの概略図を図 3.5 に示す。He-Ne レーザーから出たレーザー光はビームスプリッターを通過後、レンズにより集光され真空状態にある FP 干渉計で干渉する。干渉した光は再び戻り、ビームスプリッターを介して APD で検出される。検出された干渉光の信号は、オシロスコープ上で計測し、干渉計の持つ干渉特性をここで読み取ることができる。梁の熱振動を計測するにあたり、最も干渉計の感度の良い箇所に梁の位置を調整する必要があるため、安定化回路を用いて梁に取り付けられた積層圧電素子(PZT)に電圧をかけ、検出された干渉特性の高感度部にくるよう調整した。調整後の干渉光を APD で再度読み取り、FFT で周波数解析を行うことで梁の持つ熱振動を計測した。

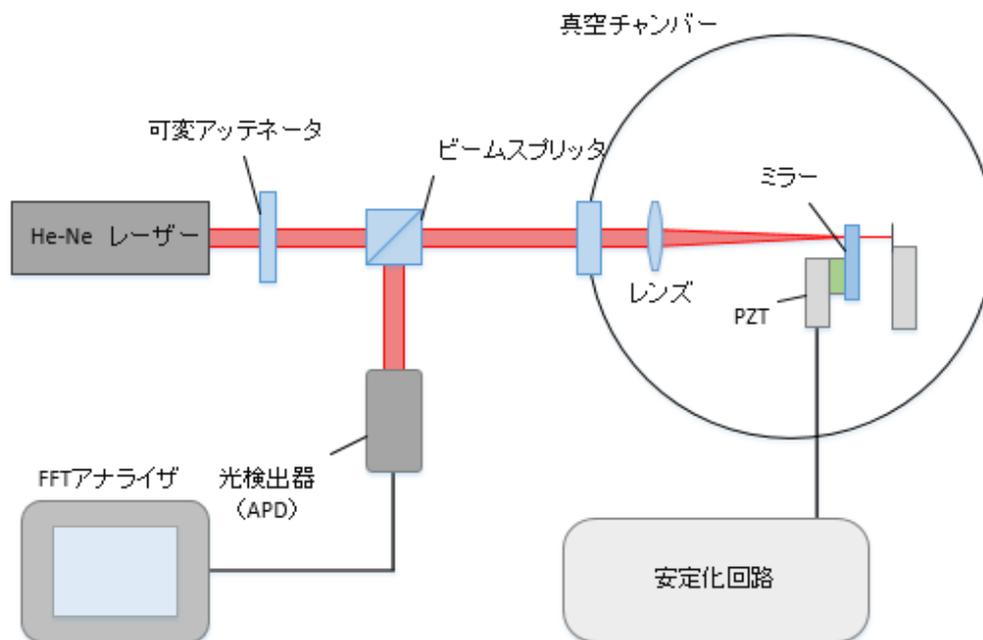


図 3.5 FP 干渉計による梁の熱振動計測システムの概略図

### 3.2.3 理論的な梁の熱振幅

梁は通常、外部からの外的影響を無視した状態においても主に熱振動の現象により、微小ではあるが振動している。まずは、振動に影響を及ぼす熱振動以外の要因を最小限に抑えるために、真空状態において梁を含むFP干渉計を構成している。また、この熱振動による振動を抑える際、実際に熱振動が抑えられているかを示す指標が必要となる。そのため、エネルギー等分配の法則より梁の熱振幅を求めることができる。微小な粒子によって運ばれる熱エネルギー $k_B T$ は、ポテンシャルエネルギー $U$ と運動エネルギー $K$ の和によって、以下のように求めることができる。

$$k_B T = U + K \quad (3-11)$$

ただし、 $k_B$ はボルツマン定数、 $T$ は絶対温度とし、ポテンシャルエネルギー $U$ は、バネによるエネルギーから求めることができる。エネルギー等分配の法則から、理想的な系の熱平衡状態において、1自由度あたりに平均で $\frac{1}{2}k_B T$ の運動エネルギーが割り振られると考えるとそれぞれ次式で表せる。

$$\frac{1}{2}k_B T = U \quad (3-12)$$

$$\frac{1}{2}k_B T = K \quad (3-13)$$

式(3-12)は、バネによるエネルギーより

$$\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}kx^2 \quad (3-14)$$

と表すことができる。式(3-14)を変形すると

$$\langle x \rangle = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} \quad (3-15)$$

となる。

$k_B=1.38 \times 10^{-23} [\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{K})]$ 、 $T=300[\text{K}]$ 、バネ定数 $k=2[\text{Nm}]$ とすると式(3-15)より梁の振幅の実効値は $\langle x \rangle \approx 45[\text{pm}]$ となる。これは、梁のもつ理論的な熱振幅となる。

## 第4章

### 熱歪み力

#### 4.1 キャビティ加熱キャビティ冷却

今回、FP 干渉計を用いて梁の振動計測したところ、共振カーブの部分が梁の振動に影響を及ぼすことが分かった。本研究では干渉特性の高感度部にキャビティ長を調整して振動計測を行う。図 4.1 に示すように高感度部は 2 つある。そのうち、キャビティ長が長い A 点で梁の振動が加振される加熱現象が起こり、キャビティ長が短い B 点で梁の振動が制振される冷却現象が起こることが確認された。そのときのオシロスコープで確認された干渉特性を図 4.2 に示す。また図 4.3 に示すように、今回計測した微小片持ち梁は表面に金コートを施しているため、金の薄膜とシリコンの二重構造 (バイメタル, Bimetal) であり、微小片持ち梁表面の金は、レーザーの吸収によって加熱され膨張する (光熱効果)。この光熱効果により加熱現象と冷却現象が引き起こされる。梁が加熱及び冷却した要因について、先行研究を参考にし、次のように考えた。

梁は通常熱振動しており、梁が振動するとミラーと梁の距離、つまりキャビティ長が変化する。図 4.4 に示すようにキャビティ長が変化すると、冷却側と加熱側に応じ、梁に伝わる光量に変化する。それにより、光の熱の変化が梁に伝わり、梁が歪む力が生じる。また、その生じる力は熱伝導の関係で梁の振動と位相がずれることになる。位相が進むと加熱現象、位相が遅れると冷却現象が起こる。キャビティ長の変化に伴い起こるこの現象をキャビティ加熱とキャビティ冷却とする。熱歪みによるキャビティ冷却の概要を図 4.5 に示す。この現象は FP 干渉計の計測感度が高くキャビティ長に対する光量の変化が大きいため、起こったと考えられる。

