

押し操作における滑りに非平行な摩擦力の実験的検討

○榎田諭（福岡工業大学） 中村湧（福岡工業大学）

1. 序論

本研究では、ガラスプレス・マニピュレーションの押し操作 [1] などにおいて、環境と対象物が接触する面において動摩擦力と直交する方向に働く摩擦力について議論する．一般にクーロン摩擦の仮定においては、動摩擦力は滑り方向と逆向きに働くものと定義される．このとき、動摩擦力の生じる接触点においては動摩擦力のみが働くものとして考えることが多く、筆者らの先行研究においてもそのように定義して力学解析をした [2]．しかしながら実際には、滑り方向に直交する方向の摩擦力が生じることが実験的にも示される．これは、滑っている接触点において、滑りに平行な動摩擦力に直交する方向の、摩擦力に相当する力が生じていることを示すものである．

クーロン摩擦則に基づくマクロ視点での摩擦力においては多くの場合、均一面で摩擦係数は一定で、摩擦力は等方的 (isotropic) であるとみなされる．しかし実際には滑り面の表面性状には異方性があり、摩擦力もその方向に依存する、異方的 (anisotropic) な挙動を示す [3]．このため、摩擦力が滑り、または滑ろうとする方向に対して平行かつ逆向きの方向に働かない場合がある．このような現象は、クーロン摩擦の枠組みにおいては一種のスティック・スリップ現象として記述される．また、動摩擦はエネルギー散逸を伴う非平衡現象であり、ミクロなスティックスリップ運動が生じているという見方もある [4]．上述の、滑り方向に対して直交する摩擦力についても同様の枠組みで説明できる可能性があるため、本稿ではこの異方的な動摩擦力について、その大きさを実験的に検証する．

2. 力学モデル

筆者らは図 1 のように滑っている接触点において動摩擦力に直交する摩擦力を「許容静止摩擦力」と呼び、その力学モデルを提案した [5]．許容静止摩擦力とは、押し操作などによって床面上を滑っている物体に対して、滑り方向に直交する、接平面に平行な外力を加えたとき、その外力に対して抵抗する摩擦力とする．これにより外力によって横滑りすることなく、押し操作を実行できる．文献 [5] では動摩擦力と許容静止摩擦力の合力が少なくとも最大静止摩擦力を超えないと仮定し、以下に示す摩擦円錐を提案した．

接触点 P_l において対象物に加わる接触力 $f_l \in \mathbb{R}^3$ は摩擦円錐を用いて次のように表せる．

$$f_l := C_l k_l \quad (1)$$

ここで $k_l \geq 0$ である． $C_l \in \mathbb{R}^{3 \times r_l}$ は摩擦円錐を正凸 r_l 角錐に近似したもので、稜線方向を表す単位方向ベクトル $c_{lk} \in \mathbb{R}^3$ の集合となる．ただし、実際に滑っている接触点においては動摩擦力のみが働くとすれば、 $r_l = 1$ となる．ここで、実際に滑っている方向を表す

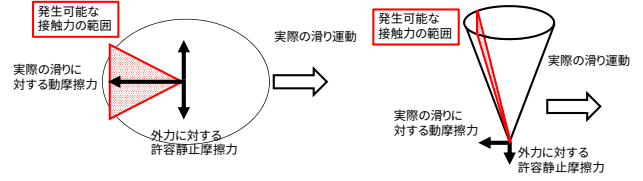


図 1 滑っている接触点における許容静止摩擦力を考慮した摩擦円錐 (左: top view, 右: side view)

単位接平面方向ベクトルを t_{sl} 、接触点における対象物内向き方向の単位方向ベクトルを n_l 、動摩擦係数を μ_k とすると、摩擦円錐は次のように記述できる¹．

$$C_l = \frac{n_l - \mu_k t_{sl}}{\|n_l - \mu_k t_{sl}\|} = \text{Norm}(n_l - \mu_k t_{sl}) \quad (2)$$

