

# 準静的な物体操作における動摩擦力と静止摩擦力の発生可能性

横田諭（佐世保工業高等専門学校）

## 1. はじめに

本稿では押し操作 [1] (図 1) などのような準静的なグラスプレス・マニピュレーションにおいて、実際に滑って動摩擦力が発生している接触点における摩擦力の発生可能性について議論する。静力学において接触力は、法線方向の力と摩擦力、すなわち接平面方向の力の合力で表され、その発生可能な範囲を摩擦円錐で表現する。著者の先行研究 [2] においては、剛体上で動摩擦力が発生する接触点の接触力の発生可能な範囲は摩擦円錐の一稜線で表されるとしていたが、実機実験による検証でこれにそぐわない結果が得られていた。これについて本稿では、動摩擦力が発生している接触点において共存する静止摩擦力を考え、接触力の範囲を定式化する。この解釈に基づいて計算した結果が、実験結果によく合致することを報告する。

一般的な工学においてクーロン摩擦モデルは簡単な数式で経験的な現象をよく記述するものとして多用される。クーロン摩擦における静止摩擦は、環境等に接触しながら静止している物体が、その接触面に沿って運動しようとするとき、運動しようとする方向と逆向きに、接触面にはたらく作用のことをいう。一方、滑っている接触点においては、その滑り運動を阻害するように、運動方向と逆向きに動摩擦力が発生する。これらの力の大きさはそれぞれ接触面の法線方向に作用する力  $f_n$  の大きさ  $\|f_n\|$  と、静止摩擦係数  $\mu_s$  または動摩擦係数  $\mu_k$  の積で与えられる。

## 2. 力学モデル

著者らの先行研究 [2] に基づいて以下の力学モデルを設定する。接触点  $P_l$  において対象物に加わる接触力  $f_l \in \mathbb{R}^3$  は次の式で表される。

$$f_l := C_l k_l \quad (1)$$

ここで  $k_l \geq 0$  である。 $C_l := [c_{l1}, \dots, c_{lr_l}] \in \mathbb{R}^{3 \times r_l}$  であり、 $c_{lk}$  は接触点における摩擦円錐の稜線を表す単位方向ベクトルを表す。一般に静止している接触点で発生可能な静止摩擦力を含む接触力の範囲を表す摩擦円錐は上記  $C_l$  で与えられる。一方、実際に滑っている接触点においては、動摩擦力は実際の滑りと逆向きに作用するので、摩擦力の方向は一意に決定される。すなわち、摩擦円錐は一稜線に収縮する ( $r_l = 1$ ) とした。

ここで、実際に滑っている接触点では、滑りと逆向きの動摩擦力のみが作用すると考えると、例えば滑り方向に対して直交する向きの外乱に対する抵抗力が作用しないことになる。つまり、一定方向の押し操作に対して、押し方向と直交する方向の外乱に対して作用できるのは、指との接触点における静止摩擦力のみとなる。この条件から先行研究 [2] で解析した結果、質量 1 [kg] の物体に対して、 $\mu_s = 0.19, \mu_k = 0.16$  として、二本指で押し操作を行う場合のロバスト性の評価値は、

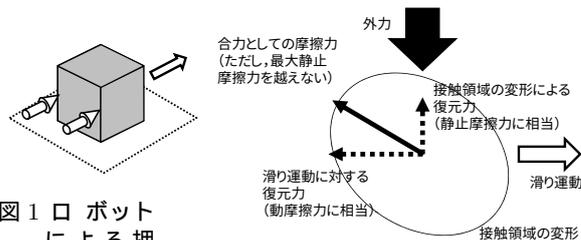


図 1 ロボットによる押し操作

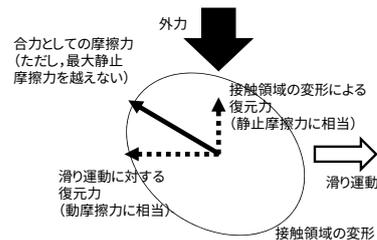


図 2 滑っている接触点における動摩擦力と静止摩擦力

0.30 となった。これは指先に生じる最大摩擦力におおよそ等しい。

しかし、これを実験で検証すると、運動が乱されるときの外力の大きさは  $1.2 \pm 0.2$  [N] となり、摩擦係数のばらつきを考慮しても、解析値に比べて大きい。この不合理な結果について、次項で摩擦モデルを考察する。