#### 4.2 熱歪み力の理論解析

微小片持ち梁は、マスばねダンパ系でモデル化する事が可能である。熱歪み力の運動モデルを図 4.6 に示す。

$M$  を微小片持ち梁全体の等価質量、 $m$  をレーザーが当たっている箇所から先端にかけての微小片持ち梁の等価質量、 $\mu$  は減衰係数、 $k$  はばね定数とする。 $M-m$ ,  $m$  についてそれぞれ運動方程式を立てると、

$$F(t) - f(t) = (M - m) \dot{x}'(t) + \mu x'(t) + kx(t) \quad (4-1)$$

$$f(t) = m(\ddot{x}(t) + \ddot{y}(t)) \quad (4.2)$$

となる。ここでの  $F(t)$  を微小片持ち梁の熱振動を引き起こすランジュバン力,  $f(t)$  を  $M$ - $m$  が  $m$  から受ける力,  $x$  を梁の根本からレーザー光が当たった箇所までの微小片持ち梁の微小振動振幅,  $y$  をレーザー光が当たった箇所から梁の先端までの微小片持ち梁の微小振動振幅とする。式(4-1)、式(4-2)を解くと,

$$F(t) = M\ddot{x}(t) + m\ddot{y}(t) + \mu\dot{x}(t) + kx(t) \quad (4-3)$$

と表すことが出来る。式(4-3)を解くことで熱歪み力の理論解析を行う。

#### 4.2.1 複素振幅を用いた理論解析

式(4-3)中の各値の複素振幅を考える事で解析を行う<sup>[5]</sup>。位相を含む複素振幅を用いた、各値の周期的記述は,

$$F(t) = \hat{F}(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-4)$$

$$x(t) = \hat{x}(\omega)e^{j\omega t} \quad (4-5)$$

$$y(t) = r_1 x(t)e^{j\phi} = r_1 \hat{x}(\omega)e^{j(\omega t + \phi)} \quad (4-6)$$

となる。ここで  $j$  は虚数単位、 $\omega$  は角周波数である。また、微小片持ち梁の品質係数(Q値: Quality factor)  $Q$ , ならびにばね定数  $k$  は,

$$Q = \frac{m\omega_0}{\mu} = \frac{\tau_0}{T} \approx \frac{\Delta\omega}{f_0} \quad (4-7)$$

$$k = m\omega_0^2 \quad (4-8)$$

で表される。ここで  $\omega_0$  は微小片持ち梁の固有各振動数,  $\mu$  は減衰係数,  $\tau_0$  は梁を励振し振幅が励振直後の振幅の  $1/e$  となるまでの時間(時定数),  $T$  は振動の周期,  $\Delta\omega$  はパワースペクトル密度の半値全幅(FWHM)であり,  $f_0$  は梁の固有振動数( $f_0 = \omega_0/2\pi$ )である。式(4-4)-(4.8)を用いて式(4-3)を整理すると,

$$\hat{F}(\omega) = \hat{x}(\omega)(k - M\omega^2 + j\mu\omega - mr_1\omega^2 e^{j\phi}) \quad (4-9)$$

となる。

したがって、実際の微小振動の複素振幅  $\hat{x}(\omega)$  は

$$\hat{x}(\omega) = \frac{\hat{F}(\omega)}{(k - M\omega^2) + j\mu\omega - mr_1\omega^2 e^{j\phi}} \quad (4-10)$$

となる。更に $\hat{x}(\omega)$ の共役複素数 $\bar{\hat{x}}(\omega)$ は、

$$\bar{\hat{x}}(\omega) = \frac{\bar{F}(\omega)}{(k - M\omega^2) + j\mu\omega - mr_1\omega^2 e^{j\phi}} \quad (4-11)$$

となる。実際の微小片持ち梁の微小振動のパワースペクトル密度は、式(4-10)と式(4-11)をかけ合わせる事で得られるため、

$$x(\omega)^2 = \frac{\frac{F(\omega)^2}{M^2}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2 + r^2\omega^4 - 2r\omega^2\{M(\omega_0^2 - \omega^2)\cos\phi + \frac{\omega\omega_0}{Q}\sin\phi\}} \quad (4-12)$$

ここで $\phi = \frac{\pi}{2}$ ,  $r = \frac{m}{M}r_1$ とおくと

$$x(\omega)^2 = \frac{\frac{F(\omega)^2}{m^2}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(r\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \quad (4-13)$$

となる。ここでの $r$ はレーザー光量を主に示す。また、昨年度求めたフィードバック制御の理論解析を以下に示す。

$$x(\omega)^2 = \frac{\frac{F(\omega)^2}{m^2}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(g\omega^2 + \frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2} \quad (4-14)$$

