

# 数 学 (一期B)

1 次の  にあてはまる数または式を求めよ。

(1)  $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$  のとき  $x - y =$   ① であり,  
 $x^2 - y^2 =$   ② である。

(2)  $(5x^2y + 4)(-x^2 + 5y^2)$  を展開すると  ③ である。

また,  $6x^2 - 11xy - 35y^2$  を因数分解すると  ④ である。

(3)  $a$  は正の定数とする。2次関数  $f(x) = 3x^2 - 6ax + 18a - 12$  の最小値を  $m$  とするとき,  $m$  を  $a$  の式で表すと  $m =$   ⑤ であり,  $m$  を最大にする  $a$  の値は  $a =$   ⑥ である。

(4) 連立2次不等式  $\begin{cases} 4x^2 - 11x - 3 < 0 \\ 5x^2 - 4x - 12 \leq 0 \end{cases}$  の解は  ⑦ である。

また, 2次不等式  $|x^2 - 5x - 6| \geq x + 1$  の解は  ⑧ である。

(5)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  のとき,  $\sin \theta =$   ⑨ であり,  
 $\cos \theta =$   ⑩ である。

2 次の  にあてはまる数, 式または座標を求めよ。

(1) 放物線  $y = -5x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{5}{64}$  の頂点の座標は  ⑪ である。

また, 2つの放物線  $y = x^2 - 6x + 4$ ,  $y = -x^2 + 2x - 4$  の共有点の座標は  ⑫ である。

(2)  $\triangle ABC$ において,  $AB = 4$ ,  $BC = 2\sqrt{6}$ ,  $CA = 2 + 2\sqrt{3}$  のとき,  
 $\angle C =$   ⑬  $^\circ$  であり,  $\triangle ABC$ の面積は  ⑭ である。

(3) 命題「 $x = 5$  ならば  $x^2 = 25$ 」について考える。この命題の対偶は  
「 ⑮ ならば  ⑯」である。

(4) D, A, T, A, B, A, S, E の8文字がある。この文字全部を使って左から  
右に1列に並べるとき, できる文字列は全部で  ⑰ 通りある。また,  
この文字全部を使って左から右に1列に並べるとき, T, E, D, B がこの順に  
並ぶ文字列は全部で  ⑱ 通りある。

(5) 全体集合  $U$  について  $n(U) = 50$  とし, その部分集合  $A, B$  について  
 $n(A) = 30$ ,  $n(B) = 21$  とするとき,  $n(\bar{A} \cap B)$  の最大値は  ⑲ である。

3 次の  にあてはまる数を求めよ。

(1)  $a, b, c$  は整数とする。  $a$  を11で割ると5余り,  $b$  を11で割ると1余り,  
 $c$  を11で割ると2余る。このとき,  $a + b + c$  を11で割った余りは  であり,  
 $a + 2b + 3c$  を11で割った余りは  である。

(2)  $80!$  を計算した結果, 2で割り切れる回数は  回であり, また, 末尾には0が  
連続して  個並ぶ。

(3)  $AB=5, BC=6, CA=7$  の鋭角三角形  $ABC$  の内接円の中心を  $O$  とし,  
この内接円が辺  $BC$  と接する点を  $P$  とするとき, 線分  $BP$  の長さは   
であり, 内接円の半径は  である。

(4) 次の5つのデータの分散を求めると  である。

3, 1, 4, 5, 2

(5) 袋の中に, 赤色のカードが2枚, 緑色のカードが1枚, 黄色のカードが  
4枚, 青色のカードが5枚入っている。この袋から一度に3枚のカードを  
取り出すとき, 3枚のカードの色がすべて同じである確率は  である。  
また, 3枚のカードの色がすべて異なる確率は  である。

4 1 辺の長さが 4 の正四面体 PABC と 1 辺の長さが 4 の正四面体 QABC を面 ABC で合わせた六面体がある。この六面体を直線 PQ を軸として回転させるとする。ここで、直線 PQ と面 ABC が交わる点を O とし、辺 BC の中点を M とする。

次の問いに答えよ。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

**【注意】**解答欄には結果(答えの数値や数式)だけではなく、解答の過程(途中式や説明の文章など)も記述すること。

(1) 六面体の内部が通過する部分の体積を求めよ。

(2) 六面体の面が通過しない部分の体積を求めよ。

(3) 六面体の面が通過する部分の体積を求めよ。