

2014年04月28日 11時52分

CIP法(つづき) 'CIP法~原子から... ' P.25

多項式近似

P.15 式(2.3) $\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0$ (u は速度)
関数 f が満足する式

移流方程式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x} + u \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

ここで $\frac{\partial f}{\partial x} = g$ と置く。

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} = - \frac{\partial u}{\partial x} g \quad (2.25) \quad \text{微係数}$$

速度 $u = -\text{一定}$ ならば

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} = 0$$

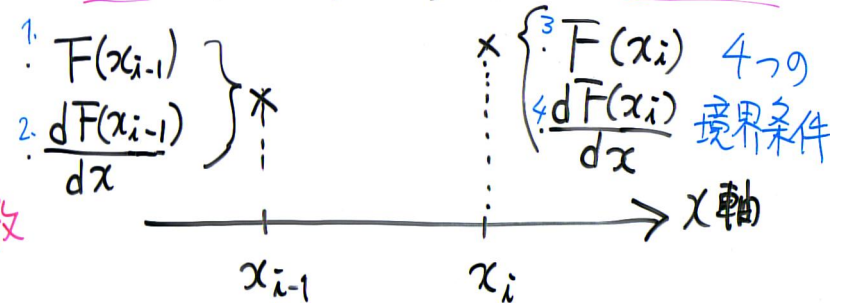
関数 f の傾き g が満足する式

区間 $[x_{i-1}, x_i]$ の関数プロファイル F
profile = 分布形状

$$F_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i \quad (2.26)$$

の3次多項式で書いておこう。

変数 a_i, b_i, c_i, d_i の4種類。



Taylor展開 = 多項式近似の一種
 $f(x) \simeq a_0 + a_1(x-x_0) + \frac{a_2}{2}(x-x_0)^2 + \dots$

2014年04月28日 11時53分

式(2.26)

$$F_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i$$

微係数

$$\frac{dF_i(x)}{dx} = 3a_i(x-x_i)^2 + 2b_i(x-x_i) + c_i$$

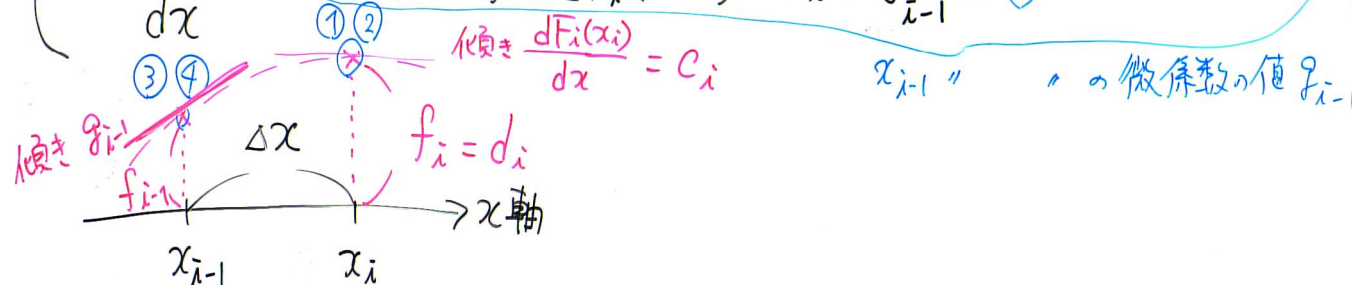
$$F_i(x_i) = d_i = f_i \quad \dots \textcircled{1} \quad x_i \text{ における関数の値 } f_i$$

$$\frac{dF_i(x_i)}{dx} = c_i = g_i = \frac{\partial f}{\partial x} \quad \dots \textcircled{2} \quad x_i \text{ " " の微係数の値 } g_i$$

$$F_i(x_{i-1}) = a_i(-\Delta x)^3 + b_i(\Delta x)^2 + c_i(-\Delta x) + d_i = f_{i-1} \quad \dots \textcircled{3}$$

x_{i-1} における関数の値 f_{i-1}

$$\frac{dF_i(x_{i-1})}{dx} = 3a_i(\Delta x)^2 + 2b_i(-\Delta x) + c_i = g_{i-1} \quad \dots \textcircled{4}$$



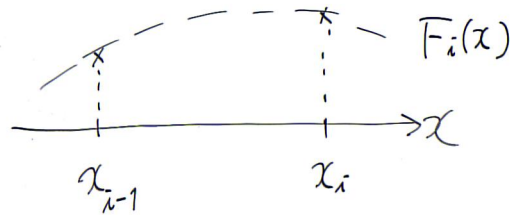
① ~ ④ を, $a_i \sim d_i$ について解く.