(4-13)と(4-14)を比較すると、今年のレーザー光量は昨年のフィードバックゲインに相当するものである事が分かった。

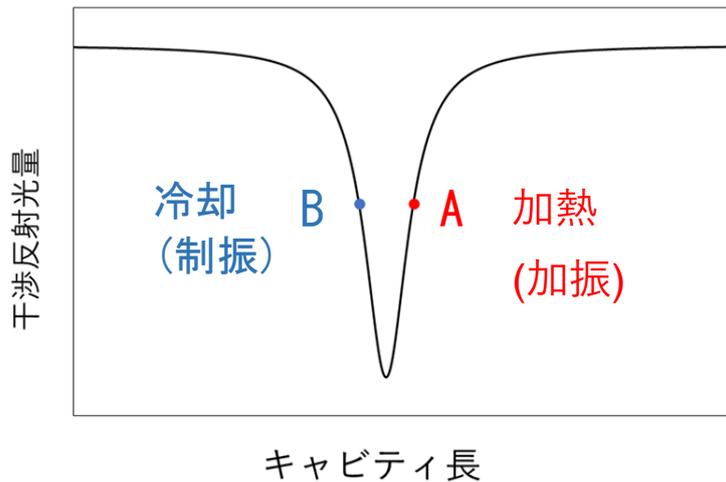


図 4.1 干渉特性の高感度部

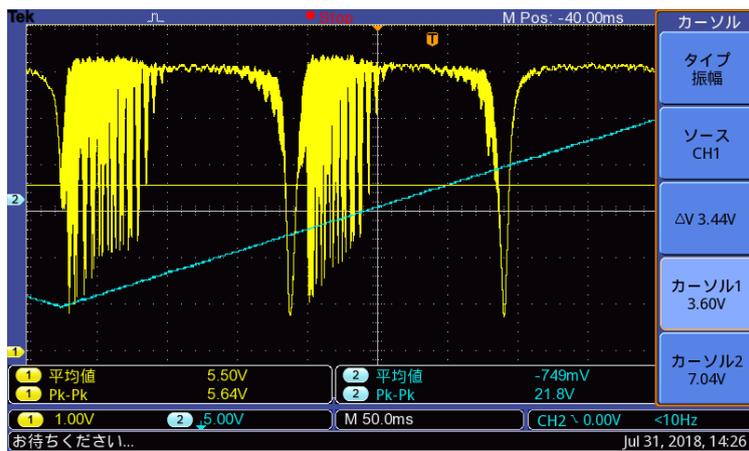


図 4.2 キャビティ冷却・加熱が確認された FP 干渉信号

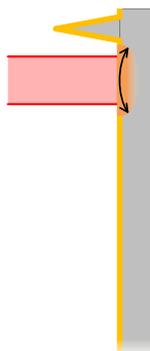


図 4.3 レーザー光による微小片持ち梁の膨張の概要

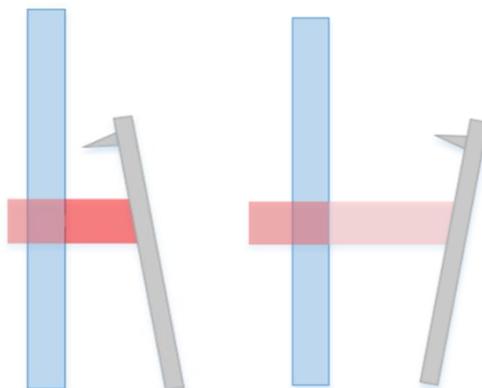


図 4.4 キャビティ長変化に伴う光量変化の概要

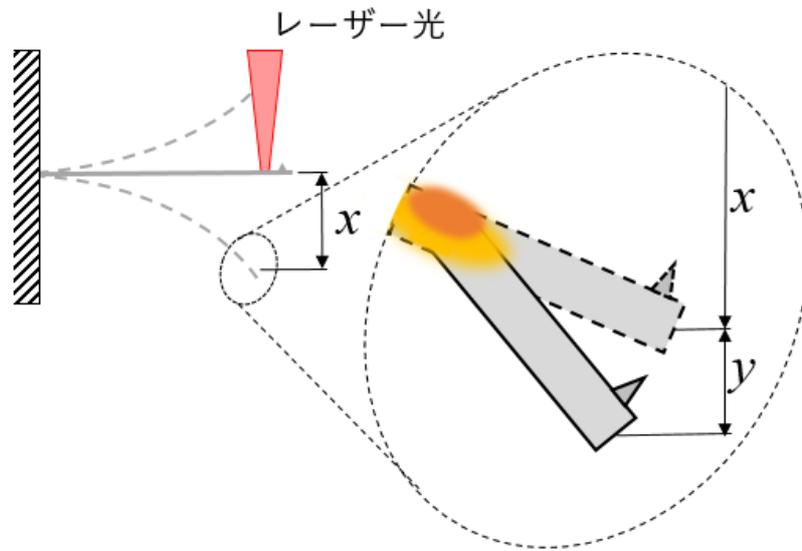


図 4.5 熱歪みによるキャビティ冷却の概要

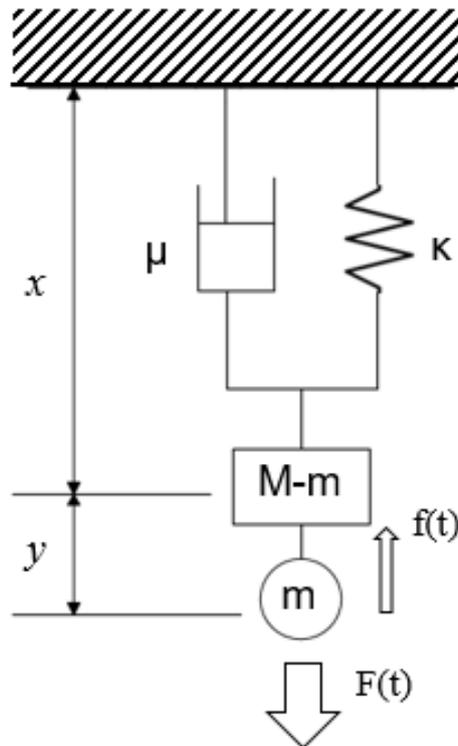


図 4.6 熱歪み力の運動モデル

## 4.2.2 キャビティ冷却の検証実験

熱歪み理論解析の結果、レーザー光量が熱振動に影響を及ぼす事が分かった為、図 3.3 の梁の熱振動計測システムを用いて、熱歪み力によるキャビティ冷却実験を行い、レーザー光量を変化させた際のレーザー光量とパワースペクトル密度の関係を検証した。真空度 $5 \times 10^{-3}$ [Pa]、FP 感度 214[V/ $\mu\text{m}$ ]、反射率 85[%]のミラーと、反射率約 90%の梁の先端でキャビティを構成した。実験の生データを図 4.7 に示し、熱歪みによるレーザー光量変化とパワースペクトルピーク値の関係を図 4.8 に示す。モデル化を行った熱歪みによるキャビティ冷却の理論式に適切な数値を当てはめ理論カーブを作成した所、このグラフの形と同じような傾向が得られた。このことから熱歪みの理論解析は概ね正しいといえる。