ここで、 $\text{Norm}(\cdot)$ は $\|\cdot\| = 1$ に正規化されたベクトルを表すものとする．さらに、滑り方向に対して直交する方向の許容静止摩擦力を考慮する．許容静止摩擦力は接平面に平行な単位方向ベクトル $t_{sl} \times n_l$ の向きに働くことと定義できるので、その摩擦係数を μ_{ks} とすると、式 (2) は次のようになる．

$$C_l = [c_{l1}, c_{l2}] \quad (3)$$

$$c_{li} = \text{Norm}(n_l - \mu_k t_{sl} \pm \mu_{ks} (t_{sl} \times n_l)) \quad (4)$$

したがって、実際に滑っている接触点において動摩擦力と、滑り方向に直交する方向に横滑りに抵抗する摩擦力が発生しうるとするときの、接触点の摩擦円錐は、図 1 のような二等辺三角形の範囲内と定義できる．本稿ではこの摩擦係数 μ_{ks} を実験的に求める．

3. 斜面上の物体の押し操作実験

本稿では押し操作中の対象物に対して、接平面に平行で滑り方向と直交する方向 (横滑りの方向) の外力に対して抵抗できる摩擦力の大きさを実験的に求める．このとき、横滑りの方向に一定の外力を加え続ける方法として、斜面上の物体に対して押し操作を実行することとした．これにより斜面の傾斜を変更することで、横滑り方向の外力を容易に変更できる．なお、押し操作の方向に目印となるガイドラインを設け、押し操作中に横滑りが起きたかどうかを目視で確認する．対象物の質量を M [kg]、重力加速度を g [m/s²]、傾斜面の角度を θ_{slp} [rad] とすると、押し操作中の対象物に働く動摩擦力は $mg \sin \theta_{slp}$ [N] となる．一方、斜面に対する垂直抗力は $mg \cos \theta_{slp}$ [N] となるので、横滑りを妨げる許容静止摩擦力の摩擦係数は $\mu_{sk} = \tan \theta_{slp}$ となる．

実験装置を図 2, 3 に示す．直動シリンダに接続したアルミニウム板をコピー用紙で覆い、その上に質量 1 [kg]

¹文献 [5] では動摩擦力の符号に誤りがあった．

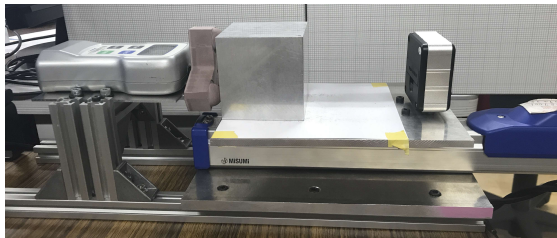


図2 直動シリンダに接続したアルミ板を直動運動し、固定端に取り付けたデジタルフォースゲージでアルミ板上の物体を押し操作を行う装置



図3 ジャッキを用いて押し操作実験装置全体を傾斜させる

の立方体のアルミニウムブロックを置く．また固定端に取り付けた1軸デジタルフォースゲージのエンドツールをアルミブロックに接触させる．直動シリンダによってアルミ板を直動運動させることで、アルミブロックはデジタルフォースゲージに押しされ、押し操作と等価な操作が実行される．このとき、動摩擦力をデジタルフォースゲージによって計測可能である．またデジタルフォースゲージのエンドツールとアルミニウムブロックとの接触点を3点とし、面接触と等価な接触になる．デジタルフォースゲージの計測分解能は、計測精度は $\pm 3\%$ 、サンプリングレートは3 [Hz]である．

実験装置の片側をジャッキアップすることで、実験装置全体を傾斜させることができる．この傾斜面に対して、等高線沿いに押し操作を行うことで、傾斜方向への一定の外力を受ける押し操作が可能になる．傾斜角度はデジタル角度計（計測精度0.2 [deg]）を用いて計測する．