$$c_i = g_i, \quad d_i = f_i$$

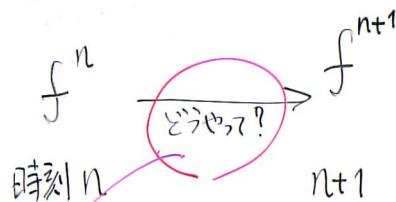
$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{g_i + g_{iup}}{D^2} + \frac{2(f_i - f_{iup})}{D^3} \\ b_i &= \frac{3(f_{iup} - f_i)}{D^2} - \frac{2g_i + g_{iup}}{D} \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

$$\left\{ \begin{aligned} i_{up} &= i-1 \\ D &= -\Delta x \end{aligned} \right.$$

式③と④を解いて, (2.28)になることを確かめなさい。



時間, 伝搬方向?



(復習) 関数 $f(x-ut)$ は,
速度 u で x の正方向に進む。

() p.15 図 2.2
速度 u で移動する点の集合
→ $f(x-ut)$ である。

△t秒後の関数の状態は
 $F(x-ut)$ とすればよい。

$$\therefore \begin{cases} f^{n+1} = F(x-ut) \\ g^{n+1} = \frac{dF(x-ut)}{dt} \end{cases} \text{で与えられる。}$$

式(2.29)

前提: 時刻 n で $a_i \sim d_i$ が
求まっていること。

$n+1$ (Δt 秒後)のプロファイルは, ξ が
 $x-x_i \rightarrow -u\Delta t = \xi$ と置いた。

$$\begin{cases} f_i^{n+1} = a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + \underbrace{c_i}_{g_i^n} \xi + \underbrace{d_i}_{f_i^n} \\ g_i^{n+1} = 3a_i \xi^2 + 2b_i \xi + \underbrace{c_i}_{g_i^n} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{式(2.27)} \\ \text{より} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{式(2.29)} \\ \text{より} \end{matrix}$$

⊕ $f_i^{n+1}, g_i^{n+1}, f_{i-1}^{n+1}, g_{i-1}^{n+1}$ の更新された値を用いて,
 $i=1 \sim N$ を更新する

$$\begin{cases} \text{式(2.27)} + x \text{ 方向} \\ \text{式(2.30)} - x \text{ 方向} \end{cases}$$

⇒ $\begin{cases} \text{up} \\ D \end{cases}$ の並び方

p.28 プログラム・リスト
+ x 方向の計算

$YU(I) \dots$ 正
 $SIGN(ZZ, YU(I))$

$\dots +1$
 $-SIGN(\dots)$
 $\dots -1$

交互に
くりかえす。

2014年04月28日 14時13分

P.28 プログラム (FORTRAN)

DO 100 ...
:
100 CONTINUE

} 繰り返し.
C言語の Forループと同じ.

ZZ ... 値1を入れる変数

ISG ... IUPの中で+1又は-1を表す

SIGN ... ISGの符号(±)を YU(I)速度の正負で決める

$YU(I) > 0$ (+x方向伝搬)

$SIGN(ZZ, YU(I)) = 1$

① $-SIGN(") = \underline{-1} = ISG$

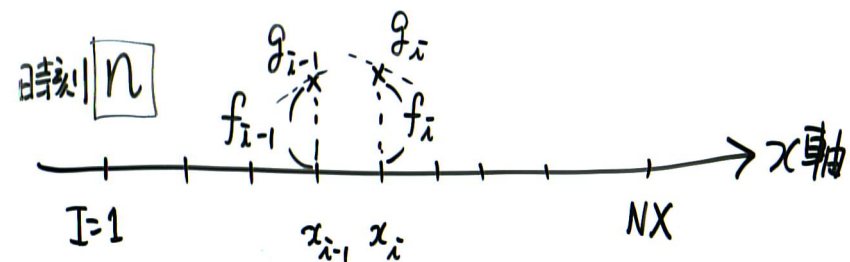
$IUP = I + ISG = \underline{I-1}$

(+x方向伝搬)

$$XX = -YU(I) * DT \quad \longleftrightarrow \quad \xi = -u \Delta t$$

$$\left. \begin{array}{l} FDIF = \dots \\ XAM1 = \dots \\ XBM1 = \dots \end{array} \right\} \text{式(2.28)}$$

$$\left. \begin{array}{l} FN(I) = \dots \\ GN(I) = \dots \end{array} \right\} \text{式(2.29)}$$



時刻 $n+1$

$f_i^{n+1}, g_i^{n+1}, f_{i-1}^{n+1}, g_{i-1}^{n+1}$ 決定