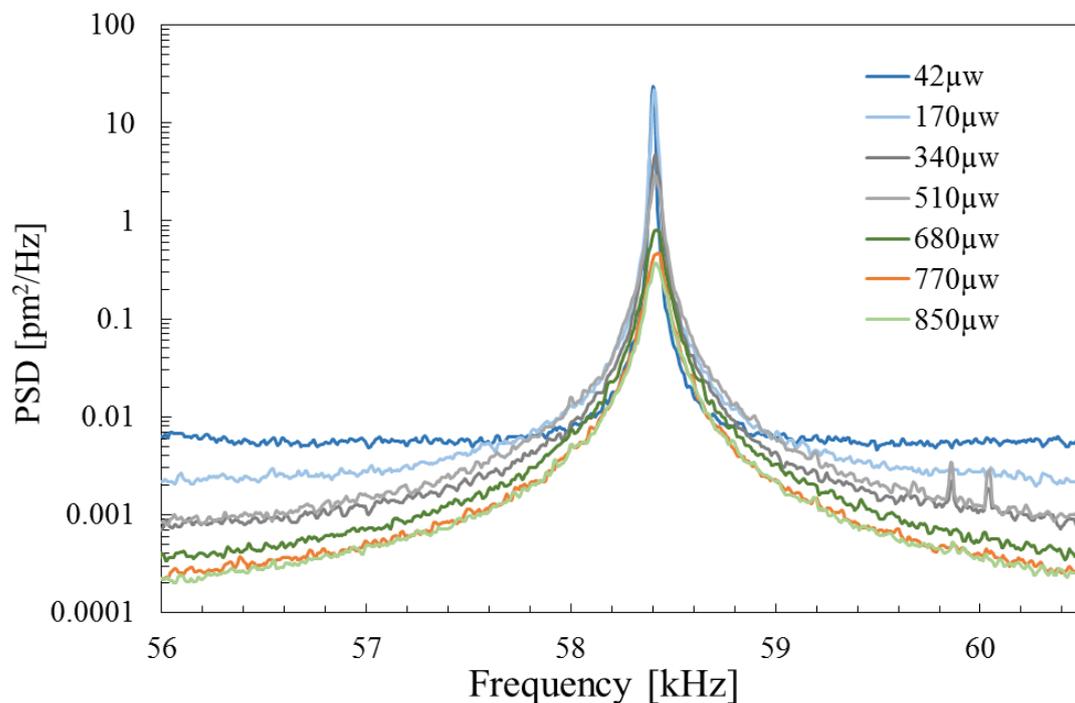


図 4.7 熱歪みによるキャビティ冷却実験の生データ

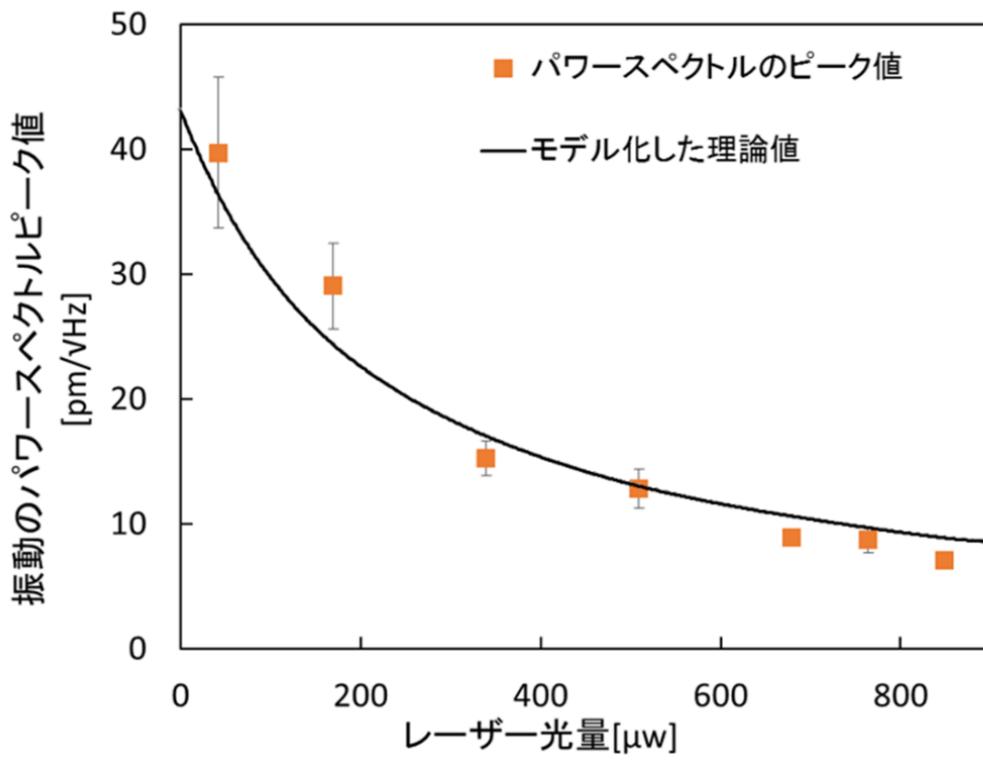


図 4.8 熱歪みによるレーザー光量変化とパワースペクトルピーク値の関係

## 第 5 章

### 小型化した微小片持ち梁のキャビティ冷却による熱振動制振

本研究では、従来のマイクロ片持ち梁を小型化し、固有振動数を上げることで更なる熱振動の制振を目指す。

#### 5.1 小型化した微小片持ち梁

従来用いていたマイクロ片持ち梁の長さを約半分に小型化した。小型化には、試料断面製装置（Cross Section Polisher；CP）を用いた。従来のマイクロ片持ちの縦半分に遮蔽板を置き、 $\text{Ar}^+$  イオンビームを照射することで長さを約半分に加工した。加工条件は、放電流 8.0[kV]、260～300[ $\mu\text{A}$ ]、加工容器内真空度約  $4 \times 10^{-3}$ [Pa]、加工時間は 360[s] である。

CP で加工することによって、熱変性層が生じることなく単結晶シリコンの完全な断面を作成することができた。加工後の長さは 140[ $\mu\text{m}$ ]となった。

図 5.1 に小型化したマイクロ片持ち梁の SEM 像を示す。

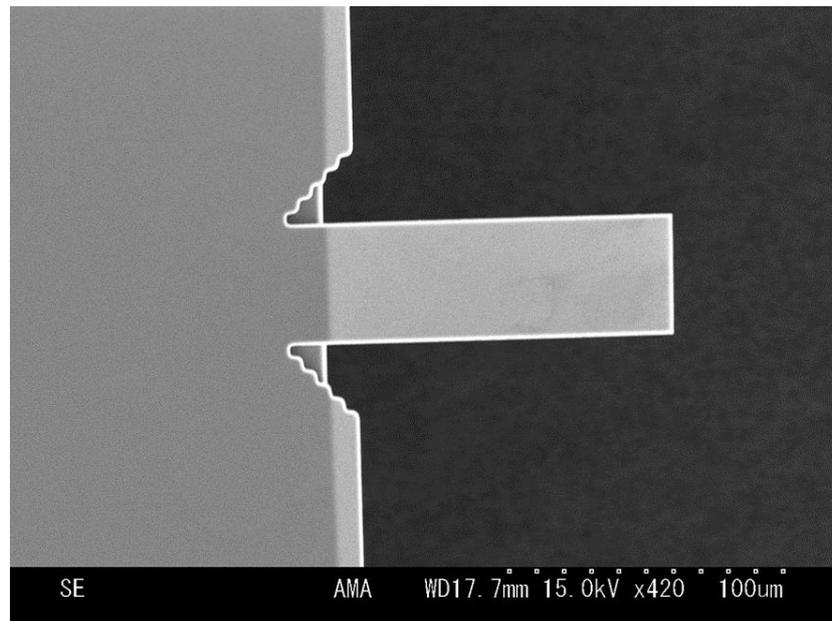


図 5.1 小型化したマイクロ片持ち梁

## 5.2 小型化した微小片持ち梁の理論計算

小型化した微小片持ち梁の理論計算を行った。梁の固有振動数は、

$$\omega_n = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (5-1)$$

より求められる。

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (5-2)$$

$$A = bh \quad (5-3)$$

であるので以下に変換できる。

$$\omega_n = \left( \frac{\lambda^2}{L^2} \right) \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho}} \quad (5-4)$$

小型化したマイクロ片持ち梁は、長さ  $L$  は  $L = 140[\mu\text{m}]$ 、厚さ  $h$  は  $h = \text{約 } 2.3[\mu\text{m}]$ 、ヤング率  $E$  は  $E = 185[\text{GPa}]$ 、 $\rho = 2329[\text{kg}/\text{m}^3]$  であるため計算すると、 $\omega_n = 169[\text{kHz}]$  となり、従来の微小片持ち梁の固有振動数の理論値は  $57[\text{kHz}]$  であるため約 3 倍になることがわかる。

また、ばね条数を求めると

$$\kappa = \frac{Ebh^3}{4L^3} \quad (5-5)$$

$\kappa = 8.20[\text{N}/\text{m}]$  となる。ボルツマン条数  $\kappa_B$  は、 $\kappa_B = 1.38 \times 10^{-23}$ 、絶対温度  $T$  は  $T = 300[\text{K}]$  であるため、これらより熱振動振幅の理論値を求めると

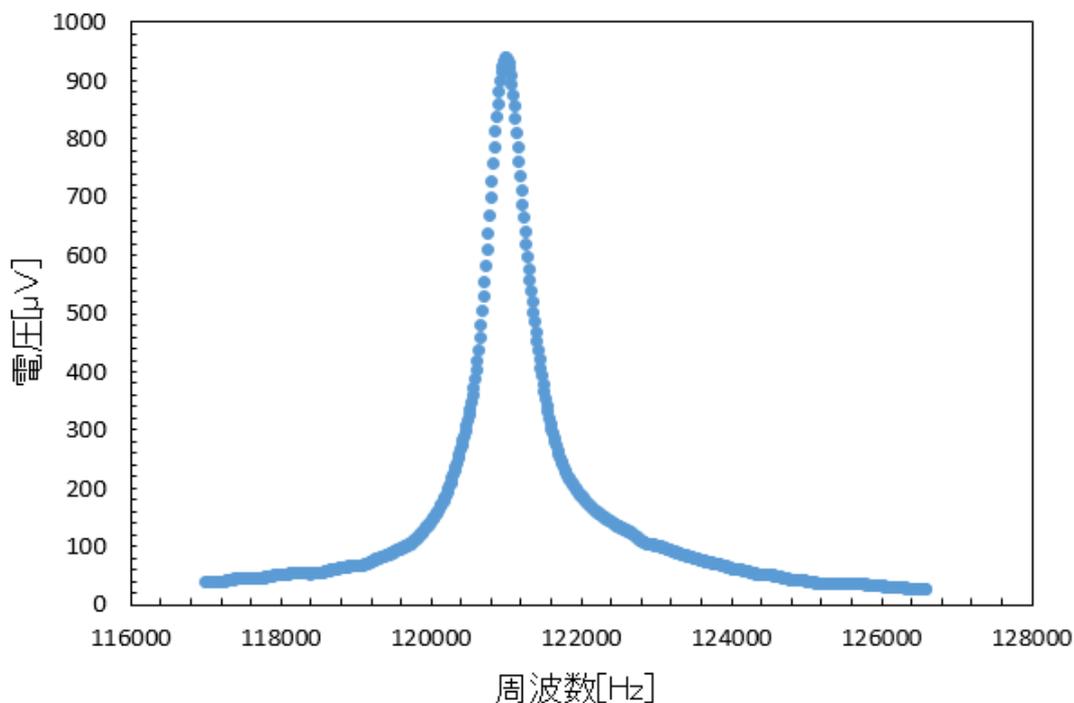
$$\langle x \rangle = \sqrt{\frac{\kappa_B T}{\kappa}} \quad (5-6)$$

