数 学 (一期A)

1 次の [] にあてはまる数または式を求めよ。また、(5)は適切な条件を答えよ。

(1) 単項式 $-ax^2b^3y^4$ の次数は、文字 a と y に着目すると [] 次であり、その係数は [] である。

(2) 2次不等式 $8x^2 - 18x - 5 < 0$ の解は [] であり、その解の中に整数は [] 個ある。

(3) k は定数とする。 $x = -3$ が2次方程式 $4x^2 + (12 - k)x - \frac{3}{4} = 0$ の解であるとき、 k の値は [] であり、他の解は $x = []$ である。

(4) a, b は定数とし、 $a < 0$ を満たすとする。定義域を $-2 \leq x \leq 4$ とする2次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax - 2b$ の最大値が10であり、最小値が $-\frac{9}{4}$ であった。このとき、 $a = []$ 、 $b = []$ である。ただし、答えが分数になる場合、既約分数 (それ以上約分できない分数) で表すこと。

(5) a, b は実数とする。命題

$$「a \leq 0 \text{ または } b \leq 0」 \text{ ならば } 2a + b \leq 0$$

の対偶は、

$$[] \text{ ならば } []$$

となる。

2 次の [] にあてはまる数または式を求めよ。

(1) 定義域を $-2 \leq x \leq 2$ とする関数 $y = (x^2 - x - 1)^2 - (x^2 - x - 1) - 1$ において、 $x = []$ のとき、最大値は [] である。

(2) 2つの2次方程式 $x^2 + mx + 2 = 0$ 、 $x^2 + 2x + m = 0$ がただ一つの共通の実数解をもつとき、定数 m の値は [] であり、その共通解は [] である。

(3) $AB = 5$ 、 $BC = 9$ 、 $CA = 7$ である $\triangle ABC$ において、 $\cos B$ の値は [] である。また、 $\triangle ABC$ の面積は [] である。

(4) 12人を3人、4人、5人のグループに分け、それぞれをA班、B班、C班とする。このとき、その分け方は [] 通りある。
また、12人を2人、5人、5人のグループに分けると、その分け方は [] 通りある。

(5) $U = \{x \mid x \text{ は実数}\}$ を全体集合とし、 U の部分集合 A, B を $A = \{x \mid -7 \leq x \leq 4\}$ 、 $B = \{x \mid k - 8 \leq x \leq k + 7\}$ (k は定数) とする。このとき、 $A \subset B$ となる k の値の範囲は [] である。

3 次の にあてはまる数を求めよ。

- (1) A, B, C, D の 4 人が的に向かって 1 つのボールを投げるとき、的に当てる確率はそれぞれ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ であるという。この 4 人がそれぞれ 1 つのボールを投げるとき、4 人とも的に当てる確率は であり、少なくとも 1 人が的に当てる確率は である。
- (2) 20 個のデータがあるとき、そのうちの 10 個のデータの平均値は 4、残りの 10 個のデータの平均値は 8 であるとする。このとき、20 個のデータの総和は であり、20 個のデータの平均値は である。
- (3) $a + b + c = 20$, $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$ を満たす整数 a, b, c の組は全部で 組ある。また、 $x + y + z = 10$ を満たす正の整数 x, y, z の組は全部で 組ある。
- (4) a, b は整数とする。 a を 3 で割ると余りは 1 であり、 b は 3 で割り切れる。このとき、 $a + 3b$ を 3 で割ったときの余りは であり、 ab を 3 で割ったときの余りは である。
- (5) x, y は整数とする。 $2x^2 - xy - y^2 + x + 2y - 1 = 2$ を満たす x, y の組は全部で 組ある。

4 放物線 $y = x^2 - 2(k + 3)x + k^2 + 6k + 14$ と直線 $y = -4x - 3$ について、

次の問いに答えよ。ただし、 k を定数とする。

【注意】 解答欄には結果(答えの数値や数式)だけではなく、解答の過程(途中式や説明の文章など)も記述すること。

- (1) 放物線の頂点の座標を k を用いて表せ。
- (2) 放物線と直線が接するとき、 k の値を求めよ。
- (3) 放物線と直線の共有点の個数は、 k の値によってどのように変わるかを求めよ。