

2/13 (*) Maxwell 方程式に CIP 法を適用する方法.

CIP. 移流方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

プログラム例.

「CIP法」 7.28

2次元 Maxwell方程式, TEモード

$\mu = \mu_0$ (const.)
 $\epsilon = \epsilon(x, y)$
 伝搬方向
 $\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ E_z \end{pmatrix} = \overline{W}$
 ベクトル

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial y} + \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial x} - \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \varepsilon \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial t} = 0 \end{array} \right.$$

行列形式

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Psi + \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Psi + \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon \end{pmatrix} \Psi = 0$$

M型CIP (方向分離) 「CIP法」 p.70

STEP I → 中間データ処理 → STEP II → 中間データ処理

$$n \rightarrow * \rightarrow n+1$$

(中間データ)

「CIP法」 p.71

式(3.52)の導出

移流速度 λ , $n \rightarrow \infty$ までの処理.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_{i,j}^n}{\partial \tau} + \lambda \frac{\partial f_{i,j}^n}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{稳态})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \partial_y \circ \frac{\partial}{\partial \lambda} \circ \lambda. \quad \frac{\partial}{\partial t} \partial_y f_{i,j}^n + \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \partial_y f_{i,j}^n = 0 \Rightarrow \text{差分化}$$

2014年05月13日 14時58分

$$\frac{\partial_y f_{i,j}^{*} - \partial_y f_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} + \lambda \frac{\partial_y f_{i,j}^{(n)} - \partial_y f_{i-1,j}^{(n)}}{\Delta x} = 0$$

最新 $\partial_y f_{i,j}^{*} = \partial_y f_{i,j}^{(n)} - \lambda \frac{\partial_y f_{i,j}^{(n)} - \partial_y f_{i-1,j}^{(n)}}{\Delta x} \Delta t = 0$

↑
移流方向が負のとき +λ

式(2.52)

Step I と II の間で利用, LINEAR1D ($\partial_y W, n \rightarrow *; x$)

方向分離 sample code. p.72

Maxwell の方向分離 重要

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} W + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon \end{pmatrix} W = 0$$

Step. I

$$\left. \begin{array}{l} \text{2行. } \frac{\partial E_z}{\partial x} - \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = 0 \dots (1) \\ \text{3行. } \frac{\partial H_y}{\partial x} - \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0 \dots (2) \end{array} \right\} \text{移流に変形}$$

自由空間のインピーダンス $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} [\Omega]$
(波動 ")

を用いた磁界の規格化.

$$Z_0 H_y \rightarrow \tilde{H}_y \quad \sim \text{tilder}$$

①より

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} - \sqrt{\epsilon} \mu_0 \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} - c \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0 \dots (3)$$

②より

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \sqrt{\epsilon} \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial t} - c \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} = 0 \dots (4)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu_0}}$$

$$\left. \begin{array}{l} (3) + (4) \quad \frac{\partial (E_z + \tilde{H}_y)}{\partial t} - c \frac{\partial (E_z + \tilde{H}_y)}{\partial x} = 0 \\ (4) - (3) \quad \frac{\partial (E_z - \tilde{H}_y)}{\partial t} + c \frac{\partial (E_z - \tilde{H}_y)}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \text{移流方程式}$$

2014年05月13日 15時21分

以上がSTEP I の CIP1D ($\bar{W}$, $n \rightarrow *; x$),
次に LINEAR1D ($\partial_y \bar{W}$, $n \rightarrow *; x$) の処理

Step II.

Maxwell

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial y} + \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0 \quad \dots (5) \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} + \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \quad \dots (6) \end{cases}$$

Z_0 で H_x を正規化.

$$Z_0 H_x \rightarrow \tilde{H}_x$$

$$(5) \text{ or } \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu_0}} \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0$$

$$(6) \text{ or } \frac{\partial E_z}{\partial y} + \sqrt{\mu_0 \epsilon} \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu_0}} \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0 \quad \dots (7) \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = 0 \quad \dots (8) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} (7) + (8) \quad \frac{\partial (E_z + \tilde{H}_x)}{\partial t} + c \frac{\partial (E_z + \tilde{H}_y)}{\partial y} &= 0 \\ (7) - (8) \quad \frac{\partial (E_z - \tilde{H}_x)}{\partial t} - c \frac{\partial (E_z - \tilde{H}_x)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{移流方程式.}$$

これが STEP II CIP1D ($\bar{W}^*$, $* \rightarrow n+1; y$) の処理.

最後に " LINEAR1D ($\partial_x \bar{W}^*$, $* \rightarrow n+1; y$) が必要

$n \rightarrow n+1$ の処理完了.