(5-6)の式より  $\langle x \rangle = 22.5[\text{pm}]$  となる。これは従来の片持ち梁の熱振動振幅理論値(45pm)よりも小さい。

これらより、梁を小型化することによってスライドに示すように、固有振動数の理論値が高くなり、熱振動振幅の理論値が小さくなる。よって従来の梁よりも熱振動を制振させることが可能ではないかと考えた。

### 5.3 スペクトルアナライザを用いた熱振動振幅の計測

本研究では、スペクトルアナライザを用いて小型化したマイクロ片持ち梁の熱振動振幅を計測した。スペクトルアナライザの縦軸は分解能あたりの電圧、横軸は周波数である。分解能は計測する信号よりも大きくなくてはならない。スペクトルアナライザの場合、計測する信号よりも分解能を大きくすることで、縦軸のピーク値が振幅を表すことがわかった。図 5.2 にスペクトルアナライザを用いて計測したキャビティ冷却された小型化した微小片持ち梁の熱振動らしき信号を示す。この信号の中心周波数は 121.76[kHz]、分解能は 300[Hz]であり、実験条件は FP 干渉計の感度は 300[V/ $\mu\text{m}$ ]、真空度は  $10 \times 10^{-3}$ [Pa]であった。



図

#### 5.2 小型化した微小片持ち梁の熱振動

図 5.2 で示した熱振動が本当の熱振動の信号であるのか確認するために、中心周波数であった 122.7[kHz]あたりで梁側に設置している圧電素子(PZT)にファンクションジェネレータを用いて信号を送り強制振動させた。中心周波数である 122.76[kHz]、またその付近である 121.0[kHz]、121.5[kHz]、121.9[kHz]、122.4[kHz]、中心周波数から少し離れた 122.9[kHz]に強制振動させたときに得られたスペクトルアナライザの図を図 5.3 に示す。

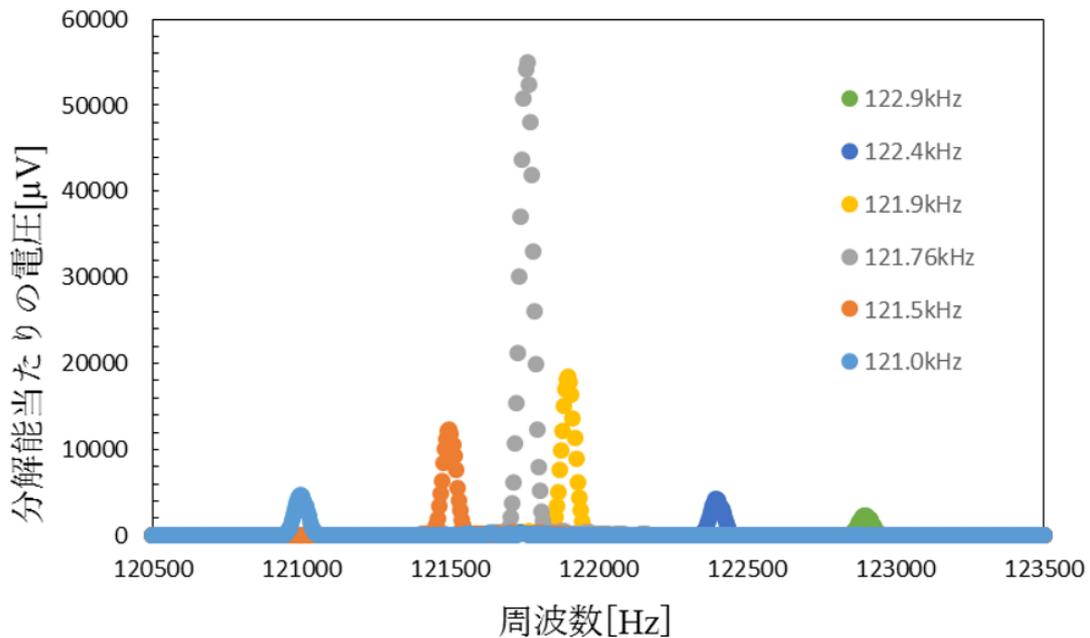


図 5.3 図 5.2 で示した信号に強制振動させたときの信号

図 5.4 に示すように，中心周波数から離れた 122.9[kHz] に比べ，中心周波数である 121.76[kHz] はとても大きく励振し，その付近の 121.5[kHz]，121.9[kHz] も大きく励振した。

このことから図 5.2 で示した信号は熱振動だったと言える。

よって本研究で小型化した微小片持ち梁の固有振動数は 121.76[kHz] であったことがわかった。

また図 5.3 の熱振動から熱振動振幅の近似値を検討するために用いた計算式は，

$$\text{振幅}(\mu\text{m}) = \text{ピークの電圧 (V)} \times \frac{1}{\text{感度} \left( \frac{\mu\text{m}}{\text{V}} \right)} \quad (5-7)$$

となる． よって図 5.2 に示した熱振動の熱振幅は約 6.9[pm] となる．

## 5.4 ロックインアンプを用いて自作した FFT アナライザ

既存の FFT アナライザは, 100[kHz]より高い周波数の信号を計測することができなかつたためロックインアンプを用いて, 100[kHz]以上の高い信号を計測する機構を検討した. ロックインアンプは参照信号と同じ周波数における信号しか検波しない. しかし, 参照信号の周波数を一定の速度で変化させることで FFT アナライザのように入力信号のスペクトルが得られる. ロックインアンプの参照信号にファンクションジェネレータを用いてスイープし, 出力信号をオシロスコープで観測することで入力信号のスペクトルを得ることができる. 図 5.4 にロックインアンプを用いて自作した FFT の概略図を示す. 実際に熱振動を計測する場合には, 模擬信号として用いたファンクションジェネレータの ch1 ではなく, 光検出器の信号をロックインアンプの  $V_{in}$  に接続する.