### 2.1 実際に滑っている接触点における摩擦力の考察

接触摩擦は見かけの接触面内の微小な接触領域において生じる固着を引き離すための凝着頂と、接触面におけるめり込みによる掘り起こし頂から記述できるとされる [3]。したがって、実際に滑っている接触点においても接触点の固着と剥離が繰り返されることでせん断力として動摩擦力が作用していると捉えられる。ここで、接平面において実際の滑り運動に直交する方向に外乱等が加わるとすると、微小接触領域は滑り方向と外力の方向の両方に変位すると考えられる。これにより、合成された変位方向と逆向きに復元力が発揮され、摩擦力となる。同時に、接触領域でのめり込みがあれば、少なくとも外力による変位方向に対する反力が接触領域にせん断力として作用すると考えられる。以上の摩擦原理の観点から、動摩擦力の発生している接触点における摩擦力を、動摩擦力のみ、すなわち実際の滑り方向と逆向きに限定することは不合理であると考える。そこで、以下の力学モデルを検討する。

まず、静止摩擦係数  $\mu_s$  と動摩擦係数  $\mu_k$  は  $\mu_s \geq \mu_k$  であるとする。ここで、動摩擦の発生している接触点における許容静止摩擦力を考えると、動摩擦力と静止摩擦力の合成摩擦力は最大静止摩擦力を超えない (図 2)。図 2 より滑っている接触点における、動摩擦力に直交する許容静止摩擦力  $f_{ks}$  の大きさ  $\|f_{ks}\|$  は、接触点における対象物内向き鉛直方向の力  $\|f_n\|$  を用いて次のようになる。

$$\|f_{ks}\| = \|f_n\| \sqrt{\mu_s^2 - \mu_k^2} \quad (2)$$

次にこの接触点における摩擦円錐を記述する。式 (1) より、実際に滑っていて、動摩擦力の発生している接触点の接触力は次のように摩擦円錐の一稜線で表され

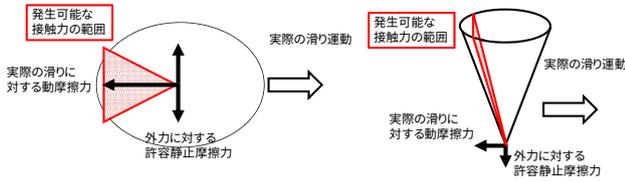


図3 滑っている接触点における許容静止摩擦力を考慮した摩擦円錐 (左: top view, 右: side view)

るとしていた [2] .

$$f_l := C_l k_l, C_l = c_{l1} \quad (3)$$

ここで, 実際に滑っている方向を表す単位接平面方向ベクトルを  $t_{sl}$  とおくと, 次のようになる .

$$c_{l1} = \frac{\mathbf{n}_l + \mu_k \mathbf{t}_{sl}}{\|\mathbf{n}_l + \mu_k \mathbf{t}_{sl}\|} = \text{Norm}(\mathbf{n}_l + \mu_k \mathbf{t}_{sl}) \quad (4)$$

ここで,  $\text{Norm}(\cdot)$  は  $\|\cdot\| = 1$  に正規化されたベクトルを表すものとする . この接触点における動摩擦力に加えて, さらに許容静止摩擦力を考える . 許容静止摩擦力は接平面において動摩擦力に直交するものとする, その方向は  $\pm(\mathbf{t}_{sl} \times \mathbf{n}_l)$  で与えられる . また, 許容静止摩擦力と動摩擦力の合力が最大静止摩擦力を超えないことから, 最大許容静止摩擦力を表すための許容静止摩擦係数  $\mu_{ks}$  は次のように求められる .

$$\mu_{ks} = \mu_k \tan \left( \cos^{-1} \left( \frac{\mu_k}{\mu_s} \right) \right) \quad (5)$$

これより, 許容静止摩擦力を考慮する摩擦円錐は次のように表せる .

$$C_l = [c_{l1}, c_{l2}] \quad (6)$$

$$c_{li} = \text{Norm}(\mathbf{n}_l + \mu_k \mathbf{t}_{sl} \pm \mu_{ks} (\mathbf{t}_{sl} \times \mathbf{n}_l)) \quad (7)$$

よって, 実際に滑っている接触点において動摩擦力がはたらいいて, かつ滑り方向に直交する方向に静止摩擦力が発生しうるとするときの, 接触点の摩擦円錐は, 図3のような二等辺三角形の範囲内と定義できる .