3.1 計測結果

上述の実験装置を用いて、水平面上でのアルミニウムブロックの押し操作を実施し、デジタルフォースゲージのピーク値ホールド機能により最大静止摩擦力を計測した．また、押し操作中のデジタルフォースゲージに加わる荷重を記録し、動摩擦力の計測値とした．それぞれ10回計測した結果の平均値および標準偏差は、最大静止摩擦力は 2.48 ± 0.009 [N]、動摩擦力は 2.38 ± 0.07 [N]となった．

一方、実験装置全体を傾斜させ、傾斜面の等高線沿いに押し操作を行った場合、傾斜角が $\theta_{slp} = 2.8$ [deg]を超えたところでアルミニウムブロックは押し方向に対して横滑りを起こした．このとき、対象物に対して斜面下向きに働く重力の分力は、傾斜角の計測精度を

考慮して $\theta_{slp} = 2.8 \pm 0.2$ [deg]として、 $0.44 \sim 0.51$ [N]と計算できる．傾斜面からの垂直抗力が9.79 [N]と推定されることを踏まえると、横滑りに抵抗する摩擦力の摩擦係数は0.045～0.052と推定される．これは動摩擦係数の20%程度である．また、デジタルフォースゲージで計測された動摩擦力は 2.27 ± 0.08 [N]であり、許容静止摩擦力との合力は2.32 [N]前後となる．これは傾斜角から推定される動摩擦力の大きさ2.38 [N]に比べてやや小さいが近い値ではある．計測精度を向上した、より精緻な分析が求められる．

以上の結果より、横滑り方向の外力が印可された状態での押し操作における動摩擦力と許容静止摩擦力の合力は、平面上での動摩擦力に近いがやや小さい値であることが実験結果から示された．さらに詳細な実験から以下の可能性を検討する必要がある．

- デジタルフォースゲージが1軸の力のみを計測可能であることから、横滑りを引き起こしたことによる接触点の離脱を計測できていなかったこと．また、押し操作を行うエンドツールと対象物との間の摩擦力を計測できないこと．
- 横滑りを起こした時点ですべての摩擦力が動摩擦力に遷移しているため、横滑りをしない最大の許容静止摩擦力が発揮された状態での動摩擦力ではないこと．
- 計測器の計測精度が実験内容に対して十分でないこと．
- 他の材料の摩擦条件での実験が実施されていないこと．

4. 結論

本稿では、押し操作中の操作対象物について、環境と対象物が接触する面において動摩擦力と直交する方向に働く摩擦力が生じること、ならびにその大きさを実験的に検証する手法を議論した．傾斜面の等高線に沿って対象物を押しすることで押し方向に対して直交する、斜面に対して平行に働く一定の外力を印可する方法を採用した．その結果、傾斜角 2.8 ± 0.2 [deg]において押し操作対象物に横滑りが生じた．一定の傾斜までは横滑りを起こさないことから、横滑りを抑制する摩擦力が生じていることが示唆された．今後は横滑りに遷移するときの対象物の挙動の観察、押し操作を行うエンドツールと対象物との間の接触力の計測、他の物質間での実験などを行い、力学モデルの精緻化を図る．

参考文献

- [1] K. M. Lynch and M. T. Mason: “Stable pushing: Mechanics, controllability and planning”, *Int. J. of Robotics Research*, **15**, 6, pp. 533–556, 1996.
- [2] 横田, 後藤, 前田: “ロボットマニピュレーションにおける接触力の準静力学的解析—定式化とそのグラスプレス・マニピュレーションのロバスト性評価への応用—”, *日本ロボット学会誌*, **31**, 10, pp. 1009–1018, 2013.
- [3] S. Walker and R. I. Leine: “Set-valued anisotropic dry friction laws: formulation, experimental verification and instability phenomenon”, *Nonlinear Dynamics*, **96**, pp. 885–920, 2019.
- [4] 松川: “摩擦の物理”, *表面科学*, **24**, 6, pp. 328–333, 2003.
- [5] 横田: “準静的な物体操作における動摩擦力と静止摩擦力の発生可能性”, *日本ロボット学会学術講演会*, 1D1-05, 2019.