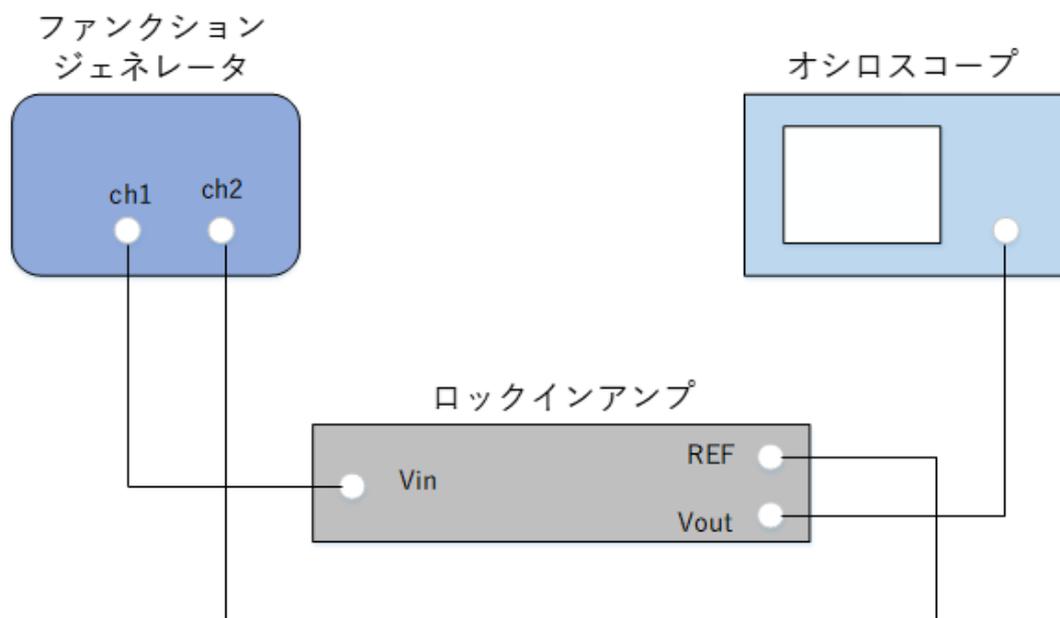


図 5.4 ロックインアンプを用いて自作した FFT の概略

今回, 実際に FFT アナライザと同様に機能するのか実験を行った. すると,

$$\frac{f_u - f_l}{T_s} \gg \frac{1}{T_c^2 x^2} \quad (5-8)$$

となる関係があることが分かった. ここで,  $(f_u - f_l)$  はスイープする周波数範囲,  $T_c$  はロックインアンプの積分時間,  $x$  は補正係数,  $T_s$  はスイープ時間を表す.

上記の式で実際に実験した。条件は、 $(f_u - f_l) = 1$  [kHz],  $T_s = 4$  [s],  $x = 2$  である。  
(5-8)に当てはめて計算すると

$$T_c \ll 0.031[\text{s}]$$

となる。図 5.5 に  $T_c = 5$  [ms],  $= 20$  [ms],  $= 50$  [ms] のときに計測した信号を示す。

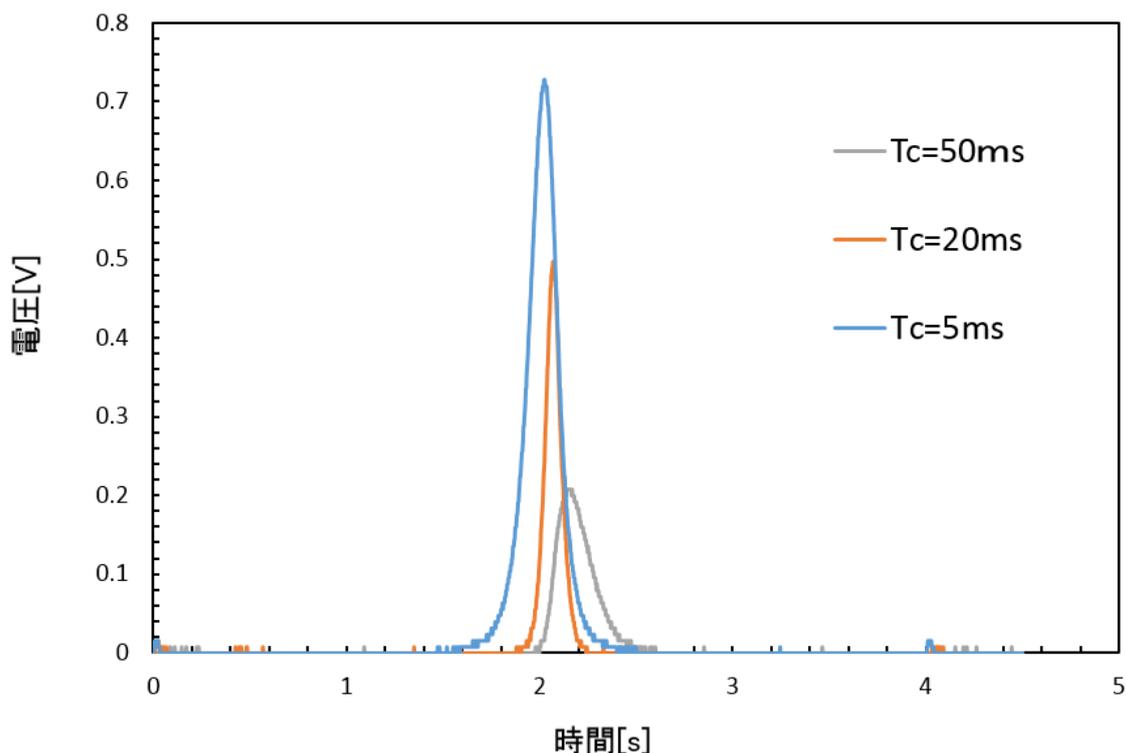


図 5.5  $T_c$ を変えたときの信号のずれ

図 5.5 より  $T_c$  が大きくなれば大きくなるほど信号が右にずれながら波形が崩れていることがわかる。これより、(5-8)の式は立証される。また、 $T_c = 20$  [ms] 波形も若干信号が右にずれていることから、 $T_c$  は(5-8)の値よりも少なめに決定したほうがいいと思われる。

## 5.5 自作した FFT アナライザを用いた熱振動振幅の計測

本研究では、図 5.4 で示した自作した FFT アナライザを用いて熱振動計測を行った。実験条件は[5.3 スペクトルアナライザを用いた熱振動振幅の計測]で示した実験条件と同様である。ファンクションジェネレータは  $(f_u - f_l) = 3$  [kHz],  $T_s = 24$  [s] であり、ロックインアンプの  $T_c$  は(5-8)の計算式より  $T_c \ll 0.045$  [s] となるため、 $T_c = 5$  [ms] に決定した。