### 3. 数値計算と実験結果の例

先行研究 [2] で実施した数値計算例および実験結果について, 提案手法による分析とを比較する . 図1のように, 質量 1[kg] の直方体を位置制御されたロボット指で押す操作を考える . なお, 実験は図4に示すように, アルミニウムブロックをアルミニウム板 (床板) の上に置き, 板をサーボシリンダ (ミスミ製 RS1) に連結して直進運動させた . 操作対象物であるアルミニウムブロックは外部に固定されたアルミニウムアングルのエッジに支持され, 床板が直動することで押し操作と等価な動作が実現される . この押し操作中に, 6軸力センサ (ワコーテック製 WDF-6M200-3) に取り付けられたアルミニウム製ツールを用いて外乱力を与え, 押し操作が乱されるときの外乱力 (の反力) の大きさをこの力センサで計測した .

20回の計測から, 操作対象物と床板との間の静止摩擦係数は  $0.19 \pm 0.03$ , 動摩擦係数は  $0.16 \pm 0.08$  とし



図4 押し操作に対して外乱力を加える実験

た . また, アングルと対象物との間の摩擦係数は上の値に等しいとした .

以上の条件において, 許容静止摩擦力を考慮しない解析を行った . 線接触を両端の2点接触に近似して操作のロバスト性を解析したところ, 押し操作の方向に対して直交し, かつ水平面に平行な方向への外乱に対して最も弱く, ロバスト性の評価値は  $0.30$  ([N]) であった . これは, 押し操作中のロボット指と対象物との間の, 滑り方向に対して直交する方向にはたらく最大静止摩擦力の大きさにほぼ等しい . この結果を受けて, 上記の実験環境において押し操作中の対象物に対して押し操作方向に直交する外乱力を与える実験を行った . 押し操作が乱されるまでに加えられた外乱力の大きさは10回の試行の平均で,  $1.2 \pm 0.2$  [N] であった . これは計測のばらつきを考慮しても大きい .

次に本研究で提案する摩擦モデルに基づいて, 摩擦力を計算する . 式(2)より, 滑っている対象物と床面との間の, 滑り方向に対して直交する方向にはたらく許容静止摩擦力の大きさは, 式(2)より  $\|f_{ks}\| = \|1.0 \times 9.8\| \sqrt{0.19^2 - 0.16^2} = 1.0$  となる . 先行研究において外乱力に抗するとしていた指先の摩擦力に加えて, 上記の許容静止摩擦力が発生しているとすれば, 滑り方向に直交する方向のロバスト性の評価値は1.3程度になり, 実験結果によく合致する .

### 4. 結論

本研究では, 押し操作などの準静的な物体操作において, 動摩擦力が発生している接触点では動摩擦力だけでなく, それに直交する方向に発生可能な静止摩擦力までを考慮したモデルを提案した . 乾燥摩擦の原理における凝着と掘り起こしを考えると, 実際に滑っている接触点においては滑りと逆向きの動摩擦力だけでなく, それに直交する方向に静止摩擦力が発生することが合理的であると説明した . また, この静止摩擦力を考慮した接触力の発生範囲をモデル化した . 今後は, このモデルが他の条件下においても成立することを実験的に検証するとともに, 提案する摩擦円錐のモデルに基づいた接触力解析の精緻化に取り組む .

### 参考文献

- [1] K. M. Lynch and M. T. Mason: "Stable pushing: Mechanics, controllability and planning", Int. J. of Robotics Research, 15, 6, pp. 533-556, 1996.
- [2] 横田, 後藤, 前田: "ロボットマニピュレーションにおける接触力の準静力学的解析一定式化とそのグラスプレス・マニピュレーションのロバスト性評価への応用", 日本ロボット学会誌, 31, 10, pp. 1009-1018, 2013.
- [3] 山本, 兼田: "トライボロジー", 理工学社, 第1版, 1998.