但し, 各ステップで, 「電磁界の和, 差」から「単独の電界や磁界」に
もどす操作や, その逆操作を伴う。

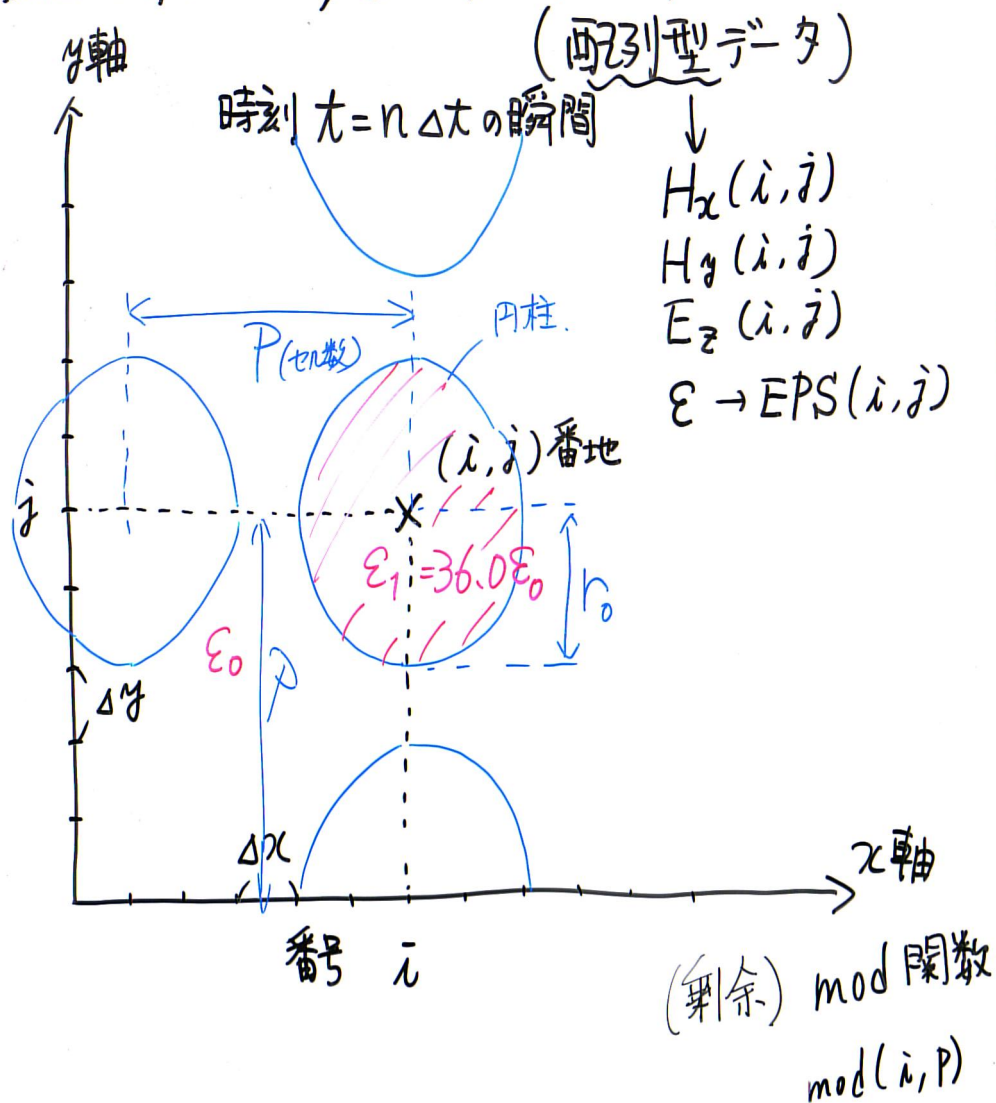
CIPで解く.

$$\begin{cases} f_{1,\pm} = E_z \pm \tilde{H}_y \Rightarrow \begin{cases} E_z^* = (f_{1+} + f_{1-}) / 2 \\ H_y = (f_{1+} - f_{1-}) / 2 Z_0 \end{cases} \\ f_{2,\pm} = E_z^* \pm \tilde{H}_x \Rightarrow \begin{cases} E_z = (f_{2+} + f_{2-}) / 2 \\ H_x = (f_{2+} - f_{2-}) / 2 Z_0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f_{1\pm}}{\partial t} \pm c \frac{\partial f_{1\pm}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f_{2\pm}}{\partial t} \pm c \frac{\partial f_{2\pm}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

2014年05月13日 15時51分

数値計算における、電磁界・媒質分布の表し方



円柱の内側の配列に ϵ_1 , 外に ϵ_0 を代入するアルゴリズム

```
for (i=1, nx, i++) {
  for (j=1, ny, j++) {
    if ((mod(i, P)=0). and. (mod(j, P)=0))
      then. Center(i, j) = 1
    else Center(i, j) = 0
  }
}
```

(円柱の中心探索)

```
for (i=1, nx, i++) {
  for (j=1, ny, j++) {
    if (Center(i, j) = 1) then
      for (k=i-P/2, i+P/2, i++) {
        for (l=j-P/2, j+P/2, j++) {
           $r = \sqrt{(k-i)^2 \Delta x^2 + (l-j)^2 \Delta y^2}$ 
          if ( $r > r_0$ ) then  $EPS(k, l) = \epsilon_0$ .
          else  $EPS(k, l) = 36.0 \epsilon_0$ .
        }
      }
    }
  }
}
```