図 5.6 に自作した FFT アナライザを用いて計測した熱振動を示す。また、図 5.6 のオシロスコープの計測画面を図 5.7 に示す。

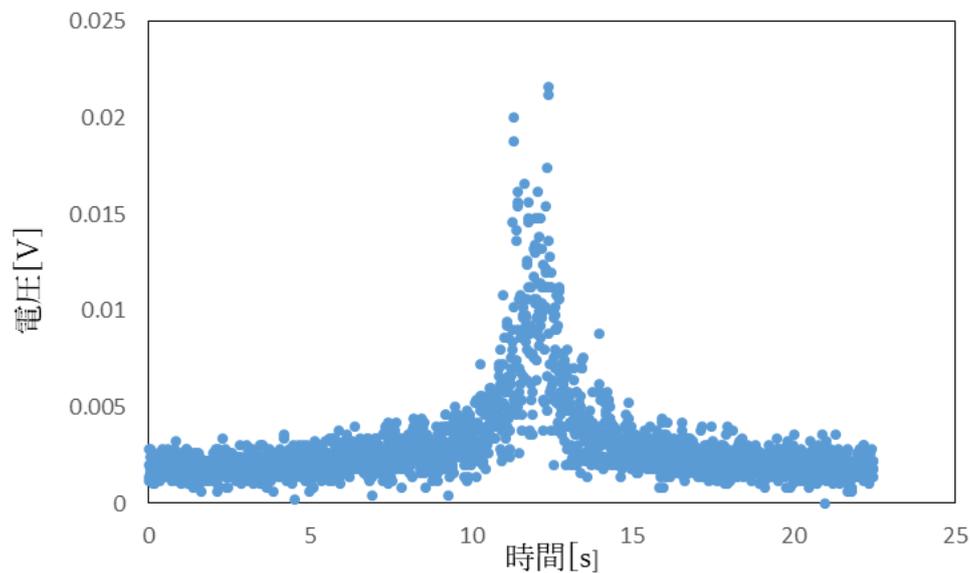


図 5.6 自作した FFT アナライザを用いて計測した熱振動

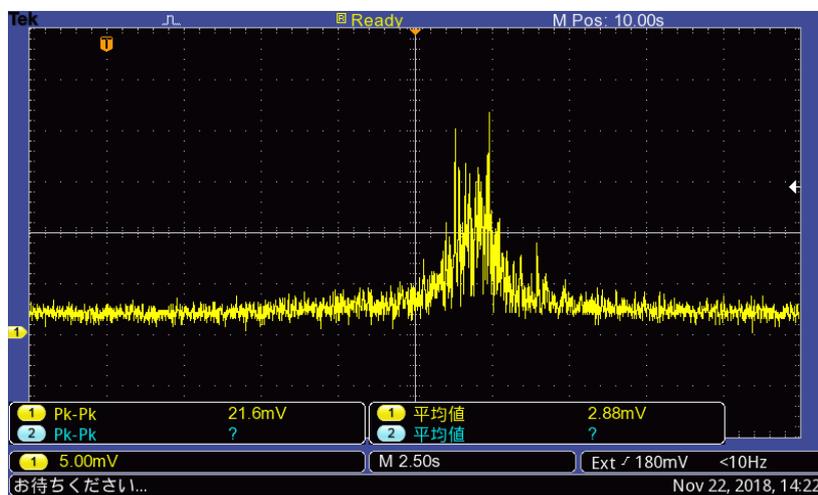


図 5.7 図 5.6 のオシロスコープの計測画面

## 5.6 高周波数域の信号の計測方法の確立

今回、小型化したマイクロ片持ち梁を用いてスペクトルアナライザと自作した FFT アナライザを用いて熱振動の計測を行った。スペクトルアナライザでの計測と自作した FFT アナライザでの計測を比較すると、スペクトルアナライザの方がノイズレベルが低く全体の波形を確認できるところや、早く計測できるところ、操作が複雑でないなどのメリットがあり、自作した FFT アナライザよりも優れていると思った。よって高周波数域の信号の計測には今後スペクトルアナライザを用いていく。

## 5.7 小型化した梁を用いたハイブリット実験

今回、小型化した梁を用いてキャビティ冷却とフィードバック制振を組み合わせたハイブリット実験を行った。ハイブリット実験の概略図を図 5.8 に示す。光量  $500[\mu\text{W}]$ ,  $250[\mu\text{W}]$ ,  $125[\mu\text{W}]$ , 真空度  $5 \times 10^{-3}[\text{Pa}]$ , FP 感度  $50.7[\text{V}/\mu\text{W}]$  という条件で実験を行った。ハイブリット実験でのゲインと振幅の関係を図 5.9 に示す。

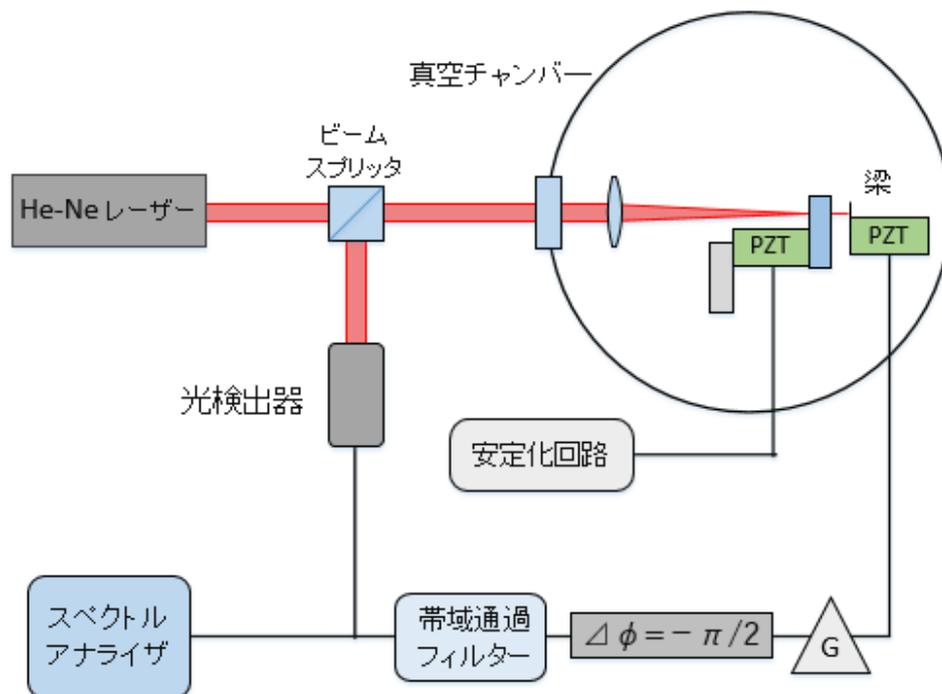


図 5.8 ハイブリット実験の概略図

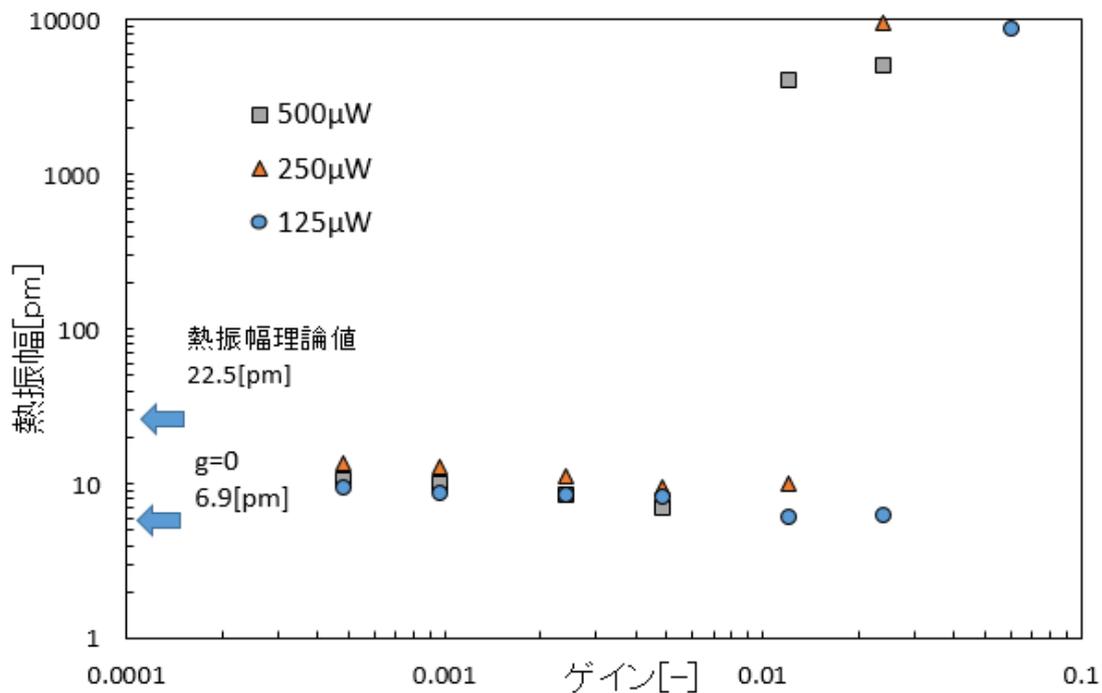


図 5.9 ハイブリット実験でのゲインと振幅の関係

この結果からゲインをあげるにしたがって振幅が小さくなっていることがわかる。また、キャビティ冷却されたときの熱振幅(6.9pm)とハイブリット実験で最も制振されたときの熱振幅(6.06pm)は概ね変わらないことから、キャビティ冷却だけで十分制振できていて、フィードバック制振実験の効果は得られなかったことがわかった。

また、実効温度の理論的冷却限界を

$$T_{R,\min} = \sqrt{\frac{2T}{\sqrt{\text{SNR}}}} \quad (5-9)$$

より求められる<sup>[6]</sup>。今回の梁での理論的冷却限界は 0.6[pm]であった。よって今回の結果は理論的冷却限界まで達することができなかったことがわかる。

しかし、スペクトルアナライザを用いて、高周波数の熱振動計測は可能であることはわかった。今後の展望としては、短い梁での熱振動計測と制振をさらに極め、理論値通り、従来の梁よりも制振させることを目指したいと考える。

また、フィードバック制振が有効なゲイン  $G$  の最大理論値 ( $G_{\max}$ ) は

$$G_{\max} = \frac{\sqrt{\text{SNR}}}{Q_0} \quad (5-10)$$

より求められる<sup>[6]</sup>。よって今回の  $G_{\max}$  は、0.06[-]である。今回のハイブリット実験は  $G_{\max}$  あたりで発振したため、この式と実験結果は概ね同じ傾向が得られることがわかった。

## 第 6 章

### 結言

今回、熱歪みに着目して熱歪みによるキャビティ冷却についての理論解析を行い、熱歪みと熱歪みによるキャビティ冷却とフィードバック冷却は同じメカニズムであったことがわかった。また梁の小型化を行い、高周波数域の信号の計測方法の開発も行った。しかし、実験結果は制振限界まで離れているため、今後の展望として短い梁での熱振動計測と制振をさらに極め、理論値通り、従来の梁よりも制振させることを目指したいと考える。

## 参考文献

- 1) 平成 26 年度 卒業論文 微小片持ち梁の熱振動計測システムの改良
- 2) 平成 28 年度 修士論文 フィードバック冷却を用いたマイクロ片持ち梁の熱振動の制御
- 3) 平成 29 年度 修士論文 機械振動子の量子的零点振動計測を目的とした微小ファブリ・ペロー干渉計の開発
- 4) 平成 29 年度 卒業論文 ファブリ・ペロー干渉計による微小シリコン片持ち梁の熱振動制振の高度化
- 5) C. H. Metzger, K. Karrai, "Cavity cooling of a microlever", *Nature*, 432, pp.1002-1005, (2004)
- 6) Menno Poot, Herre S.J. van der Zant, "Mechanical system in the quantum regime," *physics Reports*, vol.511, p.273-335, (2012)

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、終始、ご指導、ご助言、お心遣いを頂いた河村良行教授にこの場をお借りして、改めて感謝申し上げます。誠にありがとうございました。また、装置の改良にあたりご協力頂きました工作センターの方々、およびクロスセクションポリッシャ、イオンスパッタ装置、SEM の使用に関して、親切なご指導を頂きましたエレクトロニクス研究所の宋麗香技術員に深く感謝の意を表します。

## 付録

### 1. ハイブリット実験の光量 $500\mu\text{W}$ のときの生データ

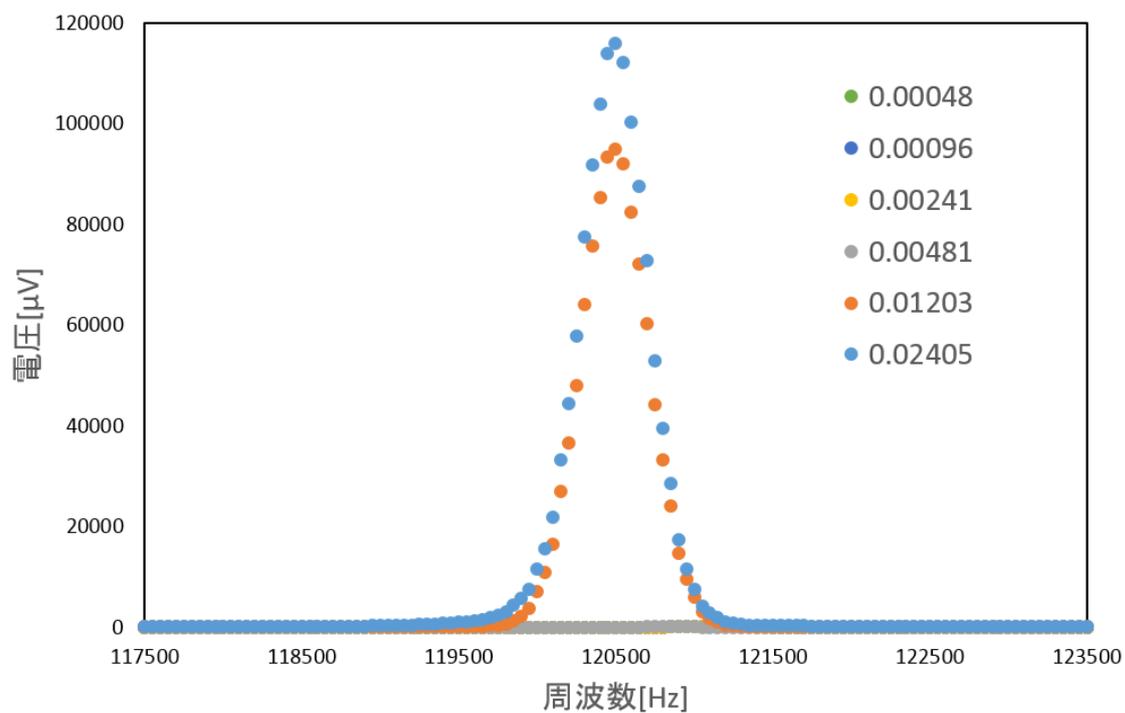


図-付録2 光量  $500\mu\text{W}$  のときのゲインとピーク電圧の関係

### 2. レーザー学会第 523 回研究会「レーザー応用」の予稿集

次のページに 2019 年 9 月 2 日に行われた、レーザー学会の予稿集を示す。